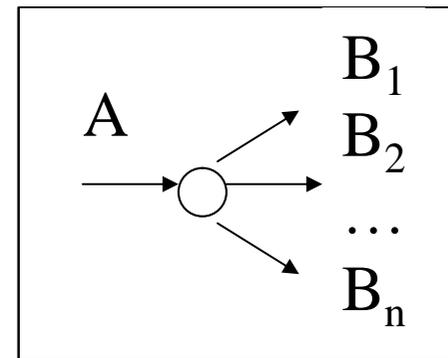


Processi di decadimento

- Cinematica dei decadimenti a due e tre corpi
- Vite media, velocità di decadimento e rapporti di diramazione
- Ordine di grandezza delle velocità di decadimenti forti, e.m e deboli
- Decadimenti di sistemi atomici
- Decadimenti gamma di nuclei
- Decadimenti alfa
- Decadimenti beta e l'ipotesi del neutrino
- Datazioni con radio carbonio
- Decadimenti beta⁺ e catture di elettroni
- La radioattività naturale e il calore della terra
- Quadro generale delle interazioni deboli

Cinematica dei decadimenti



- Consideriamo un processo di decadimento $A \rightarrow B_1 + B_2 + \dots + B_n$.
- Ci chiediamo che cosa sappiamo dire sulla cinematica del processo.
- Il riferimento in cui A è in quiete è il riferimento del centro di massa del sistema, dunque la conservazione dell'energia e impulso dà:

$$m_A = E_1 + E_2 + \dots + E_n .$$

$$0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \dots + \mathbf{p}_n$$

- Valgono le stesse considerazioni che per i processi d'urto, pur di sostituire:

$$\sqrt{s} \rightarrow m_A .$$

- In particolare, condizione necessaria perché il processo avvenga è che:

$$Q = m_A - \sum_f m_f > 0$$

Cinematica dei decadimenti a due e tre corpi

- Per il decadimento in due corpi è fissata l'energia di ciascuna particella prodotta
- Per un decadimento in più di due corpi lo spettro di energia di ciascuna particella i è continuo, da un minimo ($E_i=m_i$) a un valore massimo*.
- Se una delle particelle (B) nello stato finale è molto più pesante delle altre, può bilanciare l'impulso di queste sottraendo una piccola parte dell'energia cinetica. In pratica, le energie delle altre (j) sono soggette solo alla condizione:

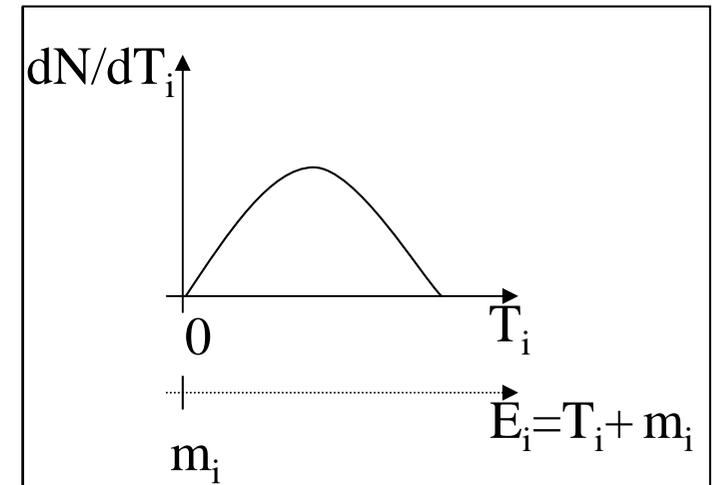
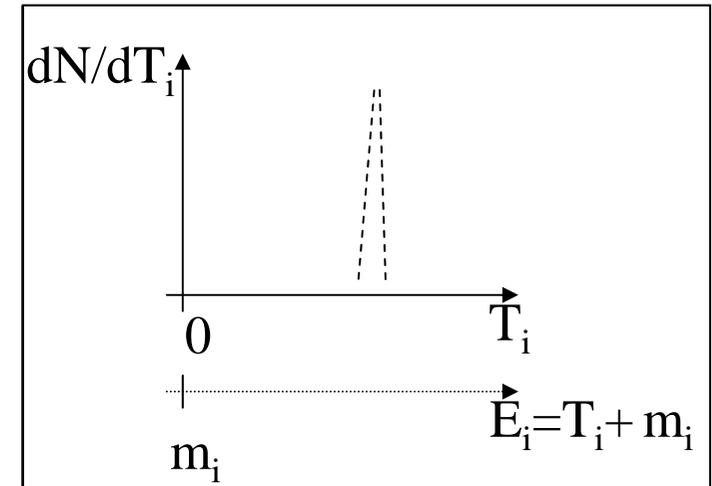
$$\sum_j E_j = m_A - m_B.$$

- In questo caso, se il decadimento è in due corpi ($A \rightarrow B+C$) ho $E_c = m_A - m_B$, se in più di due corpi ($A \rightarrow B+C+X$) l'energia di C varia fra:

$$E_{\min} = m_c \text{ e } E_{\max} = m_A - m_B - m_X$$

e per le energie cinetiche, fra:

$$T_{\min} = 0 \text{ e } T_{\max} = m_A - m_B - m_X - m_c$$



- *La cinematica determina solo gli estremi dello spettro energetico; è la dinamica che ne determina la forma

Vite media, velocità di decadimento e larghezza di una particella

- Se al tempo $t=0$ ho N_0 particelle instabili in quiete, si osserva che dopo un tempo t ne sono sopravvissute:

$$(1) \quad N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

- Il fattore τ si chiama vita media della particelle*.
- Dalla (1) segue che la probabilità di decadimento per unità di tempo, detta velocità di decadimento, è **:

$$\lambda = (\Delta N / \Delta t) / N = 1/\tau$$

- Osservare che λ è indipendente dal tempo, cioè il processo di decadimento non ha memoria *** (processo Markoviano)
- Come già osservato, si può introdurre una larghezza naturale, $\Gamma = \hbar/\tau$, con le dimensioni di un'energia, che esprime l'indeterminazione in energia di un sistema instabile.

- *Si usa definire un tempo di dimezzamento $\tau_{1/2}$ come il tempo dopo il quale ne sono sopravvissute la metà. Riscrivendo la (1) come $N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = N_0 2^{-t/\tau_{1/2}}$ si ha $\tau = (\ln_2 e) \tau_{1/2}$.
- ** Solo per consuetudine si indica con λ la velocità di decadimento, simbolo usato nel capitolo precedente per indicare la lunghezza di collisione. È chiaro che le due quantità, che hanno dimensioni diverse, sono fisicamente diverse.
- ***Esercizio: confrontare la curva di sopravvivenza di una popolazione di particelle e di uomini

Probabilità di diramazione e larghezze parziali

- Spesso, un sistema ha diversi modi (detti canali) di decadimento, ad esempio $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ nel 98.8% dei casi, ma anche $\pi^0 \rightarrow \gamma + e^+ + e^-$ (1.1%) e $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$ (0.003%).
- Si chiama “branching ratio”(rapporto di diramazione), la frazione P_x dei decadimenti che avvengono in un determinato canale. Nel caso del π^0 al canale $(\gamma + e^+ + e^-)$ corrisponde $B=1.1\%$ e così per gli altri.
- Come a ciascun canale in un processo di collisione è associata una specifica sezione d’urto, così per ciascun canale di decadimento si introduce una specifica velocità di decadimento: $\lambda_x = P_x \lambda$. Evidentemente $\lambda = \sum_x \lambda_x$.
- Il numero di decadimenti per unità di tempo in uno specifico canale X è dato da $dN_x/dt = \lambda_x N$, dove N è il numero di particelle sopravvissute al tempo t. Questo evolve secondo la $dN/dt = -\lambda N$, quindi il numero di particelle sopravvissute al tempo t è $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ e il numero di decadimento nel canale X per unità di tempo è $dN_x/dt = \lambda_x N_0 e^{-\lambda t}$ *).
- Come alla velocità di decadimento è associata una “larghezza propria” del sistema, $\Gamma = \hbar/\tau = \hbar\lambda$ così ad ogni canale si associa una “larghezza parziale” $\Gamma_x = \hbar\lambda_x$

*Notare che, quale che sia il canale considerato, all’esponente sta sempre la velocità di decadimento totale della particella

Misure di vite medie

- La legge di evoluzione collega il numero di decadimenti ΔN in un intervallo Δt con la popolazione iniziale N_0 e con la velocità di decadimento $\lambda = 1/\tau$:

$$\Delta N = \Delta t \lambda N_0 \exp(-\lambda t)$$

- In scala logaritmica si ha una retta in t , il cui coefficiente angolare determina λ , anche senza conoscere N_0 e Δt .

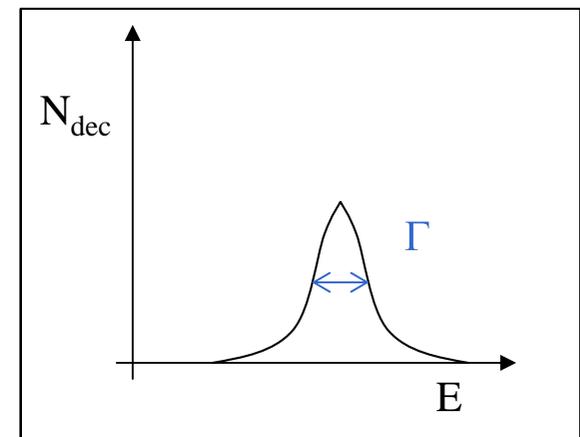
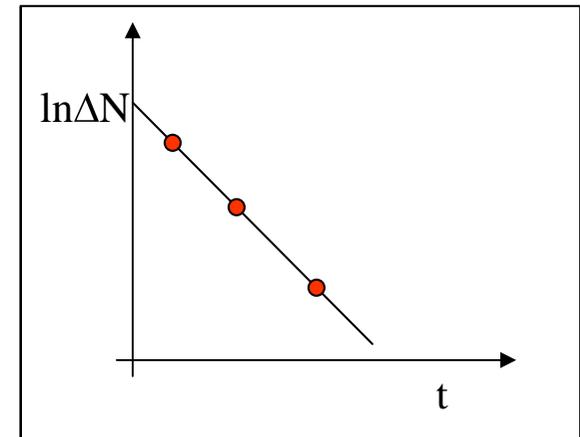
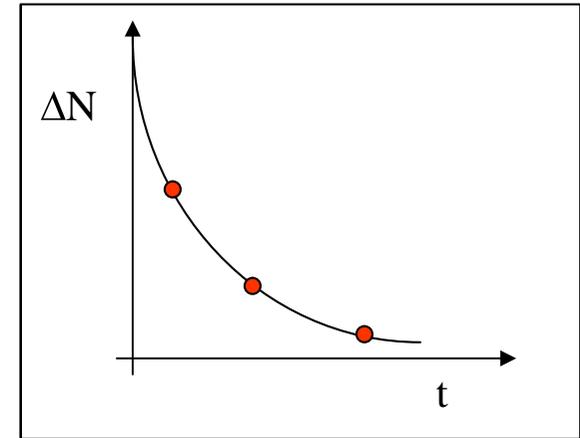
$$\ln \Delta N = \ln (\Delta t \lambda N_0) - \lambda t = A - \lambda t.$$

- Se la vita media è lunga rispetto ai tempi di misura, $N(t) \cong N_0$ e quindi se si misura ΔN e si conosce N_0 si ricava λ da

$$\Delta N = \lambda \Delta t N_0.$$

- Se la vita media è breve rispetto ai tempi di misura, si studia la distribuzione degli eventi di decadimento N_{dec} in funzione dell'energia, si determina la larghezza Γ da cui:

$$\lambda = \Gamma/\hbar$$



Gli intervalli di vite medie misurate

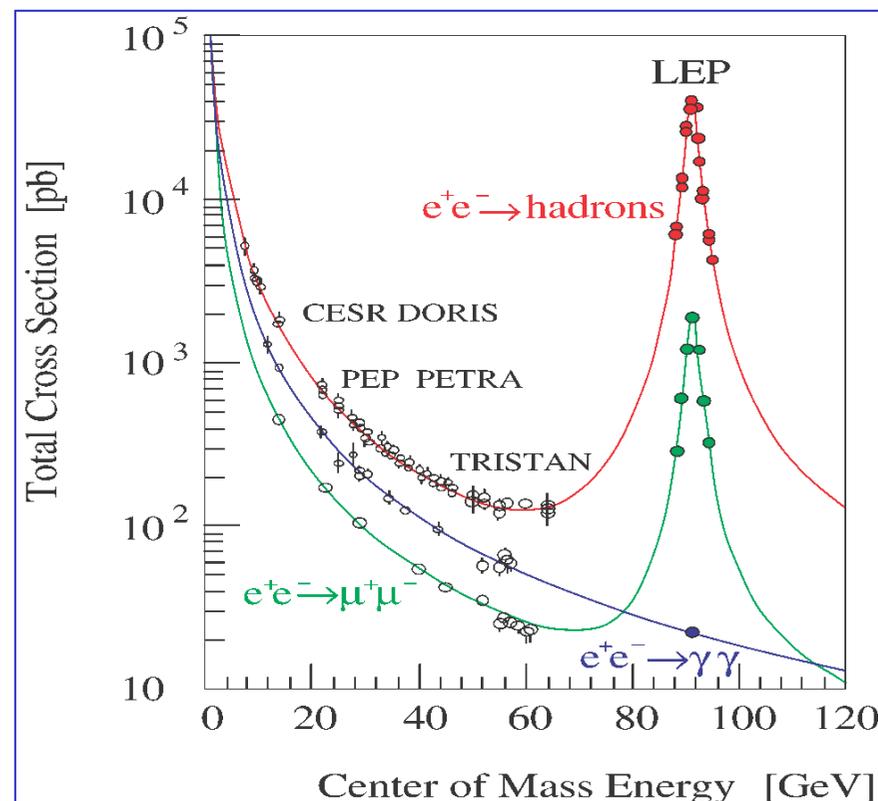
- Il decadimento più lento finora osservato* è $^{209}\text{Bi} \rightarrow ^{205}\text{Th} + \alpha$, con $t_{1/2} = (1.9 \pm 0.2) 10^{19}$ anni, ottenuto registrando $N_\alpha = 128$ particelle α in $\Delta t = 5$ giorni da un campione contenente $M = 93\text{g}$ di Bismuto ($m \cong 200m_p$).
- Ci si rende conto del valore trovato di $t_{1/2}$ osservando che :

$$\tau = N_0 \Delta t / N_\alpha = (M/m) \Delta t / N_\alpha \cong 10^{27} \text{s}$$
- Inoltre, le fluttuazioni statistiche su N_α sono dell'ordine $\delta N_\alpha = \sqrt{N_\alpha}$, per cui l'errore relativo su τ (o su $t_{1/2}$) è $\delta\tau/\tau = \delta N_\alpha / N_\alpha \cong 10\%$
- La vita media più breve misurata è quella della Z_0 , uno dei mediatori delle interazioni deboli scoperto da C. Rubbia. La misura più precisa è stata effettuata al Lep**,
 $\Gamma = 2.4952(26) \text{ GeV}$, da cui $\tau = 2.2 \cdot 10^{-25} \text{ s}$.
- E' un risultato importante, perché coerente con il modello standard (tre famiglie di leptoni e di quarks) ed esclude ulteriori famiglie.

*Il risultato, un sottoprodotto di una ricerca di materia oscura, è pubblicato su Nature 422 (2003)

876, cercare Noel Coron su Web

** Vedi WWW.Cern.Ch



Ordine di grandezza delle velocità di decadimento

- Come la sezione d'urto totale esprime la probabilità di interazione di due particelle, e dunque dipende dal tipo di forza che si esercita tra queste, analogamente la velocità di decadimento $\lambda=1/\tau$ esprime la probabilità che il processo avvenga, e dunque dipende dal tipo di forze che si propagano all'interno della particella instabile.
- Se una particella ha dimensioni r , il tempo necessario perché un'interazione si propaghi al suo interno sarà dell'ordine di $t \approx r/c$. La velocità di decadimento sarà data dall'inverso di t per la probabilità w_d che il decadimento avvenga:

$$\lambda = w_d c / r$$

- Confrontiamo fra loro le velocità di decadimento λ di mesoni (sistemi di q e antiquark) il cui raggio sappiamo essere confrontabile e dell'ordine di $r=1\text{fm}$ al fine di renderci conto delle probabilità caratteristiche delle diverse interazioni, che saranno date da:

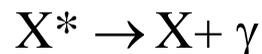
$$w_d = r \lambda / c = (310^{-24} \text{ s}) / \tau$$

Confronto fra decadimenti forti, e.m. e deboli di particelle subnucleari

- Il mesone ρ è un sistema legato di q e anti- q con massa $m_\rho = 771.1 \pm 0.9 \text{ MeV}$ e spin 1. Decade principalmente mediante $\rho \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ e la sua larghezza è $\Gamma_\rho = 149.2 \pm 7 \text{ MeV}$
- Ne segue che la sua vita media è $\tau_\rho = \hbar / \Gamma_\rho = 4 \cdot 10^{-24} \text{ s}$ cui corrisponde una probabilità $w_d = r \lambda / c = (3 \cdot 10^{-24} \text{ s}) / \tau \approx 1$. È naturale associare questa probabilità a un processo di interazione forte, tenendo conto che sia nello stato iniziale che finale sono presenti sistemi fatti da quarks, cioè adroni.
- Il mesone π^0 ha spin nullo e massa $m_\pi = 135 \text{ MeV}$. Decade principalmente mediante $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ e la vita media è $\tau_\pi = (8.4 \pm 0.6) \cdot 10^{-17} \text{ s}$ da cui $w_d \approx 3 \cdot 10^{-6}$. Poiché i fotoni hanno interazioni elettromagnetiche (e non interazioni forti), è naturale associare questo decadimento a un processo elettromagnetico.
- Il mesone π^+ ha spin nullo e massa $m = 139.6 \text{ MeV}$. Decade principalmente mediante $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ e la vita media è $\tau_\pi = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. da cui segue $w_d \approx 10^{-16}$. Poiché i neutrini hanno solo “carica” debole, è naturale associare questo processo e dunque questa probabilità a un processo debole.
- Ne concludiamo che è rispettata la stessa gerarchia delle interazioni osservata nei processi di collisione.
- Da osservare che nei decadimenti esaminati (come in ogni decadimento finora osservato) sono conservate carica elettrica, numero leptonico e numero barionico.

Decadimenti di sistemi atomici (1)

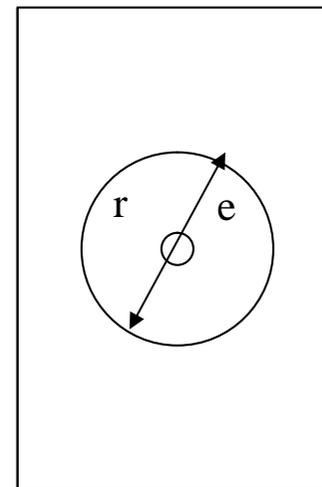
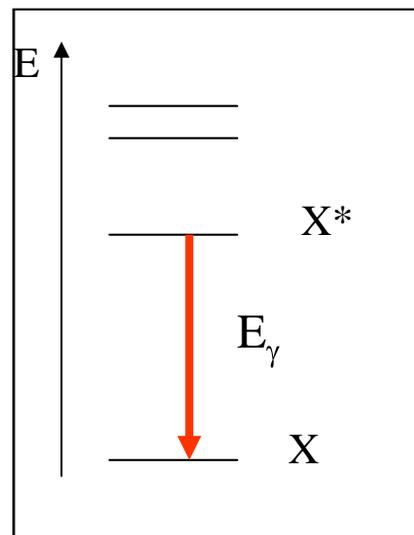
- Consideriamo un atomo in uno stato eccitato X^* che decade nello stato fondamentale X con emissione di un fotone:



- Trascurando il rinculo dell'atomo, l'energia portata dal fotone è

$$E_\gamma = M(X^*) - M(X) = E_2 - E_1.$$

- Possiamo stimare la vita media dello stato eccitato con considerazioni semiclassiche.
- All'energia E_γ del fotone è associato un campo e.m. con frequenza $\omega = E/\hbar$; questo deve essere generato da un elettrone che oscilli con la stessa frequenza.
- Supponendo che un elettrone nell'atomo si comporti come un oscillatore armonico con frequenza ω , la sua accelerazione è $\mathbf{a} = -\omega^2 \mathbf{r}$ e dunque $a^2 = \omega^4 r^2$, dove r è dell'ordine delle dimensioni atomiche.



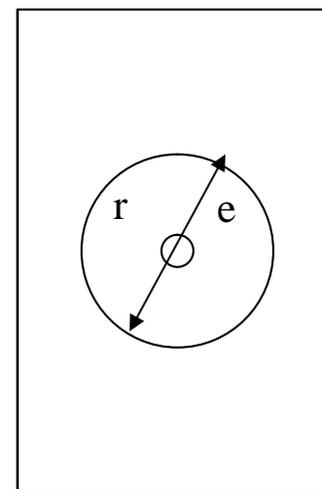
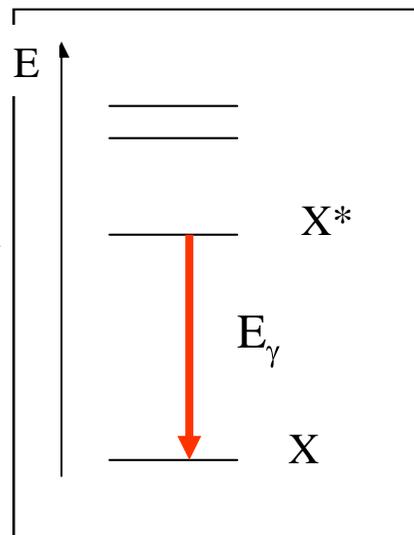
- Secondo la formula di Larmor,
- (1) $dE/dt = 2/3 (e^2/c^3) a^2$
- l'energia irradiata dall'elettrone nell'unità di tempo è:
- (2) $dE/dt = 2/3 (e^2/c^3) \omega^4 r^2.$
- Da questa posso calcolare il tempo τ perché l'elettrone emetta $\hbar\omega$, richiedendo
- (3) $dE/dt = \hbar\omega/\tau.$

Decadimenti di sistemi atomici (2)

- Dalla (2) e (3) ricavo

$$(4) \quad 1/\tau = \lambda = \frac{2}{3} (e^2/c^3 \hbar^4) E^3 r^2$$
- Sostituendo i valori numerici delle costanti fondamentali, esprimendo E in eV e r in Å, trovo:

$$(5) \quad 1/\tau = \lambda = 1.6 \cdot 10^6 \text{s}^{-1} (E/1\text{eV})^3 (r/1 \text{Å})^2$$
- Ponendo $r \approx 1 \text{Å}$, per una transizione nel visibile, $E=2\text{eV}$, si ha $\tau \approx 10^{-7} \text{s}$
- Questo risultato è stato ricavato usando la formula di Larmor, che è classica, nel senso che suppone velocità non relativistiche dell'elettrone e non considera processi quantistici.
- La prima condizione è soddisfatta per elettroni nei livelli esterni di atomi non troppo pesanti ($v \approx (e^2/\hbar) Z/n = \alpha c Z/n$).
- L'introduzione degli effetti quantistici è stata nella sostituzione $E = \hbar\omega$ e $dE/dt = \hbar\omega/\tau$ e può rendere conto degli ordini di grandezza osservati.

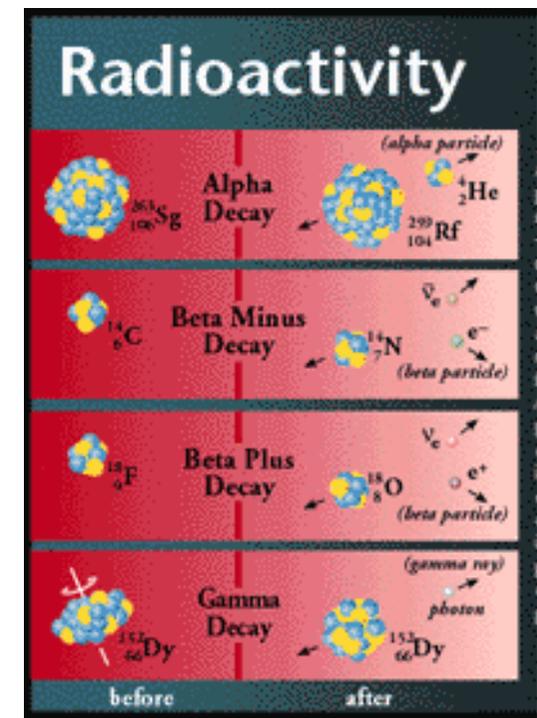
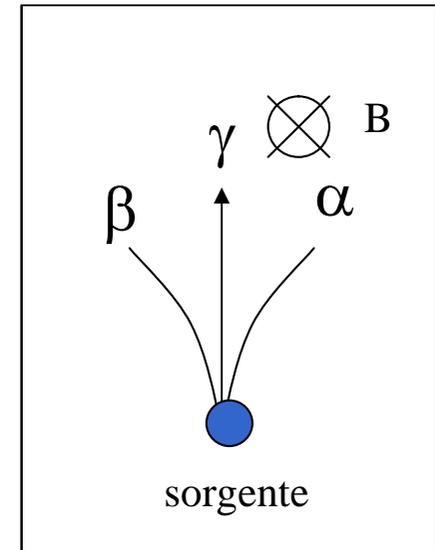


- Il modello descritto ci spiega con semplicità il fatto che atomi con dimensioni di $\approx 1 \text{Å}$ emettano fotoni con $\lambda \approx 10^3 \text{Å}$: un elettrone su un'orbita con $r=1 \text{Å}$ e $v=e^2/\hbar=\alpha c$ ha un periodo $T=2\pi r/v = 2\pi r/(\alpha c)$.
- Il campo oscillante generato ha lo stesso periodo, e dunque una lunghezza d'onda

$$\lambda = cT = r (2\pi/\alpha) \approx 10^3 \text{Å}$$

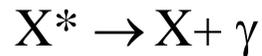
Decadimenti alfa, beta e gamma

- Alla fine dell'Ottocento, con la scoperta della radioattività naturale, si scoprirono tre tipi di decadimenti dei nuclei, caratterizzati dal modo in cui la radiazione veniva deflessa da un campo magnetico:
 - Decadimenti γ : venivano così chiamati quelli in cui la radiazione non veniva deflessa dal campo e.m. Oggi sappiamo che sono fotoni, cui è rimasto associato nella nomenclatura il termine/simbolo γ
 - Decadimenti α : la radiazione prodotta veniva deflessa come una carica positiva. Oggi sappiamo che sono nuclei di ${}^4\text{He}$, spesso ancora indicato col simbolo α .
 - Decadimenti β : la radiazione veniva deflessa come una carica negativa. Oggi sappiamo che la radiazione osservata sono elettroni, cui ancora è rimasto il nome di raggi β .
- Nelle prossime pagine studieremo in qualche dettaglio i decadimenti α e β e γ .



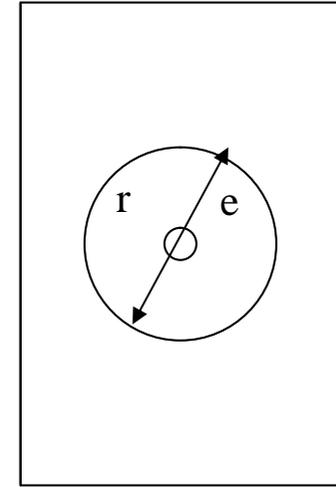
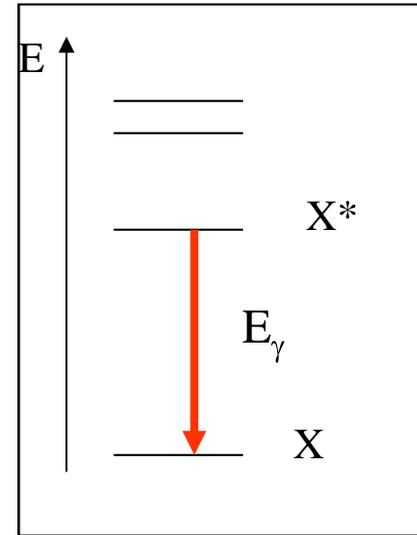
Decadimenti nucleari gamma

- I nuclei hanno livelli eccitati, con spaziature dell'ordine di qualche MeV, e si hanno processi di decadimento e.m.



qualitativamente analoghi a quelli degli atomi, con l'importante differenza che le energie dei fotoni sono **dell'ordine dei MeV e non di eV**.

- Che le energie siano di quest'ordine di grandezza è naturale conseguenza della scala delle dimensioni nucleari, $r_A = 1.1 \text{ fm } A^{1/3}$, e del principio di indeterminazione, che richiede a un protone in un nucleo di avere un impulso almeno di $p = \hbar/r_A$.
- Ne segue l'ordine di grandezza della velocità $v \approx p/m_p \approx \hbar/(m_p r_A)$ e della frequenza (angolare) $\omega = 2\pi/T \approx v/r_A \approx \hbar/(m_p r_A^2)$.



- Le energie della radiazione emessa saranno dunque dell'ordine

$$E_\gamma = \hbar \omega \approx \hbar^2 / (m_p r_n^2) = (\hbar c)^2 / (m_p c^2 r_A^2) \approx 40 A^{-2/3} \text{ MeV}.$$
- Usando la relazione (5) si trova il tipico ordine di grandezza dei tempi di decadimento nucleari. Infatti, possiamo riscriverla come:

$$1/\tau = \lambda = 1.6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} (E_\gamma / 1 \text{ MeV})^3 (r_A / 1 \text{ fm})^2$$
 ponendo $E = 1 \text{ MeV}$ e $r = 1 \text{ fm}$ si trova

$$\tau \approx 10^{-14} \text{ s}.$$

Decadimenti α : Introduzione

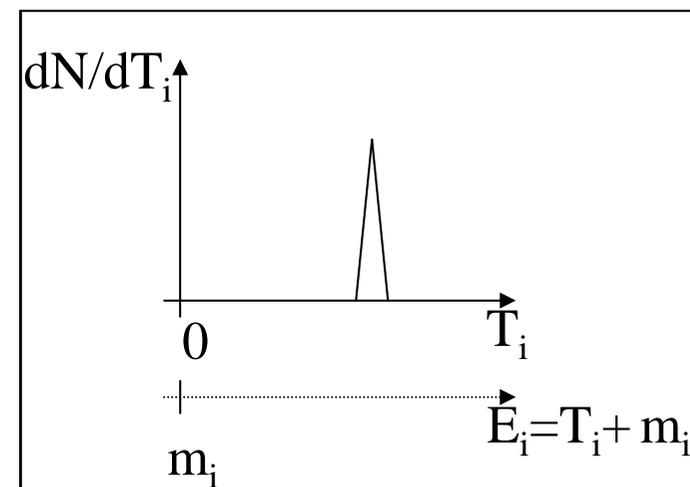
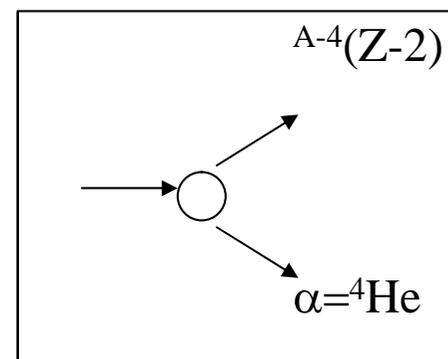
- Il processo: ${}^A_Z \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} + {}^4_2\text{He}$ costituisce il modo principale di decadimento di nuclei pesanti*.
- Avviene per quei nuclei in cui:

$$Q = M_A - M_{A-4} - M_\alpha > 0$$

- Trattandosi di un decadimento a due corpi, l'energia della particella α ($= {}^4_2\text{He}$) è fissata, in termini delle masse degli altri due nuclei.
- Poiché il nucleo che accompagna la particella α è molto più pesante, ho con buona approssimazione:

$$T_\alpha = M_A - M_{A-4} - M_\alpha$$

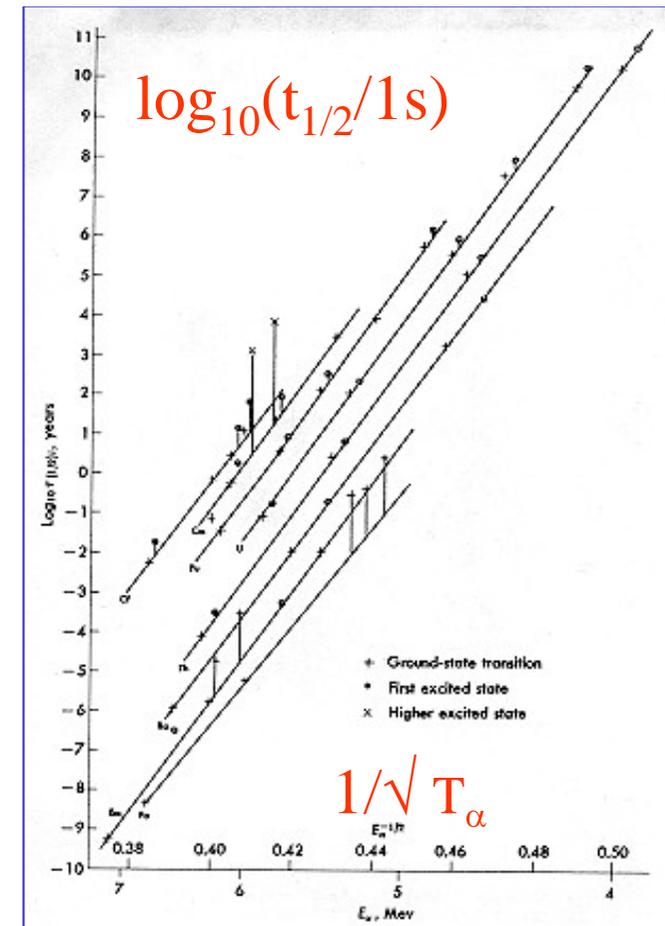
- Le energie cinetiche dell' α sono dell'ordine di qualche MeV.
- Ne segue che è lecito usare, con buona approssimazione, la cinematica classica, cioè per ciascun nucleo coinvolto: $T = p^2/2m$



* Notazioni: Per individuare un nucleo occorre dare Z ed $A=Z+N$; dare il simbolo chimico dell'elemento corrisponde a fissare Z , ma non determina A ; così ${}^3\text{He}$ e ${}^4\text{He}$ denotano due isotopi con $Z=2$ e diverso numero di neutroni.

Decadimenti α : andamento delle vite medie

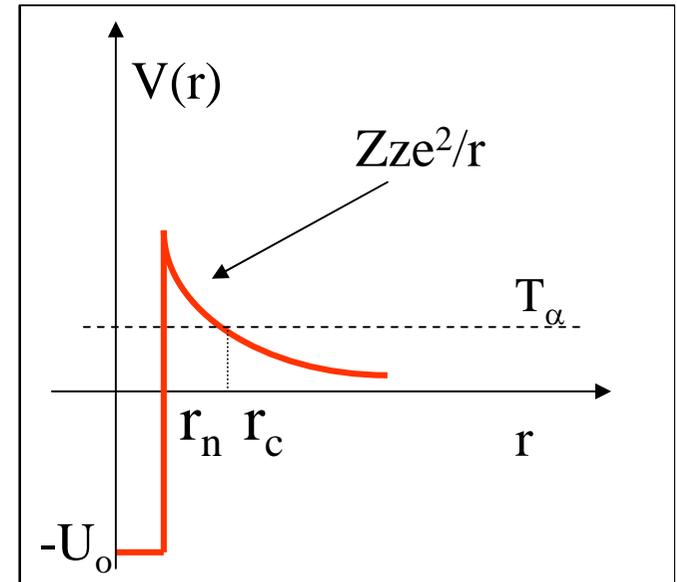
- Esistono nuclei i cui tempi di dimezzamento sono confrontabili o maggiori dell'età della terra ($t_{\text{terra}}=4.5 \cdot 10^9$ anni):
 - $t_{1/2}(^{232}\text{Th})= 15 \cdot 10^9$ anni
 - $t_{1/2}(^{238}\text{U})= 4.5 \cdot 10^9$ anni
 - $t_{1/2}(^{235}\text{U})= 7.1 \cdot 10^8$ anni
- Questi nuclei, prodotti nelle esplosioni di supernove antecedenti la formazione del sistema solare, sono ancora sulla terra e costituiscono, assieme al ^{40}K , la sorgente della radioattività naturale.
- Si osserva che i tempi di decadimento dei processi α dipendono fortemente dall'energia cinetica dell' α .
- Ad es.* $t_{1/2}(^{232}\text{Th})= 4.4 \cdot 10^{17}\text{s}$ con $T_\alpha=4.08\text{MeV}$ mentre $t_{1/2}(^{222}\text{Th})= 2.8 \cdot 10^{-3}\text{s}$ e $T_\alpha= 8.13\text{MeV}$, quindi a un fattore 2 in T_α corrispondono 20 ordini di grandezza in $t_{1/2}$.
- La legge di Geiger-Nuttall, $\log t_{1/2}=a+bT_\alpha^{-1/2}$, fornisce una parametrizzazione dei dati valida su molti ordini di grandezza.
- L'interpretazione della legge di Geiger-Nuttall, in termini di effetto tunnel, dovuta a Gamow e Condon, è uno degli importanti successi della meccanica quantistica.
- *E' utile ricordare che $1 \text{ anno}= 3.15 \cdot 10^7\text{s}$



I decadimenti α e l'effetto tunnel

- Possiamo interpretare il moto della particella α (carica z) nel campo del resto del nucleo (carica Z) in termini di un potenziale con le seguenti caratteristiche:
- 1) per $r < r_{\text{nuc}}$, una buca attrattiva, dovuta alle interazioni forti, nella quale la particella α effettua un moto oscillante.
- 2) per $r > r_{\text{nuc}}$, un potenziale che descriva la repulsione Coulombiana $V = Zze^2/r$.
- L'energia totale della particella α (T_α) è inferiore all'altezza della barriera ($V_{\text{max}} = Zze^2/r_n \approx Zz\text{MeV} \gg T_\alpha$).
- Classicamente, la particella è confinata entro r_n e può uscirne solo per effetto tunnel.
- La velocità di decadimento λ è data dal prodotto dalla frequenza degli urti contro la barriera (ν) per la probabilità di attraversare la barriera P :

$$\lambda = \nu P.$$



- Per calcolare ν , osservo che all'interno della buca ho un moto libero con energia cinetica $T' = T_\alpha + U_0$ con $U_0 \gg T_\alpha$, dunque la velocità è $v_0 \approx (2U_0/m_\alpha)^{1/2}$ e la frequenza degli urti con la parete è

$$\nu \approx v_0 / r_{\text{nuc}}$$

- Questo termine non dipende da T_α nell'approssimazione $U_0 \gg T_\alpha$.

Per $U_0 \approx 30\text{MeV}$ e $r_{\text{nu}} \approx 10\text{ fm}$ ho

$$\nu \approx 10^9\text{ cm/s} \quad \text{e} \quad \nu \approx 10^{21}/\text{s}.$$

- E' il piccolo valore della prob. di attraversamento P che rende conto dei tempi di decadimento macroscopici.

Calcolo della probabilità di attraversamento di una barriera (1)

- In un problema unidimensionale, il coefficiente di penetrazione P può essere calcolato per un'arbitraria forma del potenziale $V(x)$ nell'approssimazione semiclassica, detta WKB.
- Consideriamo il moto di una particella di massa m ed energia T , incidente da sinistra sulla barriera, i cui punti classici di inversione, cioè le soluzioni di $V(x)=E$, siano x_1 e x_2 . Definisco il coefficiente di penetrazione come:

$$P = \frac{|\Psi(x_2)|^2}{|\Psi(x_1)|^2}$$

- Posto $\Psi(x) = \exp \sigma(x)$ dall'equazione di Schroedinger

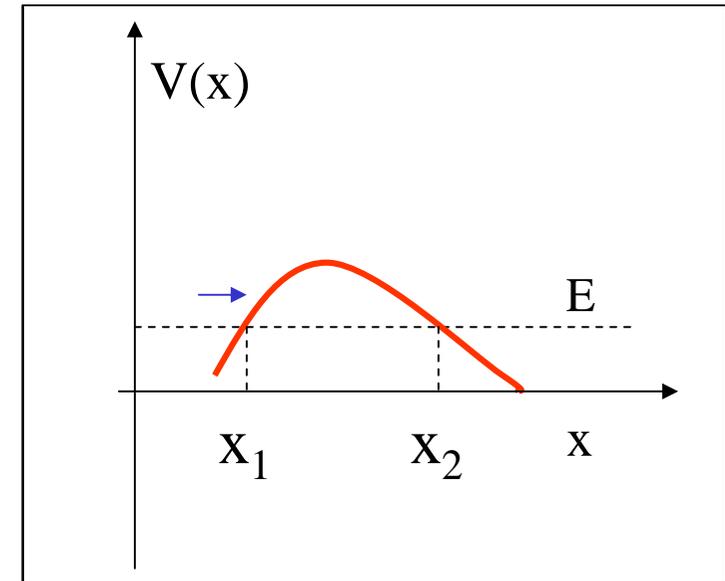
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Psi'' + V\Psi = E\Psi$$

si ricava un'equazione per σ :

$$\frac{\hbar^2}{2m} (\sigma'^2 + \sigma'') = V - E$$

- L'approssimazione (corrispondente a supporre che il potenziale vari lentamente) consiste nel trascurare σ'' e quindi risolvere:

$$\sigma'^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V - E)$$



Calcolo della probabilità di attraversamento di una barriera(2)

- Studiamo il moto all'interno della barriera. Per $x_1 < x < x_2$ si ha $V-E > 0$, e quindi, trascurando il termine σ'' :

$$\sigma' = \pm [2m(V(x)-E)]^{1/2}/\hbar$$

da cui si ricava

$$(1) \quad \sigma(x) = \pm \int_a^x dx' [2m(V(x')-E)]^{1/2}/\hbar$$

- Delle due soluzioni, quella fisicamente accettabile all'interno della barriera, dunque si sceglie (-)

- A questo punto posso riscrivere la (1) come:

$$\sigma(x) = A - \int_{x_1}^x dx' \{ [2m(V(x')-E)]^{1/2}/\hbar \}$$

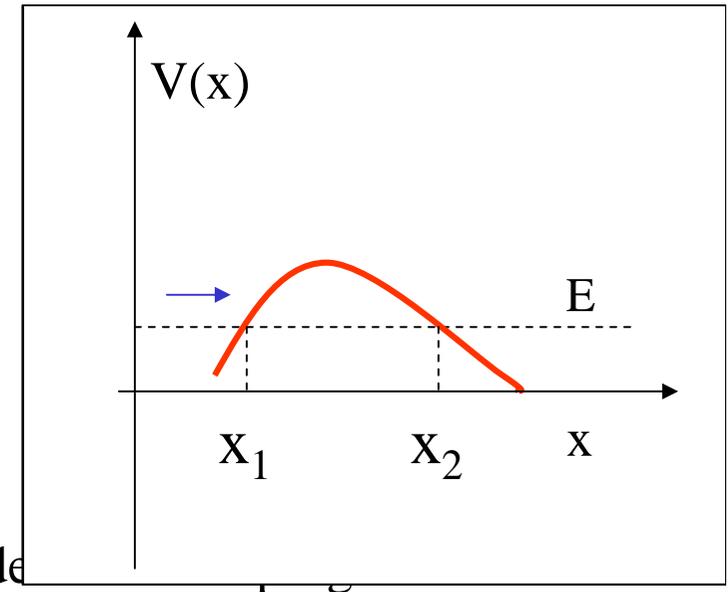
- Si determina la costante di integrazione A dalla condizione di continuità in x_1 :

$$\Psi(x) = \Psi(x_1) \exp\left\{-\int_{x_1}^x dx' [2m(V(x')-E)]^{1/2}/\hbar\right\}$$

- Questo permette il calcolo della $\Psi(x_2)$ e quindi del coefficiente di penetrazione:

$$P = |\Psi(x_2)|^2 / |\Psi(x_1)|^2 = \exp\left\{-(2/\hbar) \int_{x_1}^{x_2} dx [2m(V(x)-E)]^{1/2}\right\}$$

- Questo è il risultato cercato.
- Evidentemente l'attraversamento della barriera è un effetto quantistico, la cui probabilità è esponenzialmente piccola quando l'integrale di azione è grande rispetto ad \hbar .



Calcolo della probabilità di tunnel della particella α

- Il moto radiale della particella α può essere trattato come un moto unidimensionale, da cui :

$$P = \exp\{-2 \int_{r_n}^{r_c} dr [2m_\alpha (V(r) - T_\alpha)]^{1/2} / \hbar\} = \exp\{-2 \int_{r_n}^{r_c} dr [2m_\alpha (V(r) - V(r_c))]^{1/2} / \hbar\}.$$

- Esplicitando $V = Zze^2/r$ e trasformando la variabile di integrazione in $x = r/r_c$ si ha:

$$P = \exp\{-2 (2m_\alpha Zze^2 r_c / \hbar^2)^{1/2} \int_{r_n/r_c}^1 dx [1/x - 1]^{1/2}\}.$$

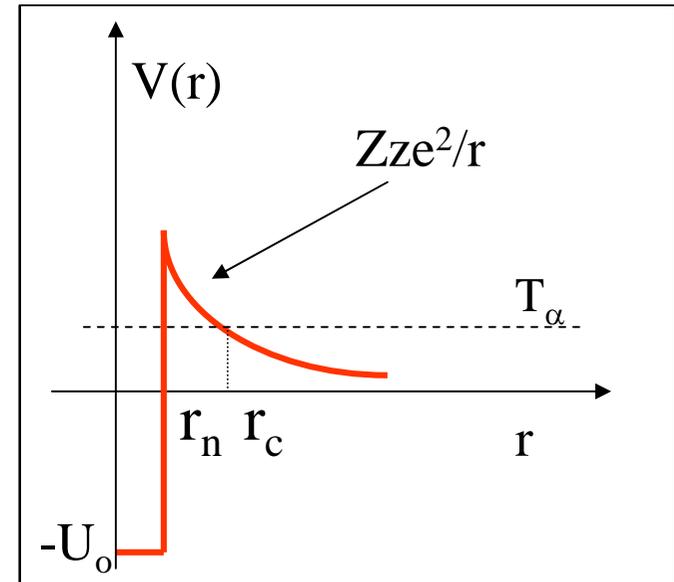
- Osservando che $r_n \ll r_c$ si può approssimare l'estremo inferiore con 0.

- Poiché $\int_0^1 dx [1/x - 1]^{1/2} = \pi/2$ si trova $P = \exp\{-2 (2m_\alpha Zze^2 r_c / \hbar^2)^{1/2} \pi/2\}$ da cui:

$$P = \exp\{-2\pi v_o / v_\alpha\}$$

dove:

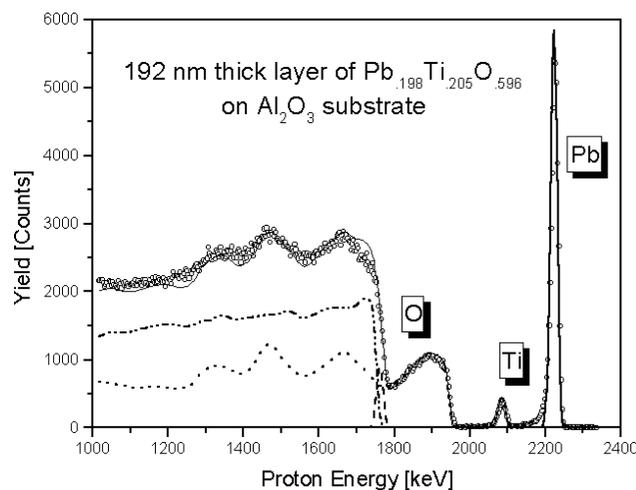
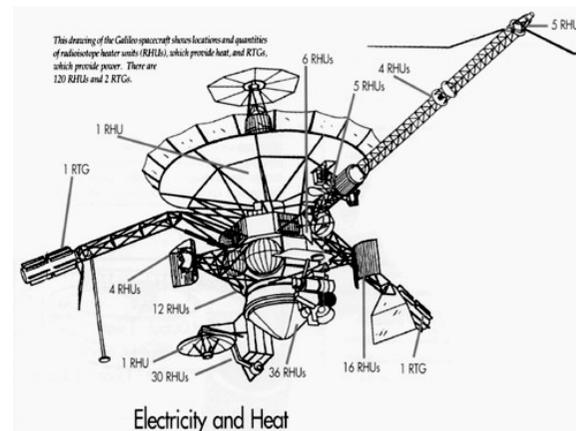
- $v_o = Zze^2 / \hbar$ è la scala di velocità del problema coulombiano con cariche Z e z
- $v_\alpha = (2T_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$ è la velocità finale della particella α
- Da osservare che P dipende esponenzialmente da $1/v_\alpha$ e dunque esponenzialmente da $1/\sqrt{T_\alpha}$.
- Ponendo $\lambda = v P$, usando la (1) e passando al logaritmo, si trova la legge di Geiger Nuttal, ($\ln \lambda = \alpha - \beta / \sqrt{T_\alpha}$) e si determinano i coefficienti ($\alpha = \ln v$, $\beta = 2\pi z Z e^2 M / 2^{1/2} / \hbar$) in accordo con i dati sperimentali.



$$P = \exp\{-2 \int_{x_1}^{x_2} dx [2m(V(x) - E)]^{1/2} / \hbar\}$$

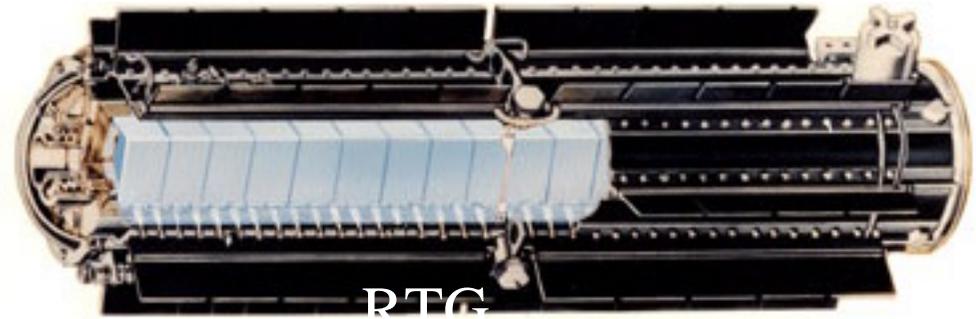
Applicazioni del decadimento alfa

- Il decadimento alfa ha una serie di importanti applicazioni, fra cui:
- Sorgente di energia:
 - satelliti, pacemakers
- Datazioni:
 - rocce terrestri, sistema solare, galassia
- Analisi di superfici (scattering Rutherford all'indietro):
 - componenti elettronici, superfici di oggetti d'arte
- Le pagine successive discutono alcune di queste applicazioni



Il decadimento alfa come sorgente di energia

- L'energia liberata in decadimenti alfa è usata per produrre calore (RHU=Radioisotopic Heat Unit) ed elettricità (RTG=Radioisotope Thermoelectric Generator) nello spazio, in quelle missioni in cui non è sufficiente l'energia solare.
- Si usa comunemente ^{238}Pu il cui tempo di dimezzamento ($t_{1/2}=86\text{anni}$) è sufficientemente lungo per avere una potenza costante su lunghi periodi.
- Dal Q valore del decadimento, $Q=5.6\text{MeV}$, si può facilmente calcolare il calore P prodotto per unità di massa e di tempo.



Il numero di decadimenti nell'unità di tempo è :

$$A = N/\tau = N_0/\tau \exp(-t/\tau) \cong N_0/\tau = (M/m_{\text{Pu}}) / \tau$$

da cui si ricava il numero di decadimenti per unità di tempo e di massa (attività):

$$(1) A_s = A/M = 6 \cdot 10^{11} \text{ dec/s/g}$$

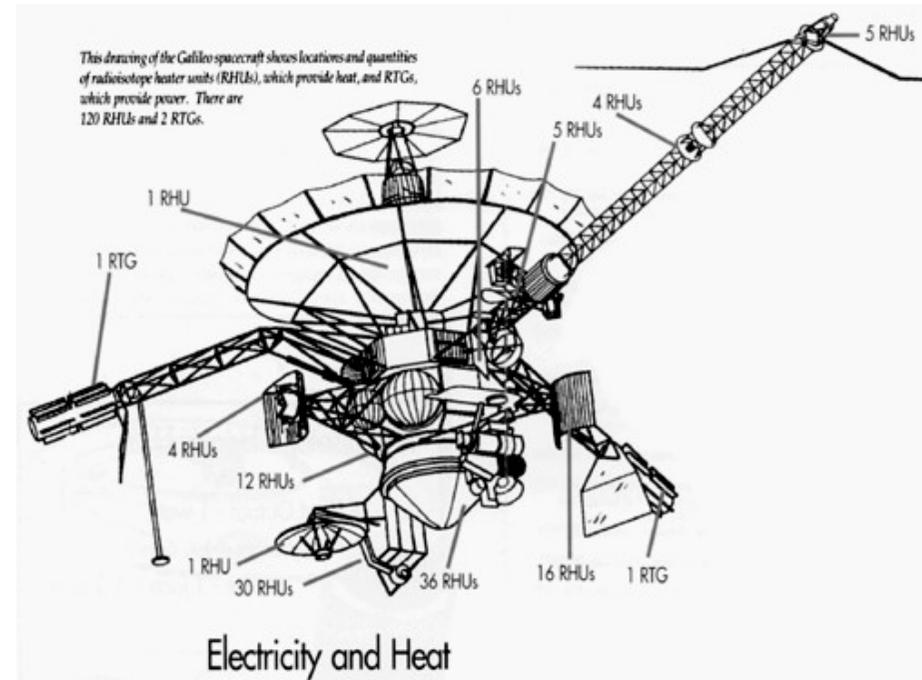
La potenza specifica $P_s = QA_s$ è dunque:

$$(2) P_s = 0.6 \text{ W/g}$$

• Con masse di centinaia di grammi si ha una sorgente sufficiente per dare potenza a circuiti elettrici, stabile e con una durata confrontabile col tempo di decadimento.

Sorgenti di calore e di energia sulla sonda Galileo*

- Galileo lifted into space in October 1989 aboard the space shuttle Atlantis. Its mission involves a scheduled eight-year, deep-space voyage to the solar system's largest planet, Jupiter, and its four major moons.
 - The spacecraft will go into orbit around Jupiter and conduct detailed investigation of this system. Scientists are intensely interested in Jupiter. Unlike Earth and other planets, Jupiter has kept much of its original composition and can enhance our understanding of the solar system's origins.
 - Two RTGs provide electrical power to drive the Galileo spacecraft and its instruments. Each RTG produces about 285 watts of electricity at the beginning of the mission. One hundred and twenty small RHUs protect the craft's sensitive instruments from damage in the cold vacuum of outer space, which can reach -400 degrees Fahrenheit.
 - The Galileo orbiter's two RTGs provide all the electrical energy the spacecraft requires. The heater units are small, barrel-shaped devices that contain a plutonium-238 dioxide ceramic pellet much like the fuel pellets used in RTGs. The heater units are designed and tested to contain their radioactive fuel during all normal and accident conditions. Eighty-four of these units are placed at various locations on the orbiter to heat its instruments, and 36 are located on the atmospheric probe. Each heater unit produces about 1 watt of heat -- about as much as a miniature Christmas tree bulb. But, it is enough to protect the instruments from the cold.
- *http://www.nuc.umn.edu/nuclear_facts/spacepower/spacepower.html



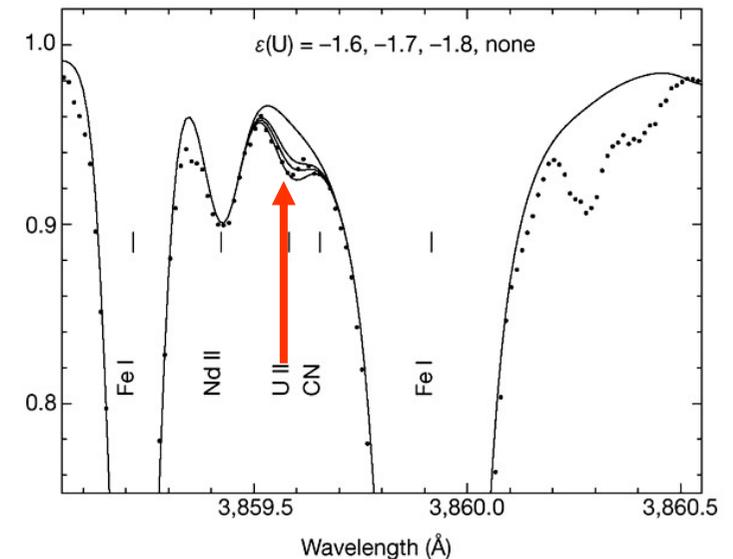
L'età della Galassia*

- Recentemente è stata effettuata una determinazione diretta dell'età della Galassia, misurando le abbondanze relative di ^{238}U e ^{232}Th in una stella molto antica (come testimoniato dalla carenza di elementi oltre H e He), formatasi all'inizio della Galassia.
- Un'esplosione di supernova ($t=0$), poco precedente alla formazione della stella, avrà prodotto l'Uranio e il Torio, le cui abbondanze sono evolute fino ad oggi (t) secondo:

$$N(\text{Th}) = N_0(\text{Th}) \exp(-\lambda_{\text{Th}} t) \quad N(\text{U}) = N_0(\text{U}) \exp(-\lambda_{\text{U}} t)$$

da cui segue:

- $t = \{ \ln [N(\text{U}) / N(\text{Th})] - \ln [N_0(\text{U}) / N_0(\text{Th})] \} / (\lambda_{\text{U}} - \lambda_{\text{Th}})$
- Nelle esplosioni di supernovae, ^{238}U e ^{232}Th vengono prodotti con abbondanze confrontabili, quindi a $t=0$: $N_0(\text{U})/N_0(\text{Th}) \approx 1$
- Ne segue che dalla misura dell'abbondanza odierna $N(\text{U}) / N(\text{Th}) = 0.18$ [con un errore del 14%] si può dedurre il tempo trascorso dalla formazione di questi elementi, $t = 15 \cdot 10^9$ anni (con un errore di circa $3 \cdot 10^9$ anni tenendo conto dell'incertezza osservativa e di quella teorica sul rapporto iniziale U/Th).
- * *Nature* **409**, 691 - 692 (2001);



Il metodo della datazione con isotopi radioattivi

- Nell' esempio precedente, per determinare l'età abbiamo supposto note le abbondanze iniziali.
- Questa ipotesi si può evitare se si hanno ulteriori informazioni.
- Consideriamo un decadimento che trasformi un nucleo genitore (P) in un nucleo figlia (D), stabile, con una velocità di decadimento λ :



- Le abbondanze dei due nuclei evolveranno secondo:

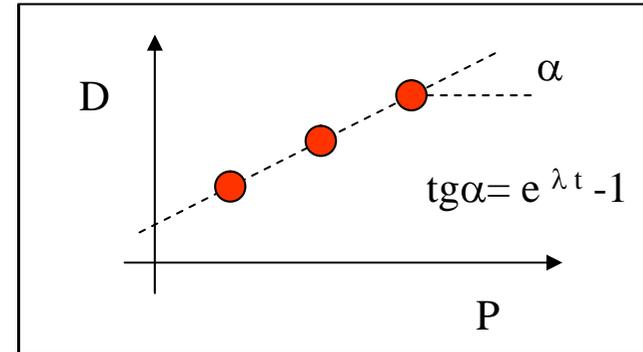
$$(1) P(t) = P_0 e^{-\lambda t}$$

$$(2) D(t) = D_0 + P_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

dove P_0 e D_0 sono le popolazioni iniziali
Sostituendo (1) in (2) trovo

$$D(t) = D_0 + P(t) (e^{\lambda t} - 1)$$

- Se si misura D e P in campioni diversi ma che hanno la stessa età, sarà diverso P_0 , ma ci dovrà essere comunque una relazione lineare fra le due quantità, la cui pendenza determina l'età del campione.



- Da notare che:
- i) suppongo che il materiale, nella sua storia, abbia conservato D e P, cioè il sistema sia “chiuso”
- 2) Le stesse equazioni valgono per P e D se ho una catena di decadimenti “



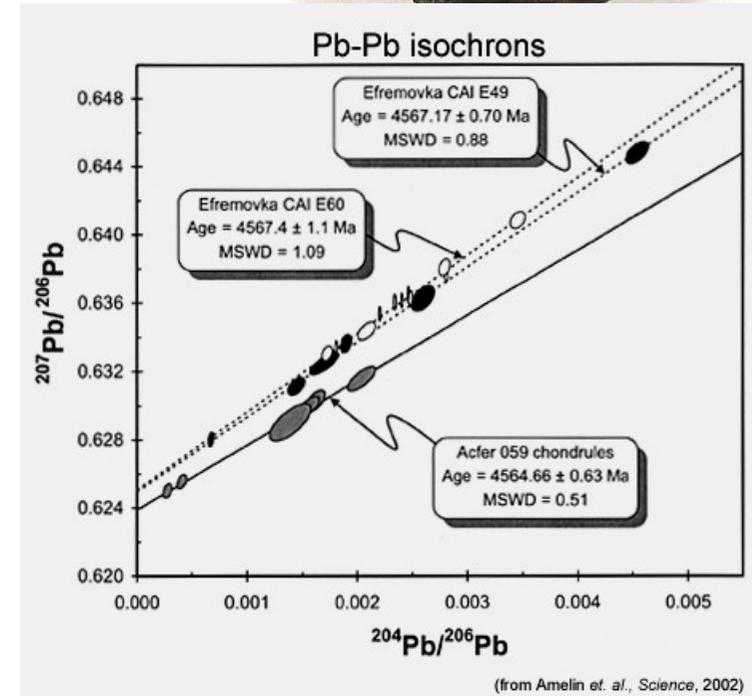
....



all' equilibrio secolare”, cioè dopo tempi lunghi rispetto ai tempi dei processi intermedi.

Datazioni nel sistema solare

- La datazione di rocce terrestri, o del sistema solare, consiste nel determinare il tempo trascorso da quando ($t=0$) il materiale è condensato.
- Si misurano le abbondanze odierne dei nuclei radioattivi (es. ^{235}U , ^{238}U , ^{232}Th) e/o delle loro figlie.
- Il metodo migliore è quello di confrontare isotopi dello stesso nucleo, perché – se ci sono state perdite - sono sottratti in uguale quantità dal campione*.
- Il metodo Pb-Pb consiste nello studiare le abbondanze relative di tre isotopi del piombo:
 - A) ^{207}Pb , proveniente da ^{235}U
 - B) ^{206}Pb , proveniente da ^{238}U
 - C) ^{204}Pb , non radiogenico
- Si può stabilire una correlazione lineare fra le abbondanze, dalla cui pendenza si ricava l'età del campione.
- *È importante osservare che la chimica riconosce gli elementi, ma non gli isotopi, che dunque hanno avuto la stessa storia nel materiale



- I meteoriti più antichi hanno età di $4.57 \cdot 10^9$ anni
- I valori per la datazione della terra oscillano fra $4.52\text{-}4.58 \cdot 10^9$ anni

Rutherford Back Scattering

- Una importante applicazione di emettitori α consiste nell'analisi di elementi in superficie.
- Le α (massa m) emesse da una sorgente radioattiva con energia cinetica T sono deflesse da un nucleo di massa M contro cui vanno a urtare.
- Trattandosi di un urto elastico, l'energia cinetica T' delle α dopo l'urto dipende in maniera univoca dall'angolo di deviazione e dal rapporto delle masse $r=m/M$ del nucleo. Nel caso di scattering all'indietro:

$$\Delta T = T - T' = T \frac{4r}{(1+r)^2}.$$

- Dalla misura di ΔT si ricava r e dunque la massa del nucleo contro cui è avvenuto l'urto. Il numero dei conteggi osservati in funzione di ΔT permette di risalire alle abbondanze dei vari elementi
- È un metodo di analisi non distruttiva delle superfici, ampiamente utilizzato (materiali per l'elettronica, superfici di opere d'arte, superfici di oggetti nel sistema solare non altrimenti raggiungibili).

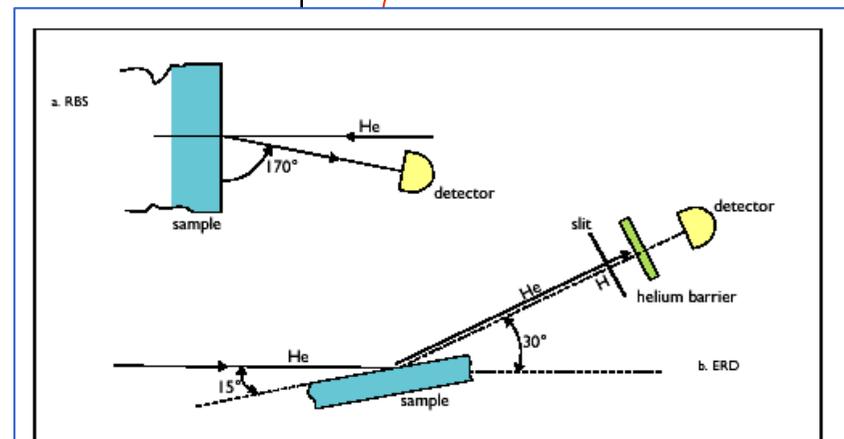
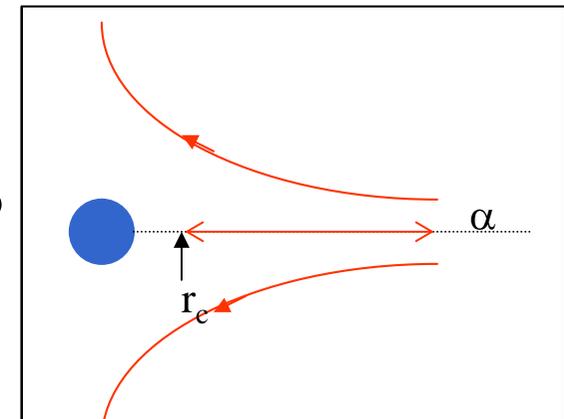
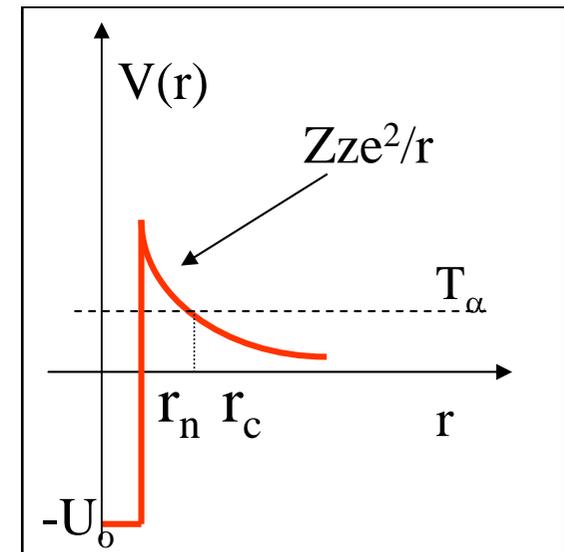
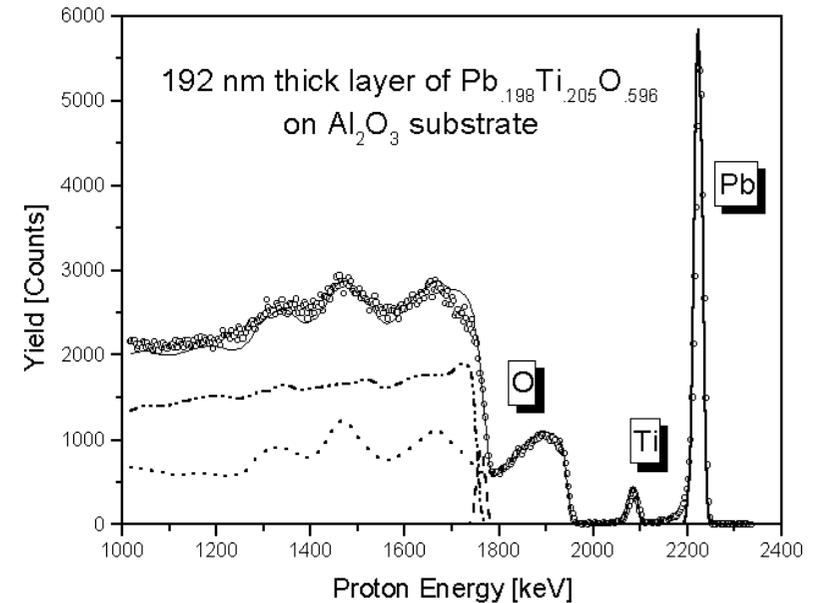


Fig. 1: Scattering geometry in a. RBS and b. ERD

Applicazioni del Rutherford Back Scattering

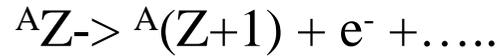
- Rutherford back-scattering technique (RBS) [1] is an analytical tool that uses elastic scattering of 0.1-3 MeV charged particles to analyze the surface and the outer few micrometers of solids.
- A typical RBS system consists of an accelerator and scattering chamber with sample manipulators and particle detectors. In our RBS system the samples are bombarded with 1-3 MeV protons or alpha particles from a Van de Graaff electrostatic accelerator and the scattered particles are detected by surface barrier detector.
- The signal from the detector is processed by common nuclear electronics and the particle energy spectra are stored in a computer based multichannel analyser. The data evaluation is accomplished using standard procedures and computer codes.
- The advantage of the RBS technique lies in the quantitative analysis of major and minor constituents lying in the first 0.5 to 2.0 micrometers of a material.
- Depending on the sample structure and composition, the detection limits vary from 10^{11} to 10^{15} at. cm^{-2} for heavy and light elements respectively.
- The depth distribution of constituents can be reconstructed with a depth resolution of 10-20 nm.



- The RBS technique is non-destructive since the erosion and the radiation degradation of the sample material by the particle impact is negligible.
- Since the samples are situated in vacuum the possibility of RBS analyses of materials comprising volatile components is strongly limited.
- The most extensive use of the RBS technique is in the field of electrical and optical materials, special coatings and in the study of various physico-chemical processes on the solid surface

Decadimenti beta: gli spettri

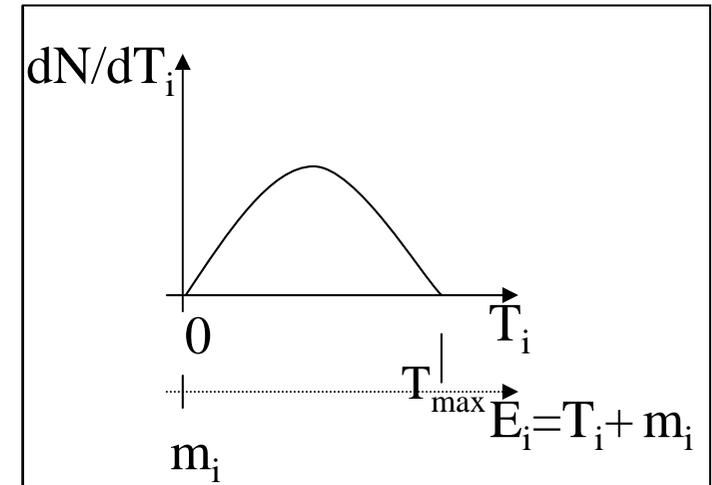
- Nel decadimento β si osserva una trasformazione del tipo :



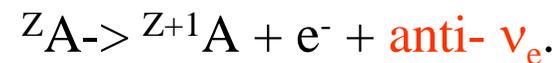
- Lo spettro degli elettroni prodotti nel decadimento è continuo e l'energia cinetica si estende -nei limiti dell'accuratezza sperimentale - fino ad un valore dell'energia cinetica:

$$T_{\max} = M_i - M_f - m_e$$

- La conservazione dell'energia richiede che il decadimento sia accompagnato da una particella, con massa nulla, o comunque minore della risoluzione energetica nell'esperimento.
- La conservazione del momento angolare richiede che questa particella porti spin semintero.
- Per la conservazione della carica elettrica deve essere neutra.



- Poiché non cede energia al rivelatore deve essere penetrante, cioè avere interazioni più deboli di e , γ e nuclei che verrebbero comunque rivelati.
- Chiamiamo questa particella anti- ν_e e scriviamo:

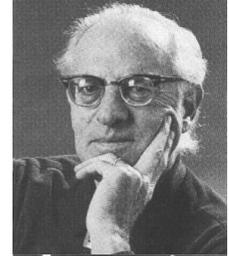
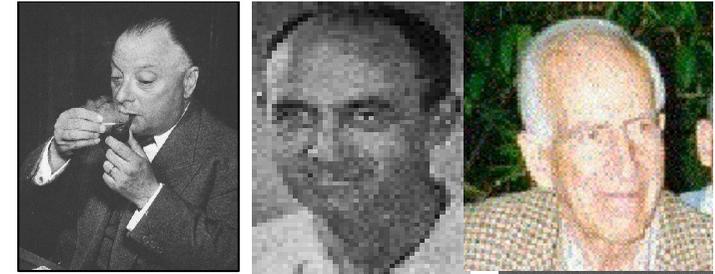


- Il neutrino, ipotizzato da Pauli nel 1930, descritto quantitativamente da Fermi nel 1932, venne per la prima volta rivelato da Reines e Cowan nel 1950.

Una breve storia del neutrino*

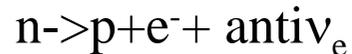
- 1898** Discovery of the radioactivity
- 1926** Problem with beta radioactivity
- 1930** Pauli invents the neutrino particle
- 1932** Fermi baptizes the neutrino and builds the theory of weak interaction
- 1946** Pontecorvo program of neutrino detection
- 1956** First observation of the neutrino by an experiment
- 1957** Pontecorvo: oscillazioni di neutrino
- 1962** Discovery of an other type of neutrino: ν_{μ}
- 1970** Davis experiment opens the solar neutrino puzzle
- 1974** Discovery of neutral currents thanks to the neutrinos
- 1987** Neutrinos from SN 1987A
- 1991** LEP experiments show that there are only three light neutrinos
- 1992** Missing solar neutrinos confirmed by GALLEX
- 2000** ν_{τ} observed
- 2001** SNO closes the solar neutrino puzzles, by directly proving the transformation of solar neutrinos
- 2002** Kamland observes transmutation of man made (reactor) neutrinos

*<http://wwwlapp.in2p3.fr/neutrinos/aneut.html#resume>



Decadimenti β : le vite medie

- I nuclei che decadono β hanno vite medie fra 10^{-3} e 10^{23} s. Sono tempi ben più lunghi di quelli di un processo di decadimento e.m. e dunque associati all' interazione debole.
- Il più semplice decadimento β e' quello del neutrone libero :



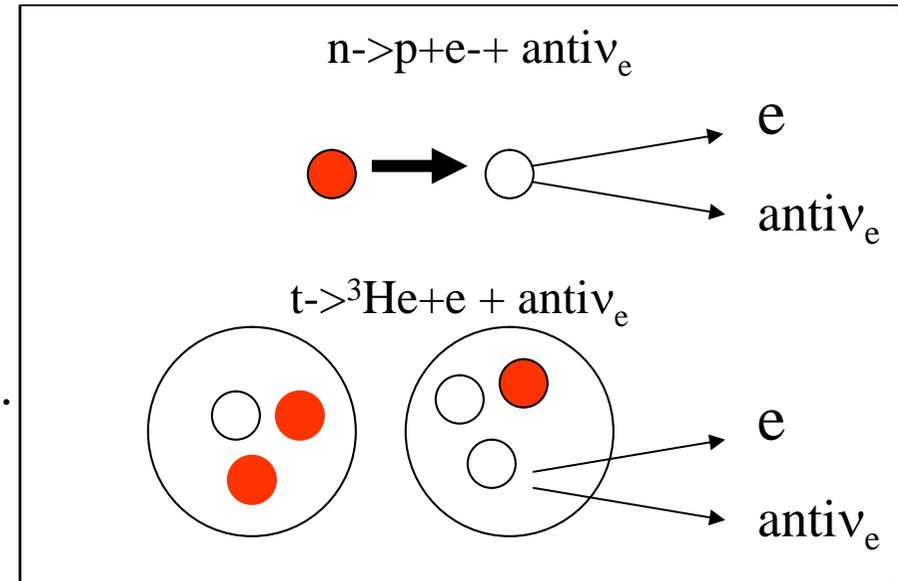
Il processo è possibile poiché

$$Q = m_n - m_p - m_e = 0.78 \text{ MeV} > 0.$$

- La vita media del neutrone è :

$$\tau_n = 886 \pm 1 \text{ s}$$

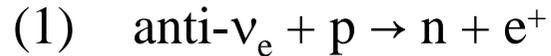
- Il decadimento β di un nucleo è sostanzialmente lo stesso processo, ma il suo andamento è determinato dalle energie di legame dei p e n nel nucleo, che determinano il Q valore della reazione.



- Il n è stabile nel $d=(p,n)$, poiché' :
 $Q = m_d - 2m_p - m_e < 0.$
- Nel trizio, $t=(pnn)$, si ha
 $Q = m_t - m_{^3\text{He}} - m_e = 18.6 \text{ keV}$
 e il nucleo è instabile:
 $t \rightarrow ^3\text{He} + e + \text{antiv}_e$
 con $\tau_t = 17.9$ anni.

Il processo beta-inverso e la rivelazione degli antineutrini

- La rivelazione di antineutrini, cioè dei prodotti di loro interazioni, fu effettuata per la prima volta nel 1950, osservando un processo che è sostanzialmente l'inverso del decadimento β del neutrone e che ancora oggi rappresenta il modo classico di studio di queste particelle :

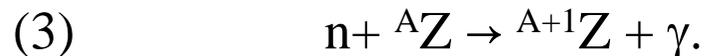


- Il positrone, la particella leggera dello stato finale, porta con sé (quasi) tutta l'energia disponibile nel processo, la sua energia cinetica essendo $T_e = E_\nu + m_p - m_n - m_e = E_\nu - 1.8\text{MeV}$. Il processo è dunque possibile per antineutrini con $E_\nu > 1.8\text{MeV}$.
- Nel bersaglio, il positrone rallenta e annichila su un elettrone,



e si ha quindi un primo segnale, due fotoni in direzioni opposte e ciascuno con $E = m_e$

- Il neutrone viene rallentato dagli urti fino ad energie termiche (in tempi Δt dell'ordine di decine di μs in un liquido); se nel bersaglio è presente un assorbitore di neutroni ${}^Z\text{A}$, può essere identificato dal γ emesso mediante la cattura:

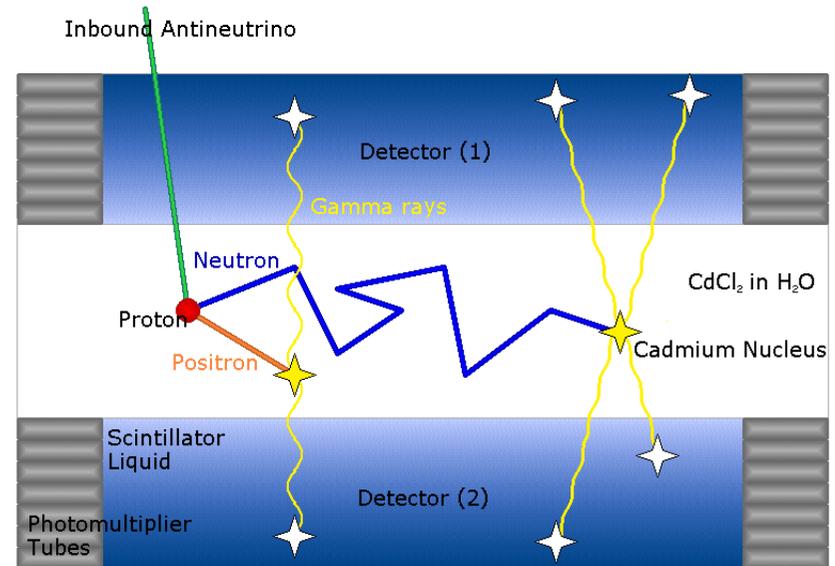


- La presenza del γ di cattura ritardato rispetto al segnale dell'annichilazione è caratteristica e distintiva dell'interazione dell'antineutrino: si hanno molti conteggi di fondo (dovuti a cosmici e/o radioattività naturale) corrispondenti a (2) o (3), ma molti di meno se si richiede sia (2) che (3).

L'esperimento di Reines e Cowan (1)

- 1) $\text{anti-}\nu_e + p \rightarrow n + e^+$
- 2) $e^+ + e^- \rightarrow 2 \gamma$
- 3) $n + {}^A_Z \rightarrow {}^{A+1}_Z + \gamma$

- Come sorgente di anti- ν_e usavano i nuclei instabili prodotti mediante reazioni di fissione in un reattore nucleare (in cui si producono - in media - 6 anti- ν_e per ciascuna fissione). Lo spettro energetico è continuo, con un massimo intorno a 6 MeV. Fuori dal nocciolo di un reattore di potenza si hanno flussi $\Phi \approx 10^{13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.
- Come bersaglio usavano 200 litri di acqua contenente un numero $N_p \approx 10^{28}$ di protoni "liberi" cioè in atomi di H, bersaglio per la reazione (1)
- Nell'acqua era dissolto un sale di Cadmio, un nucleo con grossa sezione d'urto per cattura di neutroni, in modo da poter rivelarli mediante (3)
- Il bersaglio era circondato da scintillatore liquido cui erano accoppiati dei fotomoltiplicatori, per rivelare i 2 γ di annichilazione (2) e il γ di cattura (3)



- Il rivelatore era situato a una dozzina di metri dal nocciolo del reattore e una dozzina di metri sotto terra, per avere uno schermo dai raggi cosmici
- Reines e Cowan, selezionavano gli eventi in cui compariva sia (2) che (3).

Reines e Cowan (2)*

- Potevano confrontare il segnale con quello che ottenevano quando il reattore era spento, separando dunque gli eventi di anti-neutrino dal fondo
- **In questo modo poterono determinare che gli eventi dovuti agli neutrini, che erano circa 3 all'ora**

$$\nu \approx 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

- Poterono inoltre determinare l'efficienza di rivelazione complessiva $\varepsilon \approx 10\%$
- Da questi dati possiamo anche ricavare la sezione d'urto σ di (1), poiché $\nu = \varepsilon \Phi \sigma N_p$:

$$\sigma = \nu / \varepsilon \Phi N_p \approx 10^{-43} \text{ cm}^2$$

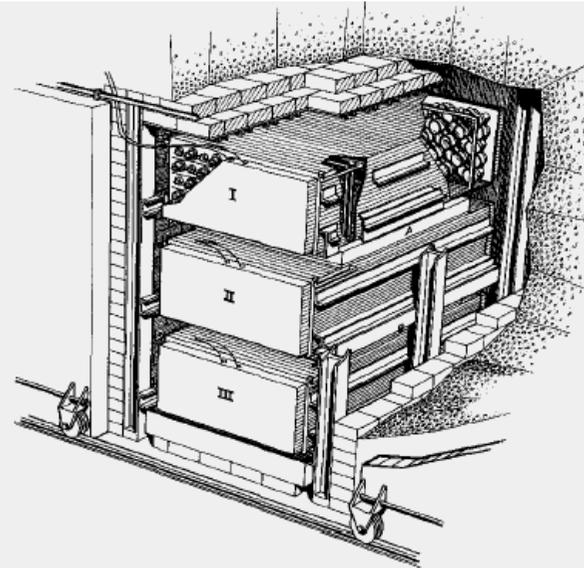


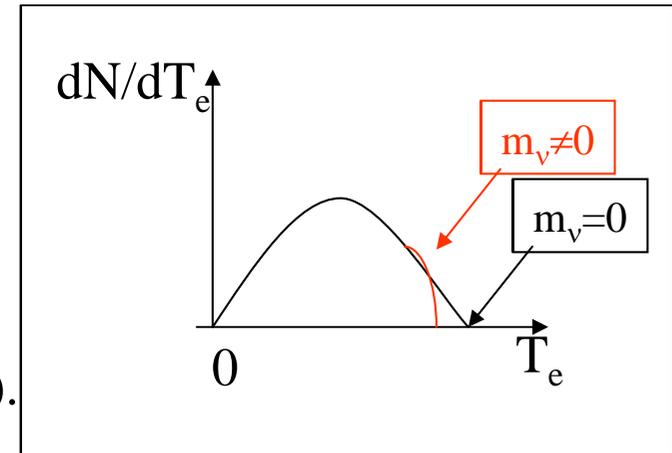
Figure 5. A sketch of the equipment used at Savannah River. The tanks marked I, II, and III contained 1400 liters of liquid scintillator solution, and were viewed on each end by 55 photomultiplier tubes. The thin tanks marked A and B were polystyrene and contained 200 liters of water, which provided the target protons and contained as much as 40 kilo grams of dissolved CdCl_2 to capture the product neutrons.

- Per la scoperta del neutrino Fred Reines ha ottenuto il premio Nobel nel 1995

*<http://www.nobel.se/physics/laureates/1995/reines-lecture.html>

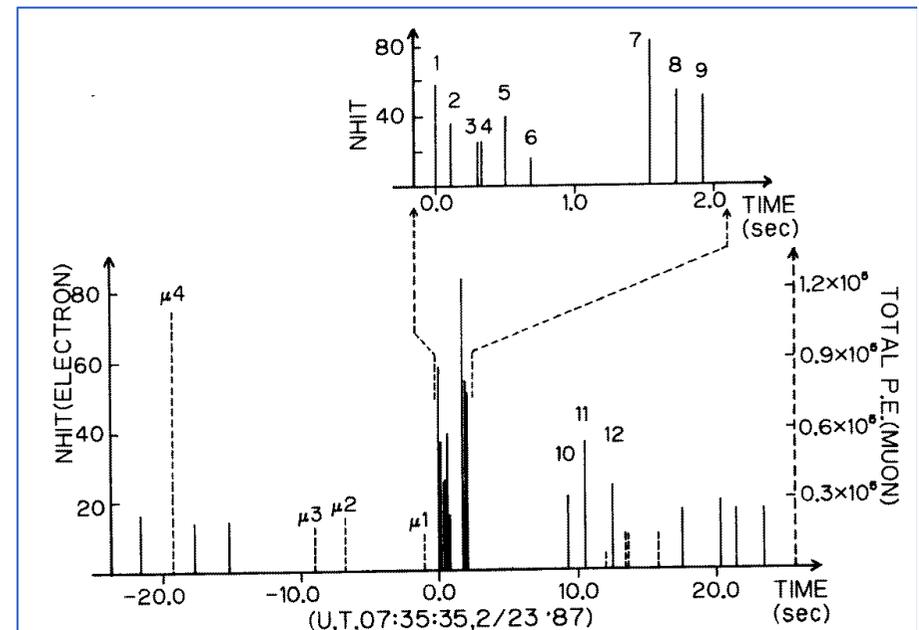
La massa dell'anti- ν_e : il decadimento del trizio

- In un decadimento ${}^A Z \rightarrow {}^A(Z+1) + e^- + \text{anti}\nu_e$ una massa m_ν non nulla modifica lo spettro di energia dell'elettrone in vicinanza del suo massimo (end-point).
- In particolare $T_{\max} = m_Z - m_{Z+1} - m_e - m_\nu$ diminuisce per $m_\nu \neq 0$ e cambia la pendenza dello spettro, che è la quantità più facilmente determinabile
- L'esperimento richiede una sorgente che produca elettroni con energia bassa, in modo da poter apprezzare effetti di masse piccole, dell'ordine dell'eV, e quindi Q valori piccoli.
- Al tempo stesso si richiede tempi di decadimento abbastanza rapidi, in modo da poter osservare un numero sufficientemente elevato di decadimenti.
- Le due richieste sono sostanzialmente contrastanti, perché le velocità di decadimento crescono con una potenza elevata del Q valore.
- Il miglior compromesso è rappresentato dal decadimento del Trizio, $t \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \text{anti}\nu_e$ in cui $Q = 18.6 \text{ keV}$ e $\tau_t = 17.9$ anni.
- Gli esperimenti condotti finora hanno dato risultati consistenti con $m_\nu = 0$, fornendo un limite superiore $m_\nu < 3 \text{ eV}$



La massa dell'anti- ν_e : la SN 1987(1)

- Nel 1987 è stato osservato un burst (“lambo”) di antineutrini, dall’esplosione di una supernova nelle nubi di Magellano a distanza $D=cT = 1.5 \cdot 10^5$ anni-luce.
- In un intervallo $\Delta t=10$ s sono stati osservati una dozzina di eventi della reazione $\text{anti-}\nu_e + p \rightarrow n + e^+$.
- Dalle energie rilasciate dai positroni si risalì alle energie degli antineutrini, che sono comprese fra $E_1 \approx 10 \text{ MeV}$ ed $E_2 \approx 30 \text{ MeV}$.
- I dati sperimentali confermano il quadro teorico generale: il collasso che conduce a una supernova emette in pochi secondi un lambo di (neutrini e) antineutrini, con energie di una decina di MeV, per un totale di circa 10^{53} erg .
- I dati forniscono anche un’informazione sulle masse degli antineutrini, basata sul fatto che se la massa m non è nulla, neutrini con energie E_i diverse hanno velocità v_i diverse e quindi raggiungono la terra in tempi $t_i = D/v_i$ diversi.



La massa dell'anti- ν_e : la SN 1987 (2)

- Differenze di velocità percentualmente molto piccole possono essere messe in evidenza nel lungo tratto di percorrenza, che separa le nubi di Magellano da noi.
- Si può calcolare $1/v_i$ da:

$$c/v_i = E_i/p_i = E_i/(E_i^2 - m^2)^{1/2} .$$
- Supponendo $E_i \gg mc^2$ al primo ordine si ha $c/v_i = 1 + 1/2 m^2/E_i^2$ e dunque:

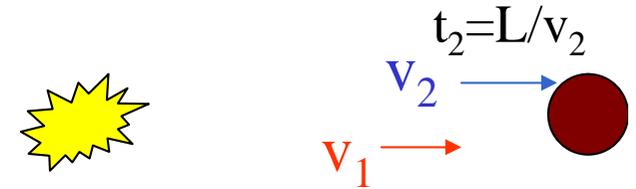
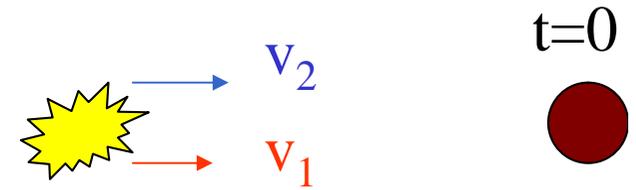
$$t_i = (D/c)(c/v_i) = T[1 + 1/2 m^2/E_i^2].$$

- Imponendo che il ritardo $t_1 - t_2$ non superi il valore osservato Δt si trova:

$$\Delta t > 1/2(D/c)m^2[1/E_1^2 - 1/E_2^2]$$

- Questa può essere utilizzata per porre un limite sulla massa dell'antineutrino:

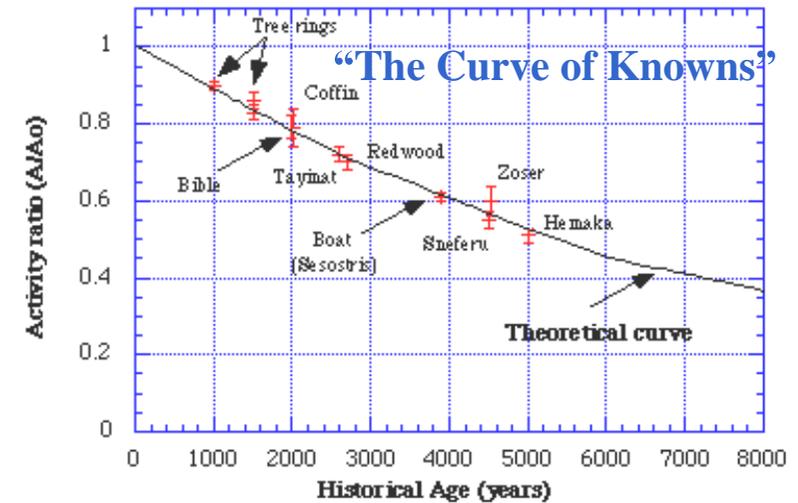
$$m < [(2 \Delta t/T) E_1^2 E_2^2 / (E_2^2 - E_1^2)]^{1/2}$$



- Ponendo:
 $\Delta t = 10 \text{ s}$, $T = 1.5 \cdot 10^5 \text{ anni}$,
 $E_1 = 10 \text{ MeV}$ ed $E_2 = 30 \text{ MeV}$ si trova:
 $m < 20 \text{ eV}$,
- Un limite non stringente come quello ottenuto con esperimenti nel laboratorio, ma comunque interessante.

Un'applicazione del decadimento beta: la datazione col radiocarbonio

- Il Carbonio nell'atmosfera è presente nei suoi isotopi stabili (^{12}C : 98.9%, ^{13}C : 1.1%) e in piccolissima parte ($r_0=10^{-12}$) sotto forma di ^{14}C , un nucleo instabile ($^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N} + e + \text{anti-}\nu_e$) che emette elettroni con $\langle T \rangle = 150 \text{ keV}$ e $t_{1/2} = 5730 \pm 40$ anni.
- Il ^{14}C viene prodotto da parte dei raggi cosmici mediante reazioni di spallazione ($n + ^{14}\text{N} \rightarrow ^{14}\text{C} + p$) e 2) a un ritmo approssimativamente costante.
- La concentrazione $r_0 = 10^{-12}$ è il valore di equilibrio fra la produzione e il decadimento spontaneo.
- Il ^{14}C formato nell'atmosfera si ossida in $^{14}\text{CO}_2$ ed entra nel ciclo biologico attraverso la fotosintesi e la catena alimentare.



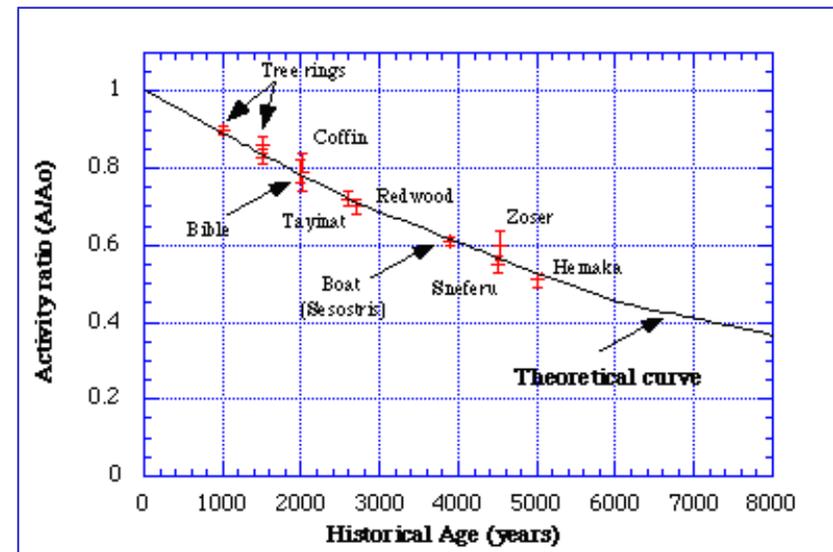
- Poiché la chimica non distingue gli isotopi, negli organismi viventi si ha la stessa concentrazione di ^{14}C che nell'atmosfera.
- Da quando l'organismo muore ($t=0$) il ^{14}C può solo decadere, e la sua concentrazione $r(t)$ evolve secondo:
 - (1) $r(t) = r_0 \exp(-t/t)$.
- Dato un campione, si determina $r(t)$, dal conteggio degli elettroni di decadimento, o direttamente mediante spettrometria di massa e tramite (1) si risale all'età del campione..

Sviluppi del metodo del radiocarbonio: Spettrometria di massa con acceleratori

- The major developments in the radiocarbon method up to the present day involve improvements in calibration and measurement techniques
- Calibration: Radiocarbon dates of sequential dendrochronologically aged trees primarily of US bristlecone pine and German and Irish oak have been measured to produce a calendrical / radiocarbon calibration curve which now extends back over 10 000 years (more on Calibration). This enables radiocarbon dates to be calibrated to solar or calendar dates.
- Briefly, the initial solid carbon method developed by Libby and his collaborators was replaced with the Gas counting method in the 1950's. Liquid scintillation counting, utilising benzene, acetylene, ethanol, methanol etc, was developed at about the same time. Today the vast majority of radiocarbon laboratories utilise these two methods of radiocarbon dating.
- The method applies as long as we have enough ^{14}C intensity to determine its activity. For matter that has decayed for 10 or more half lives the decay is so weak that the ^{14}C method cannot be used.
- **Of major recent interest is the development of the Accelerator Mass Spectrometry method of direct ^{14}C isotope counting. In 1977, the first AMS measurements were conducted by teams at Rochester/Toronto and the General Ionex Corporation and soon after at the Universities of Simon Fraser and McMaster (Gove, 1994). The crucial advantage of the AMS method is that milligram sized samples are required for dating.**
- Of great public interest has been the AMS dating of carbonaceous material from prehistoric rock art sites, the Shroud of Turin and the Dead Sea Scrolls in the last few years. The development of high-precision dating (up to ± 2.0 per mille or ± 16 yr) in a number of gas and liquid scintillation facilities has been of similar importance

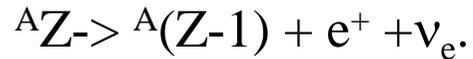
W. F. Libby

- The radiocarbon method was developed by a team of scientists led by the late Professor Willard F. Libby of the University of Chicago in immediate post-WW2 years.
- Libby later received the Nobel Prize in Chemistry in 1960: *"for his method to use Carbon-14 for age determinations in archaeology, geology, geophysics, and other branches of science."*
- According to one of the scientists who nominated Libby as a candidate for this honour; *"Seldom has a single discovery in chemistry had such an impact on the thinking of so many fields of human endeavour. Seldom has a single discovery generated such wide public interest."* (From Taylor, 1987).
- Today, there are over 130 radiocarbon dating laboratories around the world producing radiocarbon assays for the scientific community.
- The C14 technique has been and continues to be applied and used in many, many different fields including hydrology, atmospheric science, oceanography, geology, palaeoclimatology, archaeology and biomedicine.



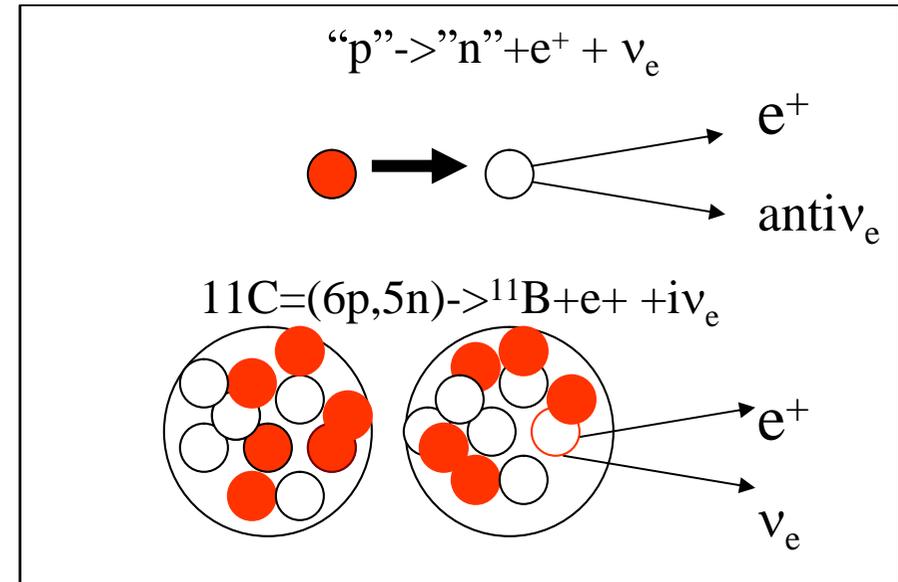
Decadimenti β^+

- Oltre ai decadimenti β^- , si osserva che alcuni nuclei decadono emettendo positroni (β^+):



- Questo succede, ad esempio per ${}^{15}\text{O}$ ($t_{1/2}=2\text{m}$), ${}^{11}\text{C}$ ($t_{1/2}=20\text{m}$), ${}^{18}\text{C}$ ($t_{1/2}=110\text{m}$), gli isotopi più usati per la PET.

- Chiamiamo ν_e la particella emessa assieme al positrone (vedremo poi che è distinguibile dall'antineutrino)
- I processi β^+ sono analoghi ai decadimenti studiati precedentemente (β^-), per cinematica e vite medie. Sostanzialmente corrispondono a un decadimento del protone nel nucleo: $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$.
- Il protone libero è stabile, in quanto la reazione: $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ è vietata dalla conservazione dell'energia ($m_p < m_n$), ma se si è in un nucleo, può avvenire che il neutrone sia più legato del protone ($Q = m_Z - m_{Z-1} - m_e > 0$), e quindi che la reazione avvenga.

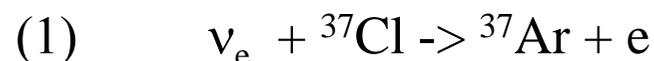


Neutrini e antineutrini (1)

- Chiamiamo $\bar{\nu}_e$ le particelle emesse insieme a e^- nel decadimento β^- .
- Chiamiamo ν_e le particelle emesse insieme a e^+ nel decadimento β^+ .
- Che neutrini e antineutrini siano particelle diverse fu dimostrato da Davis, nel modo seguente.
- Il ^{37}Ar è un nucleo che decade β^+ con $t_{1/2}=35$ giorni:

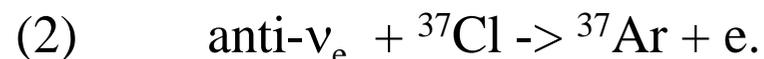


- Se si inviano ν_e contro un bersaglio contenente ^{37}Cl può avvenire la reazione inversa:

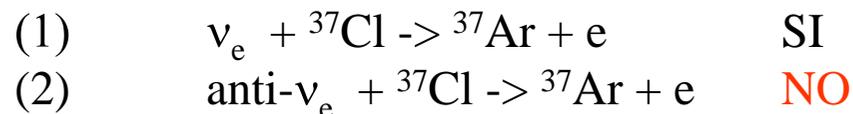


(purché l'energia sia superiore alla soglia, $E_{\text{th}} = 0.6 \text{ MeV}$).

- I prodotti di fissione di un reattore nucleari sono nuclei che decadono β^- , e dunque un reattore è una sorgente di antineutrini.
- Se neutrini e antineutrini fossero la stessa particella dovrei avere:



Neutrini e antineutrini (2)



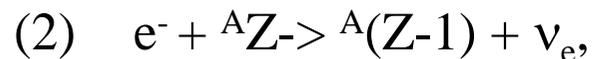
- Come bersaglio, si usa “varechina”, una sostanza ricca di cloro, la cui abbondanza naturale è 3/4 di ${}^{36}\text{Cl}$ e 1/4 di ${}^{37}\text{Cl}$
- Per rendersi conto se la reazione è avvenuta, si estrae con un procedimento chimico il ${}^{37}\text{Ar}$ eventualmente prodotto, dopo un tempo di esposizione confrontabile con la sua vita media.
- Mediante piccoli contatori proporzionali si può rivelare l' ${}^{37}\text{Ar}$ dal suo decadimento.
- Il risultato negativo di questo esperimento ($\sigma(\text{anti-}\nu) < 1/10 \sigma(\nu)$) dimostra che $\nu_e \neq \text{anti-}\nu_e$ nel senso che **lo stato** prodotto nel decadimento β^+ ha proprietà fisiche diverse da quello prodotto nel decadimento β^+
- Da osservare che il fatto che (1) avvenga e (2) no è coerente con lo schema di assegnazione del numero leptonico ($L(\nu_e)=1$ e $L(\text{anti-}\nu_e)=-1$) e con l'ipotesi di conservazione di questa quantità.

Cattura elettronica

- In tutti i nuclei che decadono β^+



- si osserva anche il decadimento mediante un processo di cattura elettronica (ϵ)



dove l'elettrone viene catturato dai gusci elettronici più interni dell'atomo

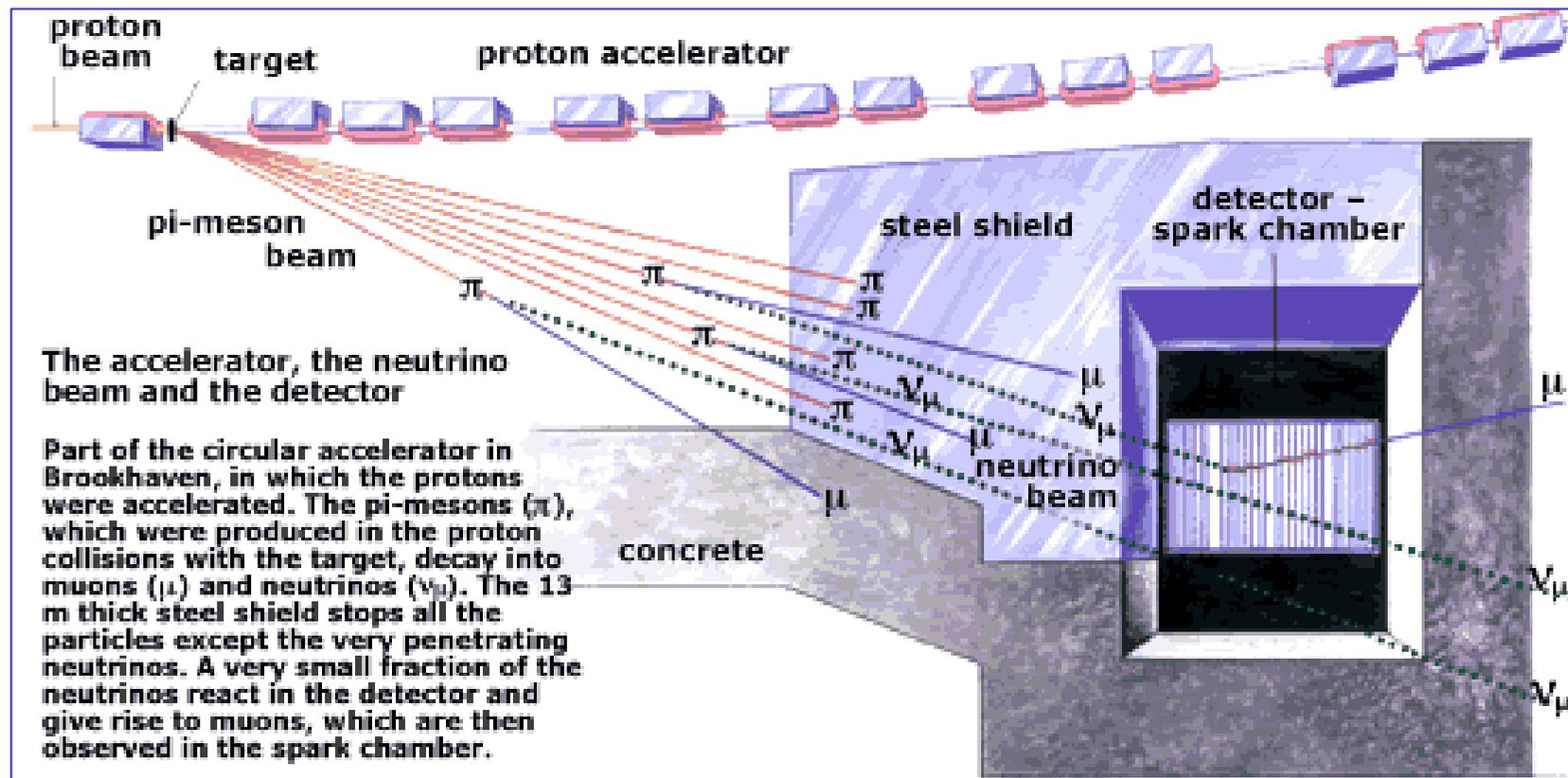
- È chiaro che se energeticamente è permessa (1) lo è anche (2). Infatti

$$Q_2 = m_Z + m_e - m_{Z-1} = m_Z - m_e - m_{Z-1} + 2m_e = Q_1 + 2m_e. \text{ Quindi se } Q_1 > 0 \text{ allora anche } Q_2 > 0.$$

- Inoltre, tutte le altre leggi di conservazione soddisfatte da (1) lo sono anche da (2)
- Da notare che può essere $Q_1 < 0$ e $Q_2 > 0$, cioè $-2m_e < Q_1 < 0$. In questo caso non può aversi decadimento β^+ ma solo cattura elettronica. In altri termini il nucleo, se non avesse elettroni attorno, sarebbe stabile.
- È questo il caso del ${}^7\text{Be}$, la cui vita media dipende dunque in maniera cruciale dalla densità elettronica sul nucleo, ed è quindi sensibile al tipo di legame chimico: un esempio di come la fisica atomica, che pure tratta energie molto più basse della scala nucleare, possa comunque influenzare la fisica nucleare.
- Da notare che, a differenza di β^- e β^+ , l'energia del neutrino prodotto nella cattura è determinata.

L'esperimento dei due neutrini

- Il mesone π^+ decade principalmente in $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, dove abbiamo indicato con ν_μ il neutrino prodotto assieme al μ^+
- Questo non è lo stesso stato che accompagna l'e⁺, cioè il ν_e . Se così fosse ($\nu_\mu = \nu_e = \nu$) in un successivo urto con nuclei dovrebbe indurre reazioni $\nu + Z \rightarrow Z+1 + e$.
- Ledermann, Schwartz e Steinberger osservarono che i neutrini associati al μ^+ producevano la reazione $\nu + Z \rightarrow (Z+1) + \mu$ ma non $\nu + Z \rightarrow Z+1 + e$.

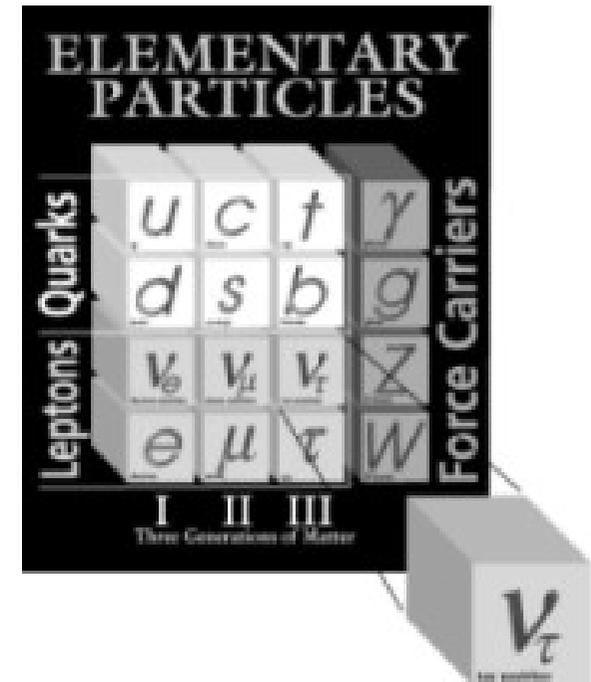


I numeri leptonici di famiglia

- Nel 1975 è stato scoperto il leptone carico τ e nel 2000 sono state osservate reazioni su nuclei indotte dai neutrini ν_τ che lo accompagnano, in cui l'assorbimento di ν_τ su nuclei produce di nuovo τ .
- Il quadro che emerge è la conservazione del numero leptonico di famiglia, definito, per ciascuna famiglia $\alpha = e, \mu, \tau$ come $L_\alpha = 1$ per l^+_α e ν_α , 0 per le altre famiglie, opposto per le antiparticelle. Evidentemente

$$L = L_e + L_\mu + L_\tau.$$

- La conservazione dei numeri di famiglia implica la conservazione del numero leptonico, ma non è vero il viceversa: il numero leptonico può essere conservato ma i numeri di famiglia possono essere violati.



Cenno sulle oscillazioni di neutrino

- I neutrini di una famiglia, una volta prodotti, rimangono tali?
- Pontecorvo concepì la possibilità di un meccanismo di oscillazione, per cui uno stato, prodotto ad esempio come ν_e con impulso p , può acquistare nella sua evoluzione temporale una componente dell'altra famiglia, con carattere oscillante

$$|t\rangle = A(t) |\nu_e\rangle + B(t) |\nu_\mu\rangle$$

- A e B dipendono da un parametro di mescolamento, θ , e dalla differenza fra gli autovalori della massa $\delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$:

$$A(t) = c^2 + s^2 e^{-i\Delta t} \quad ; \quad B(t) = -cs(1 - e^{-i\Delta t}) \quad \text{con } c = \cos\theta, s = \sin\theta \text{ e } \Delta = \delta m^2 / 2p.$$

- Se $\theta \neq 0$ e $\delta m^2 \neq 0$, in un esperimento di rivelazione di neutrini a distanza D sufficientemente grande (perché in un tempo $t = D/c$ le oscillazioni possano aver luogo) si hanno due conseguenze:
 - 1) i ν_e rivelati sono in numero inferiore a quelli prodotti
 - 2) nascono neutrini di altre famiglie, frutto dell'oscillazioni di quelli prodotti.
- In 30 anni, tutti gli esperimenti di neutrini solari hanno rilevato un deficit di ν_e rispetto alle predizioni.
- Nel 2001 SNO, un esperimento con neutrini solari sensibile sia ai ν_e che a tutti gli altri tipi di neutrini, ha dimostrato che $\Phi(\nu_e) = 1/3 \Phi(\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau)$, cioè 2/3 dei ν_e si trasformano per strada
- Nel 2002 Kamland, un esperimento con antineutrini da reattore a distanze $D \approx 100\text{km}$ ha mostrato che solo 1/2 degli antineutrini elettronici sopravvivono nel viaggio.
- L'interpretazione in termini di oscillazioni è la più naturale ed ha due conseguenze:
 - 1) Le oscillazioni richiedono $\delta m^2 = m_1^2 - m_2^2 \neq 0$, da cui per almeno per un neutrino $m \neq 0$
 - 2) Il numero leptonico di famiglia non è conservato esattamente, ma solo su distanze piccole rispetto alla lunghezza di oscillazione dei neutrini.

La scala di Fermi

decadimento	Q (MeV)	τ (s)	Γ (MeV)	$(Q^5/\Gamma)^{1/4}$ (TeV)
Trizio	0.019	$6 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^{-30}$	0.2
neutrone	0.78	$0.9 \cdot 10^3$	$7.5 \cdot 10^{-25}$	0.8
muone	106	$2.2 \cdot 10^{-6}$	$3.0 \cdot 10^{-16}$	2.5
tau	$1.8 \cdot 10^3$	$2.9 \cdot 10^{-13}$	$2.3 \cdot 10^{-9}$	1.6
W	$8.1 \cdot 10^3$	$3.1 \cdot 10^{-25}$	$2.1 \cdot 10^3$	1.1

- Oltre ai decadimenti dei nuclei, esistono anche processi β subnucleari.
- Il muone ($m=105.6$ MeV, $\tau=2.2 \cdot 10^{-6}$ s) decade in $\mu \rightarrow e + \nu + \text{anti-}\nu$
- Il leptone τ ($m=1777$ MeV, $\tau=2.9 \cdot 10^{-13}$ s) decade in molti canali, in cui è sempre presente un neutrino: $\tau \rightarrow \nu + X\dots$
- In un terzo dei decadimenti del W ($m=81$ GeV, $\tau=3.1 \cdot 10^{-25}$ s) compare un neutrino.
- Per un'ampia serie di decadimenti nucleari e subnucleari si trova che - approssimativamente - la larghezza di decadimento $\Gamma = \hbar/\tau$ è alla quinta potenza del Q valore, $\Gamma \approx kQ^5$. La costante di proporzionalità ha dimensioni (energia)⁻⁴.
Scriviamo dunque:

$$\Gamma \approx Q^5/M_F^4$$

- M_F definisce una scala caratteristica dell'interazione debole, che collega processi solo apparentemente assai diversi. In questa analisi, estremamente approssimata, il suo valore è $M_F \approx 1000$ GeV. Un'analisi più precisa, che tiene conto in dettaglio di molti aspetti cinematici dei vari processi, fornisce per la cosiddetta scala di Fermi il valore $M_F \approx 300$ GeV.*
- *La costante di Fermi, parametro caratteristico dei processi di interazione debole a bassa energia, è $G_F = 1/M_F^2 = 10^{-5}$ GeV⁻²

La larghezza della Z_0 e dei W

- Ricordiamo che le σ di neutrini su protone crescono con l'energia, mentre quelle di fotoni sono approssimativamente costanti.
- Analogamente abbiamo visto che i processi di decadimento debole, lenti rispetto a quelli e.m. per piccoli valori di Q , cioè dell'energia disponibile, diventano sempre più veloci al crescere dell'energia.
- I decadimenti delle particelle Z_0 e W mostrano che a energie dell'ordine di 100 GeV (cioè confrontabili con le masse di W e Z) processi e.m. e deboli hanno all'incirca la stessa probabilità.
- Ad esempio, La Z_0 decade in $\mu^+\mu^-$ con una larghezza parziale di 80 MeV nel 3.36 % dei casi, mentre la larghezza parziale per $W \rightarrow \mu+\nu$ è di 210 MeV
- Notare che le probabilità di decadimento sono indipendenti dalla famiglia (universalità delle interazioni deboli)

W

$J = 1$

Charge = $\pm 1 e$
 Mass $m = 80.423 \pm 0.039$ GeV
 $m_Z - m_W = 10.764 \pm 0.039$ GeV
 $m_{W^+} - m_{W^-} = -0.2 \pm 0.6$ GeV
 Full width $\Gamma = 2.118 \pm 0.042$ GeV
 $\langle N_{\pi^\pm} \rangle = 15.70 \pm 0.35$
 $\langle N_{K^\pm} \rangle = 2.20 \pm 0.19$
 $\langle N_p \rangle = 0.92 \pm 0.14$
 $\langle N_{\text{charged}} \rangle = 19.41 \pm 0.15$

W^- modes are charge conjugates of the modes below.

W^+ DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level
$\ell^+ \nu$	[b] (10.68 ± 0.12) %	
$e^+ \nu$	(10.72 ± 0.16) %	
$\mu^+ \nu$	(10.57 ± 0.22) %	
$\tau^+ \nu$	(10.74 ± 0.27) %	
hadrons	(67.96 ± 0.35) %	

Z

$J = 1$

Charge = 0
 Mass $m = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV ^[d]
 Full width $\Gamma = 2.4952 \pm 0.0023$ GeV
 $\Gamma(\ell^+ \ell^-) = 83.984 \pm 0.086$ MeV ^[b]
 $\Gamma(\text{invisible}) = 499.0 \pm 1.5$ MeV ^[e]
 $\Gamma(\text{hadrons}) = 1744.4 \pm 2.0$ MeV
 $\Gamma(\mu^+ \mu^-)/\Gamma(e^+ e^-) = 1.0009 \pm 0.0028$
 $\Gamma(\tau^+ \tau^-)/\Gamma(e^+ e^-) = 1.0019 \pm 0.0032$ ^[f]

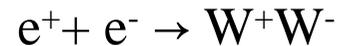
Average charged multiplicity

$\langle N_{\text{charged}} \rangle = 21.07 \pm 0.11$

Z DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level
$e^+ e^-$	(3.363 ± 0.004) %	
$\mu^+ \mu^-$	(3.366 ± 0.007) %	
$\tau^+ \tau^-$	(3.370 ± 0.008) %	
$\ell^+ \ell^-$	[b] (3.3658 ± 0.0023) %	
invisible	(20.00 ± 0.06) %	
hadrons	(69.91 ± 0.06) %	

I modi di decadimento delle W

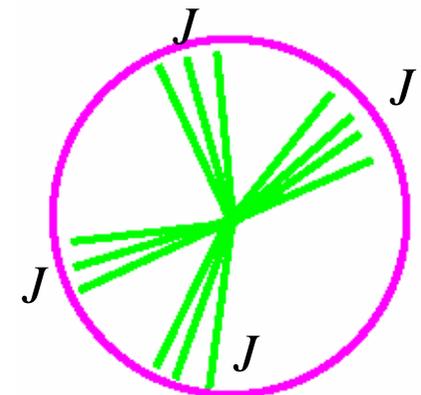
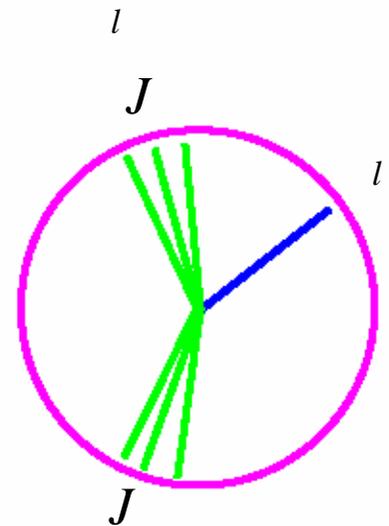
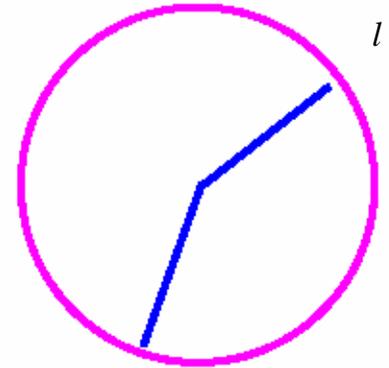
- Nell'annichilazione di e^+e^- a LEP2 si producono coppie W^+W^- :



Mediante queste reazioni i decadimenti delle W possono essere studiati con grande dettaglio e nitidezza.

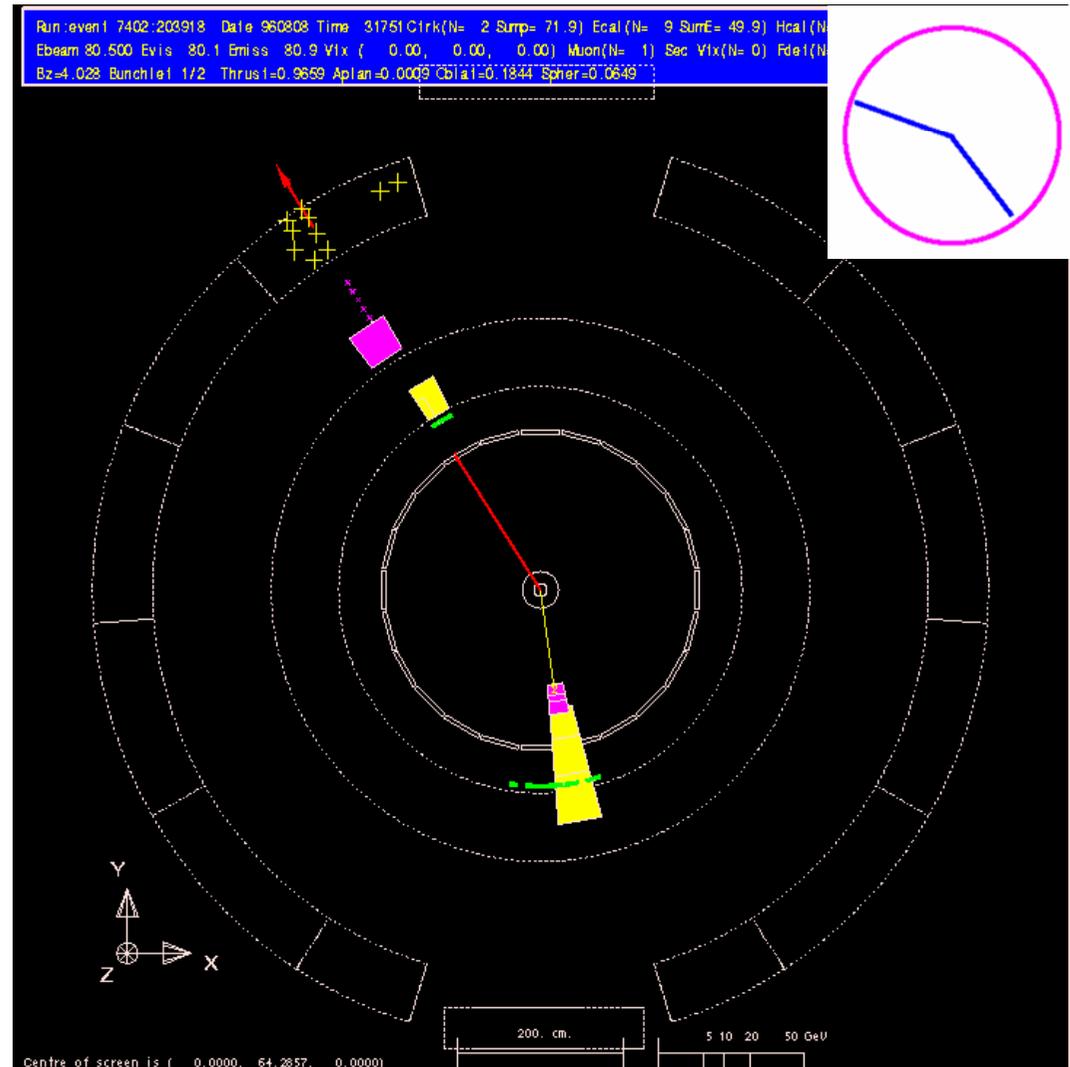
- Si rivelano le particelle cariche:
 - **Leptoni carichi** ($l=e,\mu,\tau$)
 - **Jets di adroni** (J)
- Si distinguono chiaramente tre topologie di eventi*:
 - (1) $WW \rightarrow l+l$
 - (2) $WW \rightarrow l+J+J$
 - (3) $WW \rightarrow J+J+J+J$

* *attenzione: le particelle rivelate sono quelle cariche, o che comunque interagiscono nel rivelatore. Particelle come i neutrini, prodotte nell'interazione e/o nei decadimenti, non vengono rivelate.*



I decadimenti leptonici dei W:

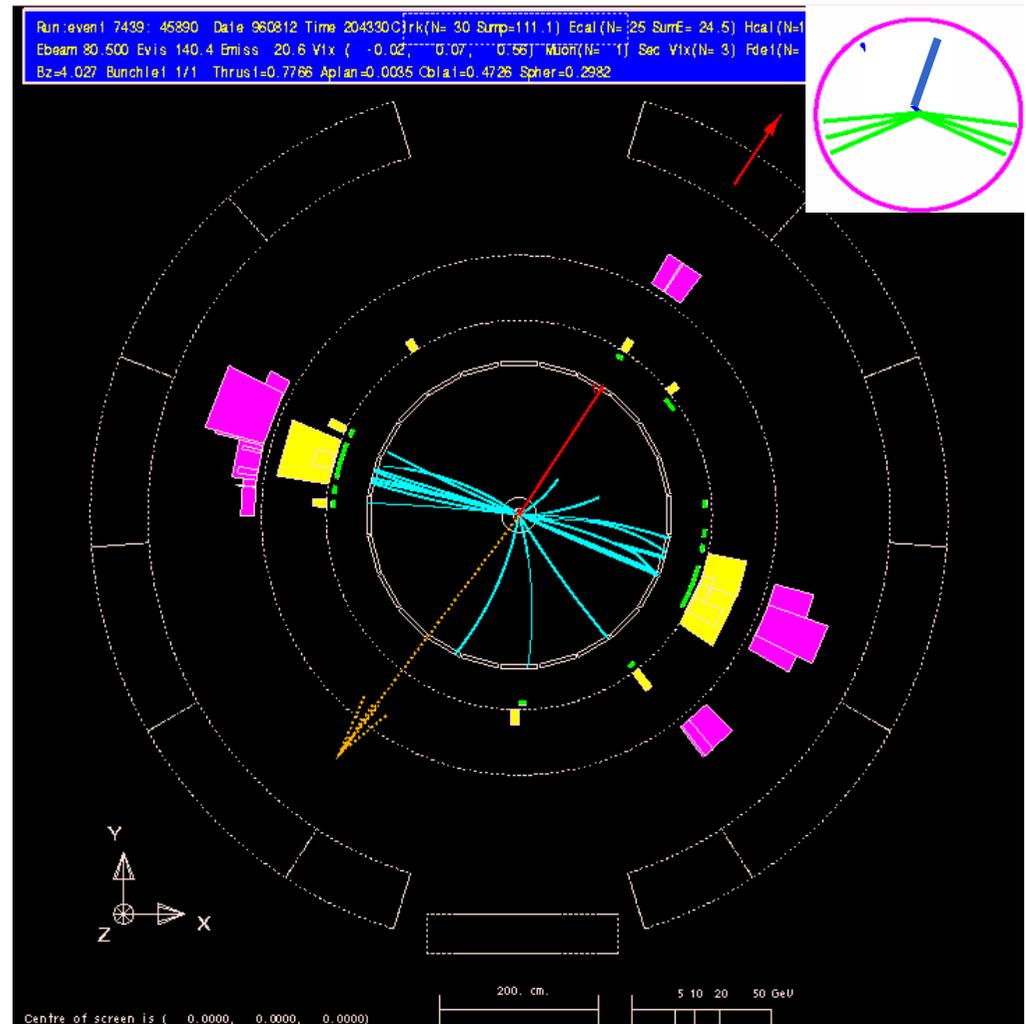
- La figura mostra “a W+W- candidate where one W decays to electron and neutrino, and the other to muon and neutrino:
- The 40 GeV muon is highlighted in red, and the 40 GeV electron is highlighted in yellow
- This event was recorded in the 161 GeV data” .
- Questo evento è attribuito a:
 - (1) $W^{+} \rightarrow \mu^{+} + \nu_{\mu}$ e $W^{-} \rightarrow e^{-} + \text{antiv}_{e}$
- I due neutrini non sono rivelati, ma devono esserci per la conservazione dell'energia e dell'impulso.
- Decadimenti del tipo $W^{-} \rightarrow \text{leptone carico} + \text{neutrino}$ sono detti leptonici perche` solo leptoni sono presenti nello stato finale
- La probabilità di decadimento è la stessa per ciascuna famiglia di leptoni,
- -uno degli aspetti dell'universalità delle interazioni deboli - ed è circa il 10%



W ⁺ DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level
$\ell^+ \nu$	[b] (10.68 ± 0.12) %	
$e^+ \nu$	(10.72 ± 0.16) %	
$\mu^+ \nu$	(10.57 ± 0.22) %	
$\tau^+ \nu$	(10.74 ± 0.27) %	
hadrons	(67.96 ± 0.35) %	

I decadimenti adronici dei W:

- La figura mostra “A W^+W^- candidate where one W decays to muon and neutrino, and the other to quarks (Jets):
- The 45 ± 3 GeV muon is highlighted in red,
- The two jets form a mass of 80 GeV.
- The missing momentum (which indicates the formation of the neutrino) is shown by the arrow, and is opposite to the muon.”
- L’evento è interpretato come $W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ e $W^- \rightarrow J + J$
- Ciascuno dei jet è costituito da adroni, dunque si tratta di un decadimento adronico.



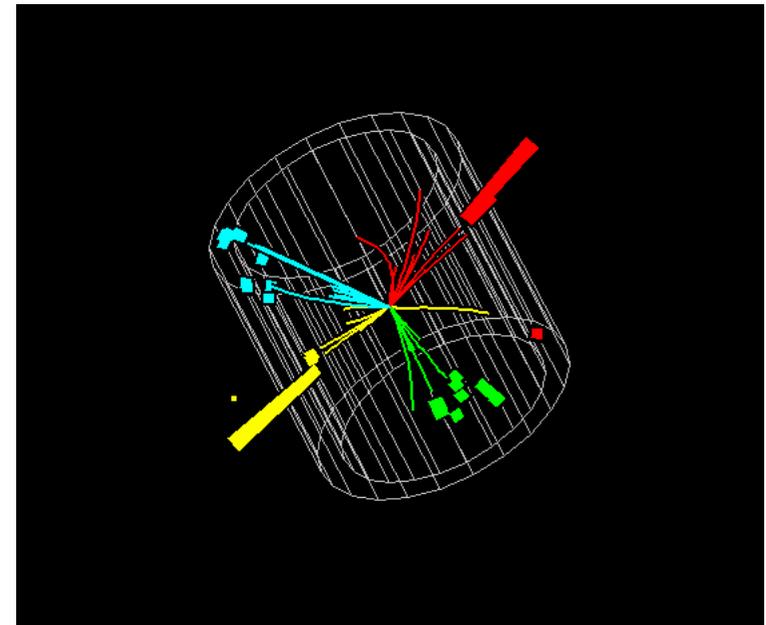
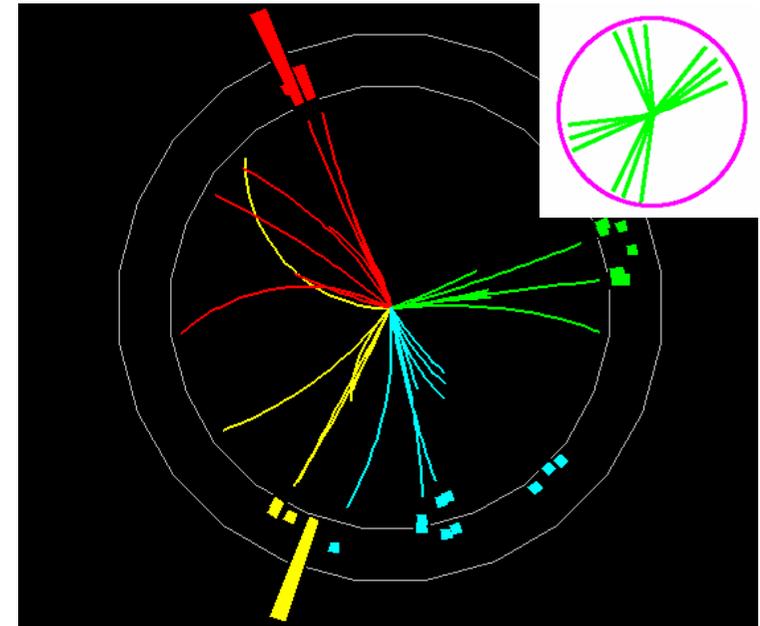
• I decadimenti adronici rappresentano circa il 70% del totale.

W^+ DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level
$\ell^+ \nu$	[b] (10.68 ± 0.12) %	
$e^+ \nu$	(10.72 ± 0.16) %	
$\mu^+ \nu$	(10.57 ± 0.22) %	
$\tau^+ \nu$	(10.74 ± 0.27) %	
hadrons	(67.96 ± 0.35) %	



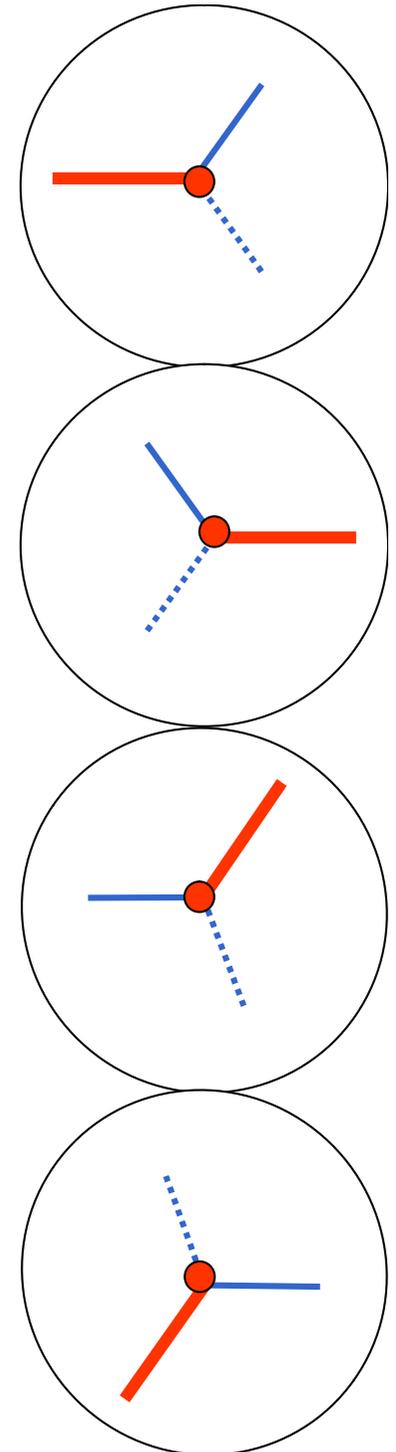
Eventi a quattro jets

- Abbiamo visto eventi in cui entrambe le W avevano decadimenti leptonici, in cui una decadeva leptonicamente, l'altra in adroni.
- La figura mostra “the first good W^+W^- candidate (a four jet event) recorded by OPAL at 161 GeV centre-of-mass energy
- The red and yellow jets form a mass of 78 GeV, and the blue and green jets form a mass of 77 GeV “.
- Sono processi in cui
 $W^+ \rightarrow J+J$ e $W^- \rightarrow J+J$



I decadimenti leptonici del W e i processi virtuali

- Il W^+ decade $W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$, e con uguale probabilità in $l^+ + \nu_l$
- In una collisione $e^+ + \nu_e$, si può produrre una particella, purché $s=M_W^2$.
- Questi sono processi “reali”, in quanto viene conservata l’energia e l’impulso di tutte le particelle.
- In un processo come il decadimento “ $e^+ \rightarrow W^+ + \text{anti } \nu_e$ ”, con elettroni liberi non si conserva l’energia (e l’impulso), dunque non è un processo reale.
- Per un tempo Δt , la conservazione dell’energia può essere violata di una quantità $\Delta E=\hbar/\Delta t$. Quindi la trasformazione
- “ $e^+ \rightarrow W^+ + \text{anti } \nu_e$ ”, può avvenire per tempi piccoli, come all’interno di una collisione. Questo si definisce come un processo virtuale.
- Energia e impulso devono comunque essere conservati nel processo globale, di collisione o di decadimento.
- Analogamente l’assorbimento $W^+ + \text{anti } \nu_e \rightarrow e^+$ è un processo virtuale e considerazioni del tutto valgono analoghe per W^- e per le altre famiglie di leptoni.



Dai processi virtuali ai processi reali

- Una collisione elastica come:

$$(1) \quad \nu_e + e^+ \rightarrow \nu_e + e^+$$

è un processo reale, in cui deve conservarsi l'energia e l'impulso.

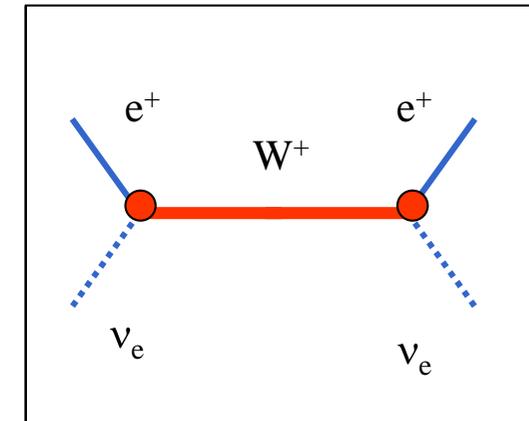
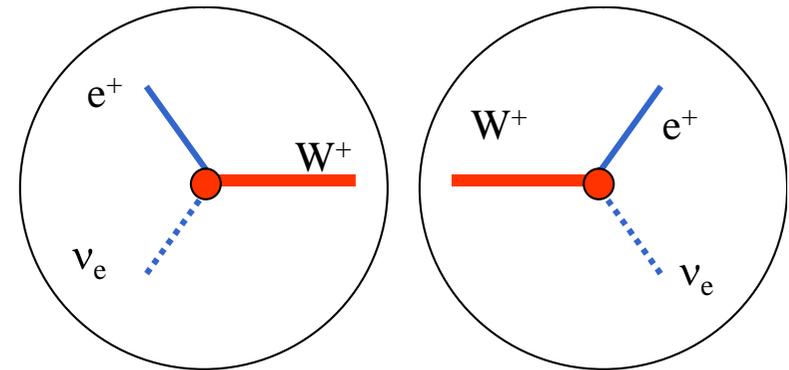
- Si può concepire come successione di processi virtuali:

$$(a) \nu_e + e^+ \rightarrow W^+ \quad (b) \quad W^+ \rightarrow \nu_e + e^+$$

- La probabilità del processo dipende dal tempo Δt in cui è violata la conservazione dell'energia. Se l'energia nel c.m. è \sqrt{s} , la conservazione dell'energia è violata per una quantità

$$\Delta E = M_W - \sqrt{s}.$$

- Se $\sqrt{s} \ll M_W$, allora $\Delta E \approx M_W$, i tempi in cui il processo virtuale può avvenire sono molto piccoli e la collisione (1) è poco probabile, mentre all'aumentare dell'energia ΔE diminuisce, i tempi si allungano e la probabilità del processo aumenta.
- .



- I W sono i mediatori delle interazioni deboli dette di “corrente carica” perché queste avvengono mediante processi, reali e virtuali, di produzione e assorbimento di W.

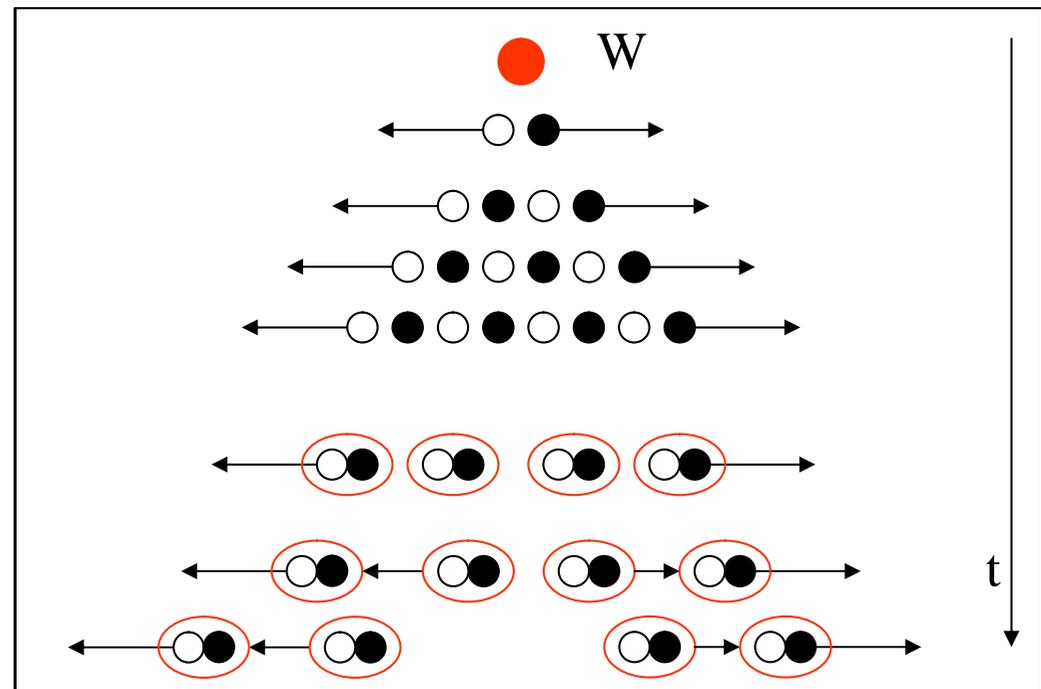
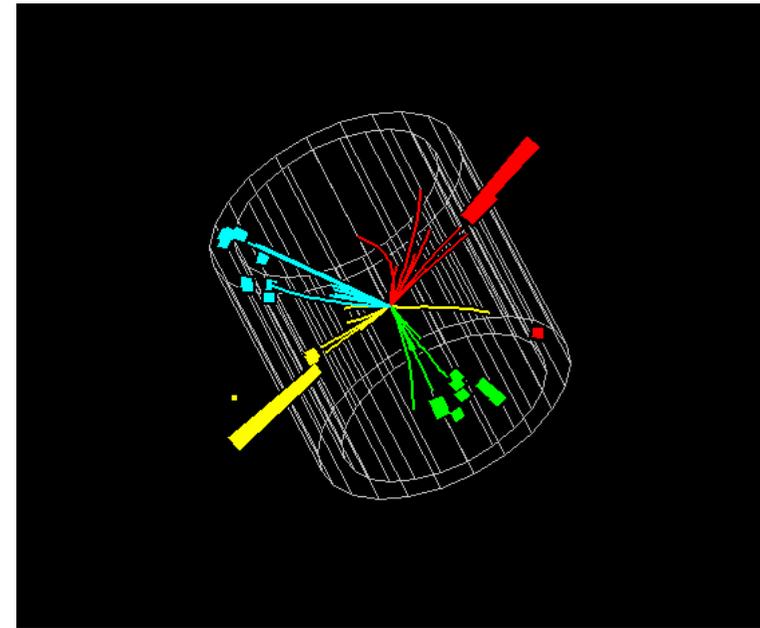
Decadimenti adronici: dai jets ai quarks

- Nei decadimenti adronici $W \rightarrow JJ$, ciascun jet di adroni è interpretato come originato da un quark o un antiquark.
- Il processo è descritto come:

$$W \rightarrow q \text{ anti-}q.$$

ma quark e antiquark non possono esistere liberi (avrebbero energia infinita).

- La loro separazione fa nascere dal vuoto altre coppie quark antiquarks
- Il processo di creazione delle coppie avviene ogni volta che si hanno separazioni $d \approx 1\text{fm}$ ($\Delta t \approx 3 \cdot 10^{-24}\text{s}$)
- Dalle coppie create, unite alle particelle che “leading” (primarie) si formano i mesoni (coppie quark antiquark) osservati nello stato finale.



Proprietà' dei quarks prodotti nel decadimento dei W

- Per la conservazione del numero barionico, nel decadimento di un W ci dovrà essere un quark e un antiquark..

$$(1) \quad W \rightarrow q + \text{anti-}q.$$

- Poichè le cariche elettriche dei quarks sono $2/3$ e $-1/3$ e quelle degli antiquark sono opposte, per la conservazione della carica elettrica dovrà essere:

$$(2a) \quad W^+ \rightarrow q(+2/3) + \text{anti-}q(+1/3)$$

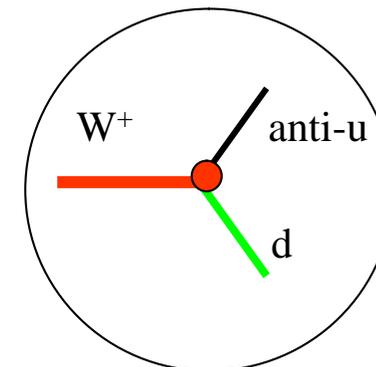
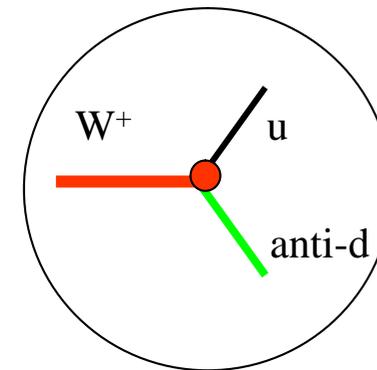
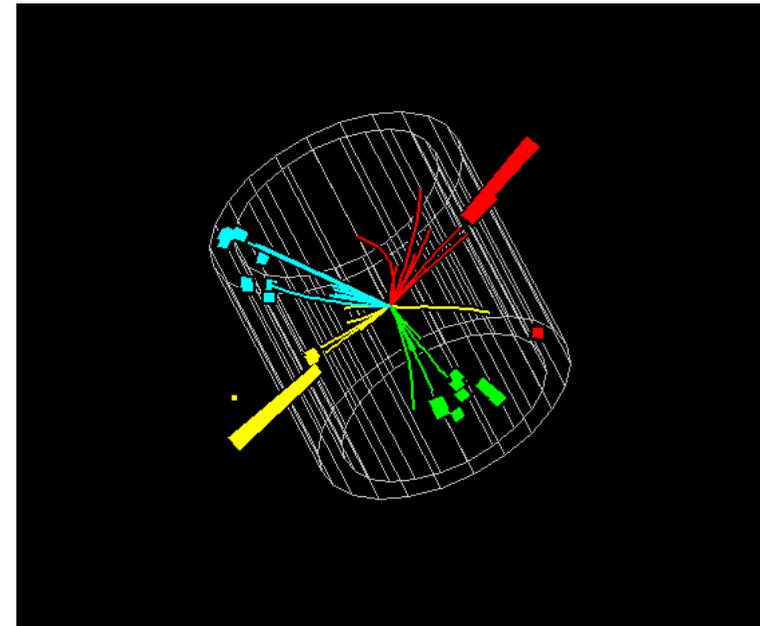
$$(2b) \quad W^- \rightarrow q(-1/3) + \text{anti-}q(-2/3)$$

- Se considero decadimenti che producono quarks della prima famiglia u e d, le cui cariche rispettive sono $2/3$ e $1/3$ ho dunque:

$$W^+ \rightarrow u + \text{anti-}d$$

$$W^- \rightarrow d + \text{anti-}u$$

- In generale i decadimenti mescolano le famiglie dei quarks (secondo il fenomeno inventato da Cabibbo, e adesso chiamato di Cabibbo, Kobayaski e Maskawa), ma rispettano (1) e (2)



Processi che coinvolgono leptoni e adroni

- Come per i leptoni, si possono usare gli stessi concetti per gli adroni, e introdurre possibili processi virtuali in cui sono coinvolti i W:

$$q(-1/3) \rightarrow W^- + q(2/3)$$

$$q(2/3) \rightarrow W^+ + q(1/3)$$

- Si possono reinterpretare facilmente tutti i processi delle interazioni deboli studiati all'inizio in termini di emissione e assorbimento di W virtuali fra leptoni e quarks. Ad esempio:
- 1) Il decadimento del pione $\pi^+ = (u, \text{anti-d})$,

$$\square \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

può essere visto come l'annichilazione della coppia u, anti-d in W^+ (virtuale) che decade in muone e neutrino:

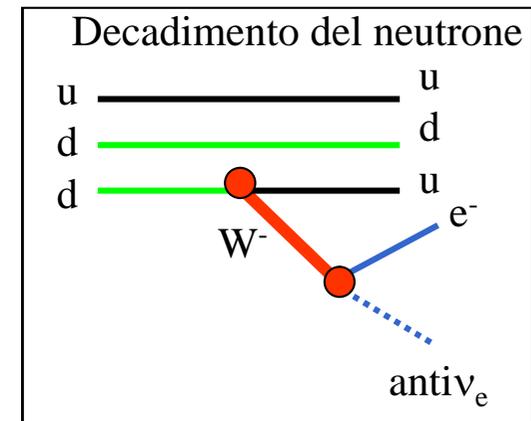
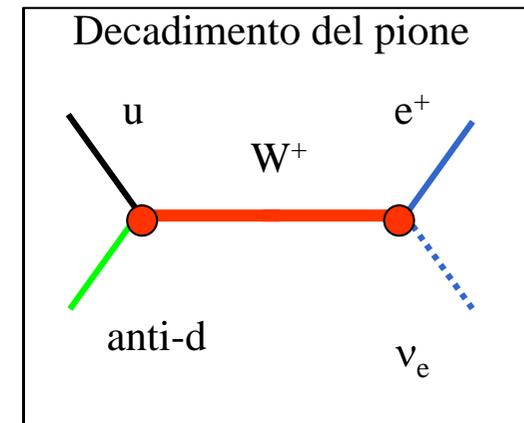
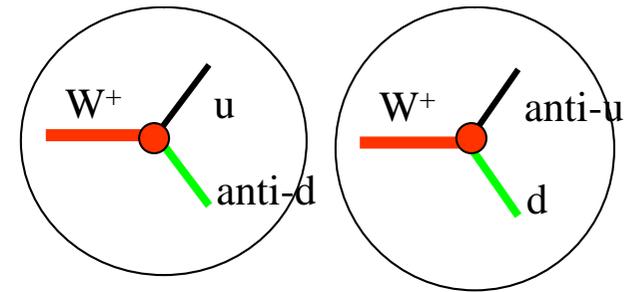
$$\square \pi^+ = u + \text{anti-d} \rightarrow W^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

- 2) nel decadimento β^- ,

$$n \rightarrow p + e + \text{anti-}\nu_e$$

all'interno di un neutrone $n = (u, d, d)$ un quark $\rightarrow u + W^-$ e quindi $W^- \rightarrow e + \text{anti-}\nu_e$. Il risultato è dunque:

$$n = (u, d, d) \rightarrow (u, u, d) + e + \text{anti-}\nu_e = p + e + \text{anti-}\nu_e$$



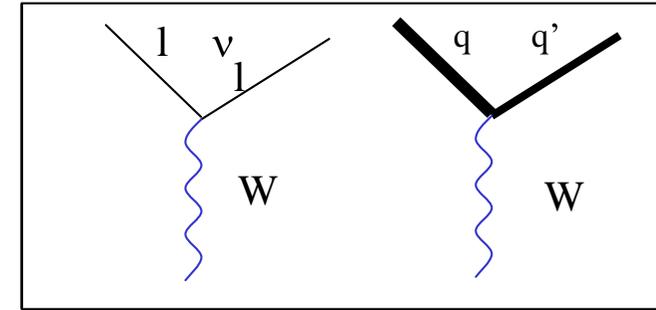
Il quadro generale dei processi deboli di corrente carica

- Si chiamano processi deboli di corrente carica tutti quei processi (=collisioni o decadimenti) in cui avviene emissione o assorbimento di W, reali e virtuali
- **Sono tutti descrivibili in termini di combinazioni di vertici fondamentali del tipo**

$$(Wqq'), (Wll')$$

in cui a ciascun vertice:

- **i) si conserva la carica elettrica**
- **ii) si conserva il numero barionico**
- **iii) si conserva il numero leptonico**
- Le interazioni deboli di corrente carica hanno la stessa intensità per ciascuna famiglia di leptoni
- I bosoni W^\pm (spin 1, $M_W = 80.4 \text{ GeV}$) sono dunque i “mediatori” delle interazioni deboli di corrente carica, così come i fotoni sono i mediatori delle interazioni elettromagnetiche



I vertici fondamentali di CC. Indichiamo, come comune nella letteratura, con linee continue i quarks e leptoni e con linee ondulate i mediatori delle interazioni

- L' unificazione delle interazioni deboli ed e.m. significa che ad energie dell' ordine di M_W la probabilità di emettere o assorbire W è comparabile con quella di emettere o assorbire fotoni.
- A basse energie le interazioni deboli appaiono “più deboli “ di quelle elettromagnetiche poiché l'emissione/assorbimento di W virtuali può avvenire su tempi (molto) più brevi, dati dalla relazione di indeterminazione energia-tempo.

La Z^0 e le interazioni deboli di corrente neutra

- Il bosone Z^0 ($m=91.2\text{GeV}$ $S=1$, neutro) decade in coppie di leptoni e in coppie quark antiquark, con larghezze comparabili.
- La larghezza di decadimento è la stessa per ciascuna famiglia di leptoni e di quark
- I vertici fondamentali che riguardano la Z^0 hanno proprietà simili a quelli delle W : conservano la carica elettrica, il numero barionico e il numero leptonico.
- Come le W , così anche le Z^0 possono essere emesse o assorbite in processi reali e virtuali, detti processi deboli di corrente neutra.
- Questa è una ulteriore classe di interazioni, il cui mediatore è la Z^0 , che da origine a nuovi processi non possibili mediante le interazioni di CC.
- Ad esempio, induce produce le collisioni elastiche $\nu + N \rightarrow \nu + N$, dove $N=p,n$ che non sono mediate da processi di corrente carica

Z

$J = 1$

Charge = 0

Mass $m = 91.1876 \pm 0.0021$ GeV [d]

Full width $\Gamma = 2.4952 \pm 0.0023$ GeV

$\Gamma(\ell^+ \ell^-) = 83.984 \pm 0.086$ MeV [b]

$\Gamma(\text{invisible}) = 499.0 \pm 1.5$ MeV [e]

$\Gamma(\text{hadrons}) = 1744.4 \pm 2.0$ MeV

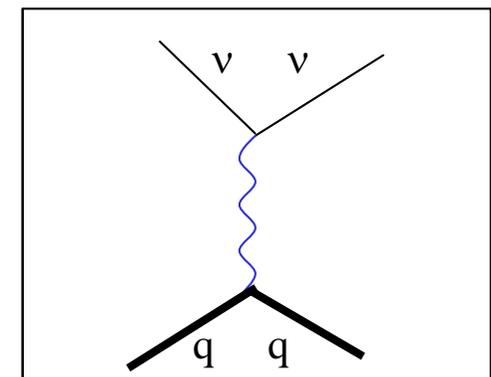
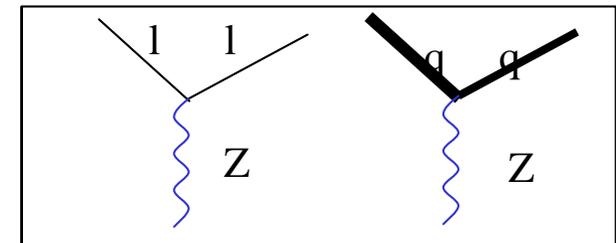
$\Gamma(\mu^+ \mu^-) / \Gamma(e^+ e^-) = 1.0009 \pm 0.0028$

$\Gamma(\tau^+ \tau^-) / \Gamma(e^+ e^-) = 1.0019 \pm 0.0032$ [f]

Average charged multiplicity

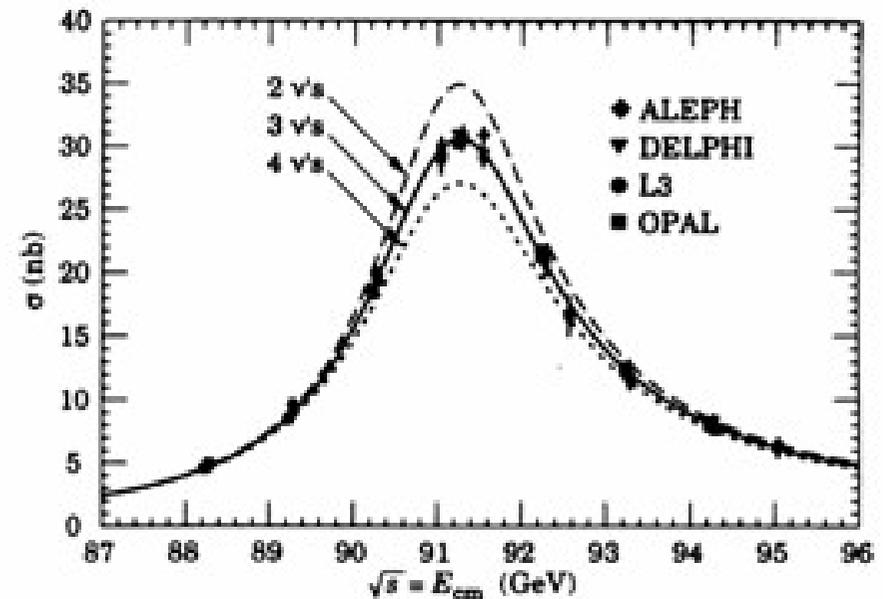
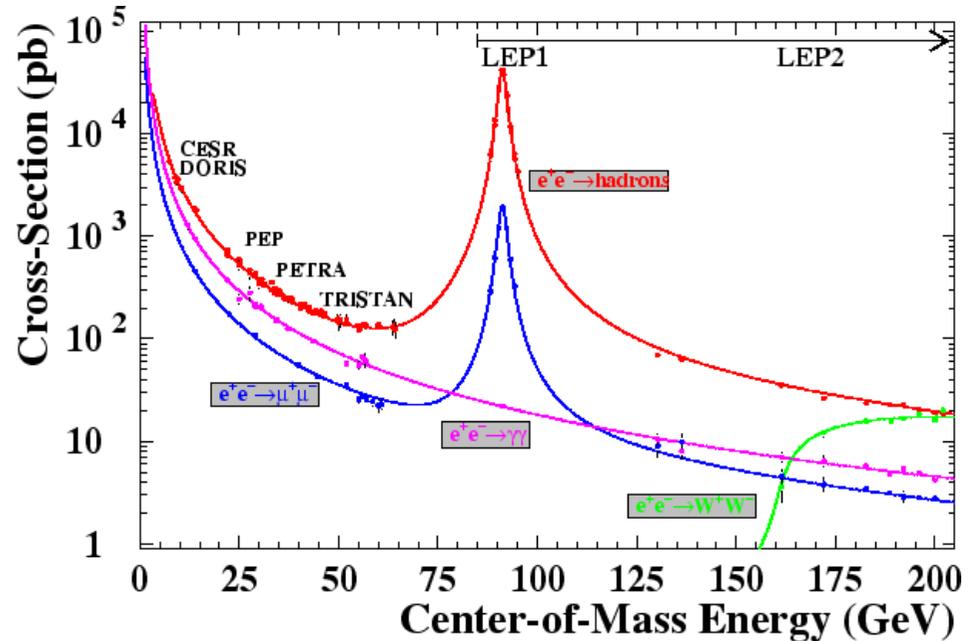
$\langle N_{\text{charged}} \rangle = 21.07 \pm 0.11$

Z DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level
$e^+ e^-$	(3.363 \pm 0.004) %	
$\mu^+ \mu^-$	(3.366 \pm 0.007) %	
$\tau^+ \tau^-$	(3.370 \pm 0.008) %	
$\ell^+ \ell^-$	[b] (3.3658 \pm 0.0023) %	
invisible	(20.00 \pm 0.06) %	
hadrons	(69.91 \pm 0.06) %	



La larghezza della Z_0 e il numero delle famiglie

- Si osservano i decadimenti della Z_0 in l^+l^- , e $q\bar{q}$ antiq, in quanto vengono prodotte particelle che lasciano tracce nel rivelatore.
- Esistono, ma non si rivelano direttamente, i decadimenti $Z_0 \rightarrow \nu + \text{antiv.}$
- La loro presenza si può dedurre dal contributo alla larghezza totale, che determina quindi il numero dei tipi di neutrini, e dunque il numero delle famiglie.
- I risultati di LEP sono consistenti con tre tipi di neutrini, ed escludono ulteriori famiglie*
- *A meno che la massa dei nuovi neutrini sia $m_\nu > M_z/2 = 45 \text{ GeV}$



Il decalogo del modello standard

1. La materia è costituita di fermioni, raggruppati in tre famiglie di quark e tre famiglie di leptoni.
 2. Ciascuna famiglia di quark contiene due particelle con carica $2/3$ e $-1/3$ e ciascuna famiglia di leptoni contiene due particelle con carica 1 e 0
 3. Ad ogni particella corrisponde un'antiparticella
 4. I sistemi legati di quarks sono di due tipi: qqq (barioni) q anti- q (mesoni)
 5. Ad ogni interazione è associata una particella mediatrice, di spin intero (bosone)
 6. Esistono quattro mediatori delle forze: gravitoni, fotoni, W^\pm , Z e gluoni
- In ogni processo (reale) si conserva:
7. Energia, impulso e momento angolare
 8. Carica elettrica,
 9. Numero barionico
 10. Numero leptonico

FERMIONS						matter constituents spin = 1/2, 3/2, 5/2, ...		
Leptons spin = 1/2			Quarks spin = 1/2					
Flavor	Mass GeV/c ²	Electric charge	Flavor	Approx. Mass, GeV/c ²	Electric charge			
ν_e electron neutrino	$<1 \times 10^{-11}$	0	u up	0.003	2/3			
e electron	0.000511	-1	d down	0.006	-1/3			
ν_μ muon neutrino	<0.0002	0	c charm	1.3	2/3			
μ muon	0.106	-1	s strange	0.1	-1/3			
ν_τ tau neutrino	<0.02	0	t top	175	2/3			
τ tau	1.7771	-1	b bottom	4.3	-1/3			

BOSONS						force carriers spin = 0, 1, 2, ...		
Unified Electroweak spin = 1			Strong (color) spin = 1					
Name	Mass GeV/c ²	Electric charge	Name	Mass GeV/c ²	Electric charge			
γ photon	0	0	g gluon	0	0			
W^-	80.4	-1						
W^+	80.4	+1						
Z^0	91.187	0						

Osservazioni:

i) La teoria è incompleta, perché non esiste una trattazione quantistica coerente della gravitazione in quattro dimensioni

ii) I dati osservativi sulla materia oscura e sull'energia oscura suggeriscono forme di materia e di energia non contemplate nel modello standard

Esercizi

1. Determinare l'energia dei fotoni nel decadimento in quiete $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ sapendo che $m_\pi = 140$ MeV. Se il decadimento avviene mentre il pione ha energia E_π determinare l'energia massima e minima dei fotoni.
2. Determinare l'energia del neutrino nel decadimento in quiete $\pi^- \rightarrow \mu + \nu$ sapendo che $m_\pi = 135$ MeV e $M_\mu = 106$ MeV
3. Se il π^- ha energia E_π determinare l'energia del neutrino E_ν in funzione dell'angolo θ fra l'impulso del neutrino e quello del pione. Calcolare per $E_\pi = 1.35$ GeV e $\theta = 1$ mrad
4. Determinare l'energia cinetica T' di una particella alfa (massa m e energia cinetica T) che viene deflessa elasticamente di un angolo q nell'urto contro un nucleo di massa M . Calcolare T' per $T = 5$ MeV e urto contro nuclei di ossigeno. per lo scattering di rutherford)
5. Supponendo che la produzione di ^{14}C avvenga con velocità costante v costante, determinare l'abbondanza di ^{14}C all'equilibrio in funzione di v e della vita media τ .
6. Il ^{40}K decade β^- , β^+ ed ϵ . Determinare i nuclei prodotti nei decadimenti
7. Il Potassio costituisce circa il 4 per mille della massa del corpo umano. Il ^{40}K è radioattivo, con $t_{1/2} = 1.3 \cdot 10^9$ anni e la sua abbondanza naturale è $^{40}\text{K} / \text{K} = 10^{-4}$ Calcola il numero di decadimenti per unità di tempo prodotti nel tuo corpo
8. Idem per il ^{14}C , sapendo che il Carbonio rappresenta il 18% della massa del corpo umano
9. Descrivere in termini di emissione e assorbimento di W i seguenti processi:
 1. -decadimento del muone
 2. -cattura elettronica
 3. -decadimento beta+

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.