ESERCIZI: MODULO 1 – Grandezze fisiche: grandezze scalari e vettoriali, unità di misura

Unità di Misura, Sistema Internazionale e conversioni

1) Nel Sistema Internazionale il prefisso Giga equivale a
a) 10^{15}
b) 10^{12}
c) 10^{9}
d) 10^{6}
e) 10^{3}

Nel Sistema Internazionale il prefisso Giga equivale a 10^{9}

2) Nel Sistema Internazionale il prefisso milli equivale a
a) 10^{-12}
b) 10^{-9}
c) 10^{-6}
d) 10^{-3}
e) 10^{-2}

Nel Sistema Internazionale il prefisso milli equivale a 10^{-3}

3) L'unità di misura SI dell'angolo piano è
a) il grado sessagesimale
b) il grado centesimale,
c) il grado centigrado
d) il radiante
e) il metro

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura dell'angolo è il radiante

4) Un volume di un litro è equivalente a
a) 10^{-1} kg
b) 10^{-2} kg
c) 10^{-3} kg
d) $10^{-3}\ m^3$
e) $10^{-2}\ m^3$

1 L = 1 dm^3 ossia il volume di un litro è equivalente a $10^{-3}\ m^3$

15) Si considerino tre grandezze indicate con *v*, *a* ed *s* ed espresse rispettivamente in metri al secondo (ms^{-1}), metri al secondo quadrato (ms^{-2}) e metri (m). Tenendo presente le loro unità di misura, la relazione corretta tra le summenzionate grandezze è
a) a = v / s
b) $a = v / s^2$
c) $a = v^2 / s$
d) $a = (v/s)^2$
e) nessuna delle precedenti relazioni

Il secondo membro deve essere espresso in $m\ s^{-2}$ perché tali sono le unità di misura del primo.
Analizzando le unità di misura delle possibili risposte si deduce che la risposta corretta è v^2/s.
Le sue unità di misura sono infatti $m^2\ s^{-2}\ m^{-1} = ms^{-2}$

6) Se la grandezza *a* viene misurata in metri (m) e la grandezza *b* in secondi (s), la grandezza *a* + *b* è misurata in
a) ms^{-1}
b) ms
c) $m^{-1}\ s$

d) $m^{-1} s^{-1}$
e) le grandezze non si possono sommare perché non sono omogenee

La grandezza $a + b$ non ha significato fisico perché si possono sommare solo grandezze omogenee , soluzione *e)*

7) Se una grandezza *a* viene misurata in metri (m) e la grandezza *b* in secondi (s), la grandezza *a*/*b* è misurata in
a) ms^{-1}
b) ms
c) $m^{-1} s$
d) $m^{-1} s^{-1}$
e) le grandezze non si possono dividere perché non sono omogenee

Le unità di misura della grandezza a / b si ottengono dividendo le unità di misura di *a* con quella di *b,* quindi ms^{-1}

8) Si consideri la relazione $a = e^{-bt}$, dove *t* è un tempo misurato in secondi (s). La grandezza *b* deve essere espressa in
a) s
b) s^{-1}
c) s^{-2}
d) s^{2}
e) adimensionale
Poiché l'esponente deve essere adimensionale, *b* deve avere come unità di misura s^{-1}

9) Si consideri la relazione $a = \log c$ ove *a* e *c* sono grandezze fisiche. La grandezza *c* deve essere espressa in
a) m
b) m -1
c) kg
d) adimensionale
e) nessuna delle precedenti risposte

Poiché l'argomento del logaritmo deve essere un numero puro, *c* deve essere adimensionale

10) Si consideri la relazione $s = a + bc$, dove *s* ed *a* sono grandezze fisiche espresse in metri (m). Se *b* è espresso in m^2, la grandezza *c* deve essere espressa in
a) m^{3}
b) m^{-3}
c) m^{-2}
d) m^{-1}
e) m

Si possono sommare soltanto grandezze omogenee e quindi, poiché la grandezza *a* viene espressa in metri (m), tale deve essere anche il prodotto *bc.* Di conseguenza, essendo *b* espresso in m^{2}, *c* deve essere espresso in m^{-1} .

11) Si consideri l'espressione $s = v^{q} / g$ dove *s* è una grandezza fisica misurata in m, *v* in ms^{-1} , e *g* in ms^{-2} . Affinché tale espressione sia dimensionalmente corretta, il valore dell'esponente *q* deve essere
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) nessuna delle precedenti risposte

Il secondo membro deve essere espresso in metri perché tali sono le unità del primo membro. Sostituendo le unità di misura si ottiene $(ms^{-1})^{q}\ (ms^{-2})^{-1} = m$ ossia $m^{(q-1)} s^{(2-q)} = m$
Affinché questa relazione sia vera deve essere $m^{q-1} = m$ oppure $s^{2-q} = 1$ e quindi, in ogni caso, si ha $q = 2$

12) La densità del mercurio è 13.546 g cm^{-3} . Utilizzando le unità di base del S.I. tale valore può essere espresso come
a) 135.46 kg m^{-3}
b) 1354.6 kg m^{-3}
c) 1354.6 kg m^{-3}
d) 13546 kg m^{-3}
e) 1.3546 kg m^{-3}

Consideriamo le seguenti equivalenze 1 g = 10^{-3} kg, e 1 cm^3 = 10^{-6} m^3 . Dividendole membro a membro si ottiene 1 g cm^{-3} = 10^3 kg m^{-3} . Di conseguenza 13.546 g cm^{-3} sono equivalenti a 13546 kg m^{-3}

13) La velocità di un'automobile è di 72 km h^{-1} . Espressa mediante le unità di base del S.I. è
a) 7.2 ms^{-1}
b) 25.92 ms^{-1}
c) 2.592 ms^{-1}
d) 259.2 ms^{-1}
e) 20 ms^{-1}

Consideriamo le seguenti equivalenze 1 km = 10^3 m, 1 h = $3{,}6 \cdot 10^3$ s
Dividendo membro a membro si ottiene

$$1 \text{ km h}^{-1} = \frac{1}{3.6} \text{m s}^{-1}$$

Di conseguenza

$$72 \text{ km h}^{-1} = \frac{72}{3.6} \text{m s}^{-1} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

14) Un intervallo temporale di 1 anno (365 giorni) espresso mediante l' unità del S.I. è
a) 86400 s
b) $3.15 \cdot 10^7$ s
c) $2.59 \cdot 10^6$ s
d) $5.75 \cdot 10^5$ s
e) $6.11 \cdot 10^5$ s

Per ottenere un intervallo temporale di 365 giorni espresso in secondi occorre tenere presente che
1 ora = $3.6 \cdot 10^3$ s
1 giorno = 24 · 1 ora = $3.6 \cdot 10^3$ s
1 anno = 365 · 1 giorno = 365 · 24 · $3.6 \cdot 10^3$ s

Si ha quindi 1 anno = 365 · 24 · $3.6 \cdot 10^3$ s . In notazione scientifica con tre cifre significative si ha 1 anno = $3{,}15 \cdot 10^7$ s

15) Una portata di 5 litri al minuto è espressa in unità SI da
a) $3.1 \cdot 10^{-5}$ m 3 s -1
b) $8.3 \cdot 10^{-5}$ m 3 s -1
c) $1.2 \cdot 10^{-4}$ m 3 s -1
d) $5.2 \cdot 10^{-5}$ m 3 s -1
e) $6.6 \cdot 10^{-6}$ m 3 s -1

Consideriamo le seguenti equivalenze
1 L = 10^{-3} m^3 ed 1 min = 60 s
Dividendole membro a membro si ottiene

$$1\,L\,min^{-1} = \frac{1}{6 \cdot 10^4} m^3\ s^{-1}$$

Quindi si ha

$$5\,L\,min^{-1} = \frac{5}{6 \cdot 10^4} m^3\ s^{-1}$$

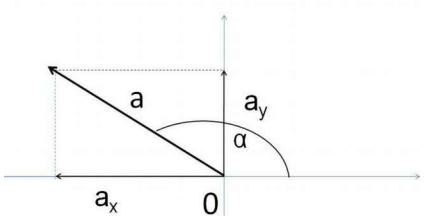
ossia, in notazione scientifica e con tre cifre significative,
5 L min^{-1} = $8.33 \cdot 10^{-5}$ m^3 s^{-1}

16) Un volume di $4.32 \cdot 10^{3}\,cm^{3}$ espresso mediante l'unità SI è
a) $4.32 \cdot 10^{-3}\,m^{3}$
b) $4.32 \cdot 10^{-2}\,m^{3}$
c) $4.32\,m^{3}$
d) $4.32 \cdot 10^{6}\,m^{3}$
e) $4.32 \cdot 10^{9}\,m^{3}$
Poiché $1\,cm^{3} = 10^{-6}\,m^{3}$, $4.32 \cdot 10^{3}\,cm^{3}$ sono equivalenti a $4.32 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-6}\,m^{3}$ ossia a $4.32 \cdot 10^{-3}\,m^{3}$

Rappresentazione cartesiana di un vettore

17) Un vettore ***a*** di modulo 40 forma con l'asse delle ascisse di un sistema di riferimento cartesiano un angolo di 135°. Le sue componenti lungo gli assi di quel sistema sono
a) $a_x = 20{,}4$ $a_y = -20.4$
b) $a_x = -20{,}4$ $a_y = 20.4$
c) $a_x = 20{,}4$ $a_y = 20.4$
d) $a_x = -28{,}3$ $a_y = 28.3$
e) $a_x = 28{,}3$ $a_y = -28{,}3$

Un vettore di modulo $|\boldsymbol{a}|$ che forma un angolo α con l'asse positivo delle ascisse ha componenti cartesiane date da
$a_x = |\boldsymbol{a}| \cos\alpha$; $a_y = |\boldsymbol{a}| \sin\alpha$



Nel caso in esame risulta $a = 40$ e $\alpha = 135°$ e quindi $a_x = -28{,}3$; $a_y = 28.3$

18) Il modulo del vettore ***a*** di componenti $a_x = 12$ e $a_y = 16$ è:
a) 40
b) 30
c) 25
d) 20
e) 15

Il segmento orientato che rappresenta il vettore ha origine nel punto (0,0) ed estremità il punto con coordinate cartesiane le componenti a *x* e a *y* del vettore stesso. Di conseguenza si ha

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Nel nostro caso essendo $a_x = 12$ e $a_y = 16$ si ottiene $a = 20$.

19) Si consideri una retta orientata ed un vettore ***a*** di modulo 5 e direzione parallela alla retta.
Se il verso del vettore è opposto a quello della retta, la sua componente lungo tale retta è
a) - 5
b) 5
c) 0
d) 25
e) non si può valutare

La componente di un vettore lungo un asse di riferimento è la misura del segmento orientato ottenuto proiettando il vettore lungo tale asse. Poiché il vettore è parallelo all'asse, e orientato in verso opposto, tale misura è il modulo del vettore preceduto dal segno negativo

Somma di vettori

20) Il modulo del vettore somma di due vettori di modulo 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

Non si conosce l'angolo formato dalle direzioni dei vettori e quindi non si può valutare la loro somma

21) Il modulo della somma di due vettori che hanno la stessa direzione, versi opposti e moduli 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

La somma di due vettori aventi la stessa direzione e versi opposti si effettua come la sottrazione di segmenti appartenenti alla stessa retta in geometria. Il modulo del vettore somma è quindi il modulo della differenza dei moduli dei due vettori. I vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ hanno moduli 3 e 4 rispettivamente e quindi il modulo della somma vettoriale è 1 → $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = 1$

22) Il modulo della somma di due vettori che formano un angolo di 90° e hanno moduli 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

Il vettore somma è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti sono i due vettori di modulo 3 e 4.
Di conseguenza si ha $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$

23) Il modulo della somma di due vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ con la stessa direzione, lo stesso verso e moduli 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

La somma di due vettori aventi la stessa direzione e lo stesso verso si effettua come la somma di segmenti appartenenti alla stessa retta in geometria. Il modulo del vettore somma è quindi il modulo della somma dei moduli dei due vettori. I vettori a e b hanno moduli 3 e 4 rispettivamente e quindi il modulo della somma vettoriale è 7

24) Il modulo della somma di due vettori che racchiudono un angolo di 45° e hanno moduli 25 e 30 è
a) 26.46
b) 50.85
c) 21.55
d) 43.21
e) 9.64

Il modulo della somma di due vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ di cui sono noti i moduli e l'angolo θ tra essi compreso è

$$|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

inserendo i valori numerici:

$$|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = \sqrt{25^2 + 30^2 + 2 \cdot 25 \cdot 30\cos(\pi/4)} = 50$$

25) Il modulo della somma di due vettori di componenti cartesiane (5, –3) e (–2, –1) è
a) 7
b) 1
c) 5
d) 11
e) 8

Note le componenti cartesiane $(a_x\,,\,a_y)$ e $(b_x\,,\,b_y)$ di due vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$, per ottenere il modulo della somma si devono calcolare le componenti di $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ sommando le componenti relative allo stesso asse:

$$(a+b)_x = a_x + b_x \qquad (a+b)_y = a_y + b_y$$

e successivamente si ottiene il modulo del vettore:

$$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}| = \sqrt{(a+b)_x^2 + (a+b)_y^2} = \sqrt{(a_x+b_x)^2 + (a_y+b_y)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5.$$

26) Il modulo della differenza tra due vettori con la stessa direzione, versi opposti, moduli rispettivamente 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

Si consideri un asse di riferimento con direzione quella comune ai vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ e orientato nel verso del primo vettore, ad esempio. Le componenti dei due vettori lungo tale asse sono quindi rispettivamente 3 e -4. Di conseguenza il modulo della differenza risulta $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}| = |-3-(-4)| = 1$

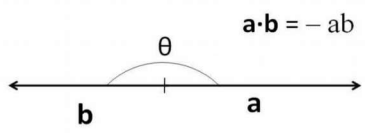
Prodotto scalare

27) Il prodotto scalare di due vettori che racchiudono un angolo 60° e hanno moduli 4 e 5 è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

Ricordando che l'espressione del prodotto scalare tra due vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ formanti un angolo θ è
$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a\,b\cos\theta$
poiché nel caso in esame $a = 4$, $b = 5$, $\theta = 60°$ si ha $\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = 10$

28) Il prodotto scalare di due vettori con moduli 4 e 5, la stessa direzione e versi opposti è
a) –20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

I due vettori avendo la stessa direzione e versi opposti formano un angolo θ di 180°.



Il loro prodotto scalare risulta $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a\,b\cos 180° = a\,b\,(-1) = -20$

29) Il prodotto scalare di due vettori che racchiudono un angolo di 90° e con moduli 4 e 5 è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

I due vettori formano un angolo di 90° → cos(90°) = 0, di conseguenza, il loro prodotto scalare è nullo ossia $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0$

30) Il prodotto scalare tra due vettori con moduli 4 e 5, e aventi la stessa direzione e lo stesso verso è
a) –20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

I due vettori avendo la stessa direzione e lo stesso verso formano un angolo di 0° → cos(0°) = 1 e di conseguenza il loro prodotto scalare è, per definizione, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{ab} = 4 \cdot 5 = 20$

31) Il prodotto scalare tra un vettore a di modulo 4 e un vettore b di modulo 5 vale
a) –20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

Poiché non si conosce l'angolo formato dalle direzioni dei due vettori → non si può valutare il loro prodotto scalare

32) Il prodotto scalare di due vettori di componenti cartesiane (6, – 4) e (3,5) è
a) 10
b) – 10
c) 24
d) 28
e) – 2

Note le componenti cartesiane (a_x, a_y) ed (b_x, b_y) dei vettori, il loro prodotto scalare, essendo la somma dei prodotti delle componenti relative a ciascun asse, risulta

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_x b_x + a_y b_y$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 3 \times 6 + (-4) \times 5 = -2$

Prodotto vettoriale

33) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra un vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 9 e un vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 3 è
a) 27
b) 3
c) –27
d) 0
e) non si può valutare

Poiché non si conosce l'angolo formato dalle direzioni dei due vettori non si può valutare il loro prodotto vettoriale.

34) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra il vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 9 e il vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 3 che hanno direzioni coincidenti e versi opposti è
a) 0
b) 12
c) 27
d) 6
e) non si può valutare

L'angolo formato dai vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ aventi la stessa direzione e verso opposto è di 180° e quindi il modulo del loro prodotto vettoriale è
$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \sin 180° = 0$
visto che: $\sin 180° = 0$

35) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra il vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 3 formante un angolo di $\pi/2$ con il vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 9 è
a) 0
b) 12
c) 27
d) 6
e) non si può valutare

I due vettori formano un angolo di 90° e quindi, per definizione, il modulo del loro prodotto vettoriale è
$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \sin 90° = ab$
Essendo $a = 9$ $b = 3$ si ottiene $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = 27$

36) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra il vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 4 e il vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 5 che hanno direzioni e versi coincidenti è
a) –20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

I due vettori avendo la stessa direzione e lo stesso verso formano un angolo di 0°. Il modulo del prodotto vettoriale è, per definizione, $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \sin 0° = 0$

37) Si considerino i vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ di componenti cartesiane $\boldsymbol{a} = (3, 2)$ e $\boldsymbol{b} = (2, 4)$. Il modulo del prodotto vettoriale è
a) 8
b) 5
c) 7
d) 12
e) 14

Note le componenti cartesiane di $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ poiché i vettori si trovano nel piano x,y si ha
$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = a_x b_y - a_y b_x = 12 - 4 = 8$
considerato che $a_x = 3$, $a_y = 2$ e $b_x = 2$, $b_y = 4$