ESERCIZI: MODULO 1 – Grandezze fisiche: grandezze scalari e vettoriali, unità di misura

Unità di Misura, Sistema Internazionale e conversioni

1) Nel Sistema Internazionale il prefisso Giga equivale a
a) 10^{15}
b) 10^{12}
c) 10^{9}
d) 10^{6}
e) 10^{3}

2) Nel Sistema Internazionale il prefisso milli equivale a
a) 10^{-12}
b) 10^{-9}
c) 10^{-6}
d) 10^{-3}
e) 10^{-2}

3) L'unità di misura SI dell'angolo piano è
a) il grado sessagesimale
b) il grado centesimale,
c) il grado centigrado
d) il radiante
e) il metro

4) Un volume di un litro è equivalente a
a) 10^{-1} kg
b) 10^{-2} kg
c) 10^{-3} kg
d) 10^{-3} m^3
e) 10^{-2} m^3

15) Si considerino tre grandezze indicate con v, a ed s ed espresse rispettivamente in metri al secondo (ms^{-1}), metri al secondo quadrato (ms^{-2}) e metri (m). Tenendo presente le loro unità di misura, la relazione corretta tra le summenzionate grandezze è
a) $a = v / s$
b) $a = v / s^2$
c) $a = v^2 / s$
d) $a = (v / s)^2$
e) nessuna delle precedenti relazioni

6) Se la grandezza a viene misurata in metri (m) e la grandezza b in secondi (s), la grandezza $a + b$ è misurata in
a) ms^{-1}
b) ms
c) $m^{-1}s$
d) $m^{-1}s^{-1}$
e) le grandezze non si possono sommare perché non sono omogenee

7) Se una grandezza a viene misurata in metri (m) e la grandezza b in secondi (s), la grandezza a/b è misurata in
a) ms^{-1}
b) ms
c) $m^{-1}s$
d) $m^{-1}s^{-1}$
e) le grandezze non si possono dividere perché non sono omogenee

8) Si consideri la relazione $a = e^{-bt}$, dove t è un tempo misurato in secondi (s). La grandezza b deve essere espressa in
a) s
b) s^{-1}
c) s^{-2}
d) s^{2}
e) adimensionale

9) Si consideri la relazione $a = \log c$ dove a e c sono grandezze fisiche. La grandezza c deve essere espressa in
a) m
b) m^{-1}
c) kg
d) adimensionale
e) nessuna delle precedenti risposte

10) Si consideri la relazione $s = a + bc$, dove s ed a sono grandezze fisiche espresse in metri (m). Se b è espresso in m^2, la grandezza c deve essere espressa in
a) m^3
b) m^{-3}
c) m^{-2}
d) m^{-1}
e) m

11) Si consideri l'espressione $s = v^q/g$ dove s è una grandezza fisica misurata in m, v in ms^{-1} , e g in ms^{-2} . Affinché tale espressione sia dimensionalmente corretta, il valore dell'esponente q deve essere
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) nessuna delle precedenti risposte

12) La densità del mercurio è 13.546 g cm^{-3} . Utilizzando le unità di base del S.I. tale valore può essere espresso come
a) 135,46 kg m^{-3}
b) 1354,6 kg m^{-3}
c) 1354,6 kg m^{-3}
d) 13546 kg m^{-3}
e) 1,3546 kg m^{-3}

13) La velocità di un'automobile è di 72 km h^{-1} . Espressa mediante le unità di base del S.I. è
a) 7,2 ms^{-1}
b) 25,92 ms^{-1}
c) 2,592 ms^{-1}
d) 259,2 ms^{-1}
e) 20 ms^{-1}

14) Un intervallo temporale di 1 anno (365 giorni) espresso mediante l'unità del S.I. è
a) 86400 s
b) $3,15 \cdot 10^7$ s
c) $2,59 \cdot 10^6$ s
d) $5,75 \cdot 10^5$ s
e) $6,11 \cdot 10^5$ s

15) Una portata di 5 litri al minuto è espressa in unità SI da
a) $3,1 \cdot 10^{-5}\ m^3\ s^{-1}$
b) $8,3 \cdot 10^{-5}\ m^3 s^{-1}$
c) $1,2 \cdot 10^{-4}\ m^3 s^{-1}$
d) $5,2 \cdot 10^{-5}\ m^3\ s^{-1}$
e) $6,6 \cdot 10^{-6}\ m^3 s^{-1}$

16) Un volume di $4,32 \cdot 10^3\ cm^3$ espresso mediante l'unità SI è
a) $4,32 \cdot 10^{-3}\ m^3$
b) $4,32 \cdot 10^{-2}\ m^3$
c) $4,32\ m^3$
d) $4,32 \cdot 10^6\ m^3$
e) $4,32 \cdot 10^9\ m^3$

Rappresentazione cartesiana di un vettore

17) Un vettore ***a*** di modulo 40 forma con l'asse delle ascisse di un sistema di riferimento cartesiano un angolo di 135°. Le sue componenti lungo gli assi di quel sistema sono
a) $a_x = 20,4$ $a_y = -20,4$
b) $a_x = -20,4$ $a_y = 20,4$
c) $a_x = 20,4$ $a_y = 20,4$
d) $a_x = -28,3$ $a_y = 28.3$
e) $a_x = 28,3$ $a_y = -28,3$

18) Il modulo del vettore ***a*** di componenti $a_x = 12$ e $a_y = 16$ è:
a) 40
b) 30
c) 25
d) 20
e) 15

19) Si consideri una retta orientata ed un vettore ***a*** di modulo 5 e direzione parallela alla retta.
Se il verso del vettore è opposto a quello della retta, la sua componente lungo tale retta è
a) - 5
b) 5
c) 0
d) 25
e) non si può valutare

Somma di vettori

20) Il modulo del vettore somma di due vettori di modulo 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

21) Il modulo della somma di due vettori che hanno la stessa direzione, versi opposti e moduli 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

22) Il modulo della somma di due vettori che formano un angolo di 90° e hanno moduli 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

23) Il modulo della somma di due vettori ***a*** e ***b*** con la stessa direzione, lo stesso verso e moduli 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

24) Il modulo della somma di due vettori che racchiudono un angolo di 45° e hanno moduli 25 e 30 è
a) 26,46
b) 50,85
c) 21,55
d) 43,21
e) 9,64

25) Il modulo della somma di due vettori di componenti cartesiane (5, –3) e (–2, –1) è
a) 7
b) 1
c) 5
d) 11
e) 8

26) Il modulo della differenza tra due vettori con la stessa direzione, versi opposti, moduli rispettivamente 3 e 4 è
a) 7
b) 5
c) 1
d) 0
e) non si può valutare

Prodotto scalare

27) Il prodotto scalare di due vettori che racchiudono un angolo 60° e hanno moduli 4 e 5 è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

28) Il prodotto scalare di due vettori con moduli 4 e 5, la stessa direzione e versi opposti è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

29) Il prodotto scalare di due vettori che racchiudono un angolo di 90° e con moduli 4 e 5 è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

30) Il prodotto scalare tra due vettori con moduli 4 e 5, e aventi la stessa direzione e lo stesso verso è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

31) Il prodotto scalare tra un vettore a di modulo 4 e un vettore b di modulo 5 vale
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

32) Il prodotto scalare di due vettori di componenti cartesiane (6, – 4) e (3,5) è
a) 10
b) – 10
c) 24
d) 28
e) – 2

Prodotto vettoriale

33) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra un vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 9 e un vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 3 è
a) 27
b) 3
c) – 27
d) 0
e) non si può valutare

34) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra il vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 9 e il vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 3 che hanno direzioni coincidenti e versi opposti è
a) 0
b) 12
c) 27
d) 6
e) non si può valutare

35) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra il vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 3 formante un angolo di $\pi/2$ con il vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 9 è
a) 0
b) 12
c) 27
d) 6
e) non si può valutare

36) Il modulo del prodotto vettoriale $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ tra il vettore $\boldsymbol{a}$ di modulo 4 e il vettore $\boldsymbol{b}$ di modulo 5 che hanno direzioni e versi coincidenti è
a) – 20
b) 0
c) 10
d) 20
e) non si può valutare

37) Si considerino i vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ di componenti cartesiane $\boldsymbol{a} = (3, 2)$ e $\boldsymbol{b} = (2, 4)$. Il modulo del prodotto vettoriale è
a) 8
b) 5
c) 7
d) 12
e) 14

SOLUZIONI

1) Nel Sistema Internazionale il prefisso Giga equivale a 10^{9}

2) Nel Sistema Internazionale il prefisso milli equivale a 10^{-3}

3) 1 L = 1 dm^{3} → il volume di un litro è equivalente a 10^{-3} m^{3}

5) Il secondo membro deve essere espresso in m s^{-2} perché tali sono le unità di misura del primo.
Analizzando le unità di misura delle possibili risposte si deduce che la risposta corretta è v^{2} / s.
Le sue unità di misura sono infatti $m^{2}s^{-2}m^{-1} = ms^{-2}$

6) La grandezza $a + b$ non ha significato fisico perché si possono sommare solo grandezze omogenee , soluzione *e)*

7) Le unità di misura della grandezza a / b si ottengono dividendo le unità di misura di a con quella di b, quindi ms^{-1}

8) Poiché l'esponente deve essere adimensionale, b deve avere come unità di misura s^{-1}

9) Poiché l'argomento del logaritmo deve essere un numero puro, c deve essere adimensionale

10) Si possono sommare soltanto grandezze omogenee e quindi, poiché la grandezza a viene espressa in metri (m), tale deve essere anche il prodotto bc. Di conseguenza, essendo b espresso in m^{2}, c deve essere espresso in m^{-1} .

11) Il secondo membro deve essere espresso in metri perché tali sono le unità del primo membro. Sostituendo le unità di misura si ottiene $(ms^{-1})^{q}$ $(ms^{-2})^{-1}$ = m ossia $m^{(q-1)}s^{(2-q)} = m$
Affinché questa relazione sia vera deve essere $m^{q-1} = m$ oppure $s^{(2-q)} = 1$ e quindi, in ogni caso, si ha $q = 2$

12) Consideriamo le seguenti equivalenze 1 g = 10^{-3} kg, e 1 $cm^{3} = 10^{-6}$ m^{3} .
Dividendole membro a membro si ottiene:
1 g $cm^{-3} = 10^{3}$ kg m^{-3} . Di conseguenza 13.546 g cm^{-3} sono equivalenti a 13546 kg m^{-3}

13) Consideriamo le seguenti equivalenze 1 km = 10^{3} m, 1 h = $3{,}6 \cdot 10^{3}$ s
Dividendole membro a membro si ottiene:
$$1\ \mathrm{km\ h^{-1}} = \frac{1}{3.6}\mathrm{m\ s^{-1}}$$
Di conseguenza
$$72\ \mathrm{km\ h^{-1}} = \frac{72}{3.6}\mathrm{m\ s^{-1}} = 20\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

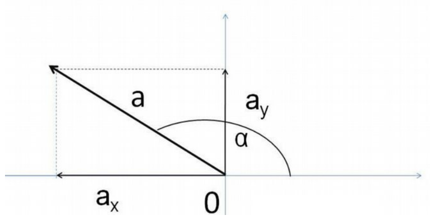
14) Per ottenere un intervallo temporale di 365 giorni espresso in secondi occorre tenere presente che
1 ora = $3.6 \cdot 10^{3}$ s
1 giorno = $24 \cdot 1$ ora = $3.6 \cdot 10^{3}$ s
1 anno = $365 \cdot 1$ giorno = $365 \cdot 24 \cdot 3.6 \cdot 10^{3}$ s

Si ha quindi 1 anno = $365 \cdot 24 \cdot 3.6 \cdot 10^{3}$ s . In notazione scientifica con tre cifre significative → 1 anno = $3{,}15 \cdot 10^{7}$ s

15) Consideriamo le seguenti equivalenze : 1 L = 10^{-3} m^{3} ed 1 min = 60 s
Dividendole membro a membro si ottiene
$$1\,L\,min^{-1} = \frac{1}{6 \cdot 10^{4}} m^{3}\ s^{-1}$$
Quindi si ha
$$5\,L\,min^{-1} = \frac{5}{6 \cdot 10^{4}} m^{3}\ s^{-1}$$
ossia, in notazione scientifica e con tre cifre significative,
5 L $min^{-1} = 8.33 \cdot 10^{-5} m^{3}s^{-1}$

16) Poiché 1 $cm^{3} = 10^{-6}$ m^{3} , $4.32 \cdot 10^{3}$ cm^{3} sono equivalenti a $4.32 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-6}$ m^{3} ossia a $4.32 \cdot 10^{-3}$ m^{3}

17) Un vettore ***a*** di modulo |***a***| che forma un angolo α con l'asse positivo delle ascisse ha componenti cartesiane date da a_x = |***a***| cos α; a_y = |***a***| sin α



Nel caso in esame risulta |***a***| = 40 e α = 135° e quindi a_x = - 28,3; a_y = 28.3

18) Il segmento orientato che rappresenta il vettore ha origine nel punto (0,0) e come estremità il punto con coordinate cartesiane che rappresentano i valori delle componenti a_x e a_y del vettore stesso. Di conseguenza si ha

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Nel nostro caso essendo $a_x = 12$ e $a_y = 16$, si ottiene $a = 20$.

19) La componente di un vettore lungo un asse di riferimento è la misura del segmento orientato ottenuto proiettando il vettore lungo tale asse. Poiché il vettore è parallelo all'asse, e orientato in verso opposto, tale misura è il modulo del vettore preceduto dal segno negativo

20) Non si conosce l'angolo formato dalle direzioni dei vettori e quindi **non** si può valutare la loro somma

21) La somma di due vettori aventi la stessa direzione e versi opposti si effettua come la sottrazione di segmenti appartenenti alla stessa retta in geometria. Il modulo del vettore somma è quindi il modulo della differenza dei moduli dei due vettori. I vettori ***a*** e ***b*** hanno moduli 3 e 4 rispettivamente, quindi il modulo della somma vettoriale è 1 → |***a + b***| = 1

22) Il vettore somma è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti sono i due vettori di modulo 3 e 4.
Di conseguenza si ha $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$

23) La somma di due vettori aventi la stessa direzione e lo stesso verso si effettua come la somma di segmenti appartenenti alla stessa retta in geometria. Il modulo del vettore somma è quindi il modulo della somma dei moduli dei due vettori. I vettori ***a*** e ***b*** hanno moduli 3 e 4 rispettivamente e quindi il modulo della somma vettoriale è 7

24) Il modulo della somma di due vettori ***a*** e ***b*** di cui sono noti i moduli e l'angolo θ tra essi compreso è

$$|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta}$$

inserendo i valori numerici:

$$|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = \sqrt{25^2 + 30^2 + 2 \cdot 25 \cdot 30 \cos(\pi/4)} = 50$$

25) Note le componenti cartesiane (a_x , a_y) e (b_x , b_y) di due vettori ***a*** e ***b*** , per ottenere il modulo della somma si devono calcolare le componenti di ***a + b*** sommando le componenti relative allo stesso asse:

$$(a + b)_x = a_x + b_x \qquad (a + b)_y = a_y + b_y$$

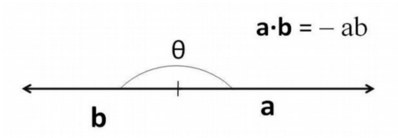
e successivamente si ottiene il modulo del vettore:

$$|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = \sqrt{(a + b)_x^2 + (a + b)_y^2} = \sqrt{(a_x + b_x)^2 + (a_y + b_y)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5.$$

26) Si consideri un asse di riferimento con direzione quella comune ai vettori ***a*** e ***b*** e orientato nel verso del primo vettore, ad esempio. Le componenti dei due vettori lungo tale asse sono quindi rispettivamente 3 e -4. Di conseguenza il modulo della differenza risulta $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = |-3 - (-4)| = 1$

27) Ricordando che l'espressione del prodotto scalare tra due vettori ***a*** e ***b*** formanti un angolo θ è
a • ***b*** = $a\, b \cos\theta$, poiché nel caso in esame $a = 4$, $b = 5$, $\theta = 60°$ si ha ***a*** • ***b*** = 10

28) I due vettori avendo la stessa direzione e versi opposti formano un angolo θ di 180°.



Il loro prodotto scalare risulta $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a\, b \cos 180° = a\, b\,(-1) = -20$

29) I due vettori formano un angolo di 90° → cos(90°) = 0, di conseguenza, il loro prodotto scalare è nullo ossia $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0$

30) I due vettori avendo la stessa direzione e lo stesso verso formano un angolo di 0° → cos(0°) = 1 e di conseguenza il loro prodotto scalare è, per definizione, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \boldsymbol{ab} = 4 \cdot 5 = 20$

31) Poiché non si conosce l'angolo formato dalle direzioni dei due vettori → **non** si può valutare il loro prodotto scalare

32) Note le componenti cartesiane (a_x, a_y) ed (b_x, b_y) dei vettori, il loro prodotto scalare, essendo la somma dei prodotti delle componenti relative a ciascun asse, risulta

$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_x\, b_x + a_y\, b_y$

Sostituendo i valori numerici si ottiene $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 3 \times 6 + (-4) \times 5 = -2$

33) Poiché non si conosce l'angolo formato dalle direzioni dei due vettori non si può valutare il loro prodotto vettoriale.

34) L'angolo formato dai vettori $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ aventi la stessa direzione e verso opposto è di 180° e quindi il modulo del loro prodotto vettoriale è $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \sin(180°) = 0$, visto che: $\sin(180°) = 0$

35) I due vettori formano un angolo di 90° e quindi, per definizione, il modulo del loro prodotto vettoriale è
$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \sin 90° = ab$
Essendo $a = 9$ $b = 3$ si ottiene $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = 27$

36) I due vettori avendo la stessa direzione e lo stesso verso formano un angolo di 0°. Il modulo del prodotto vettoriale è, per definizione, $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = ab \sin 0° = 0$

37) Note le componenti cartesiane di $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{b}$ poiché i vettori si trovano nel piano x,y si ha:
$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = a_x b_y - a_y b_x = 12 - 4 = 8$
considerato che $a_x = 3$, $a_y = 2$ e $b_x = 2$, $b_y = 4$