La Dinamica e le sue leggi

Biomeccanica del movimento

Prof.ssa Luciana Zaccagni

DINAMICA

Passiamo da una semplice descrizione del moto, come in cinematica, a uno studio delle *cause* del moto = **dinamica**

Le grandezze fisiche che causano il movimento si chiamano forze

Una FORZA è una spinta o una trazione

Dobbiamo definire **modulo** o **intensità** della forza che applichiamo e **direzione** nella quale spingiamo o tiriamo

MASSA misura di quanto sia difficile cambiare la velocità di un oggetto

(p.e. mettere un oggetto fermo in movimento, fermare un oggetto in movimento o cambiare la direzione,...)

Prima legge del moto di Newton: legge d'inerzia

In un sistema di riferimento inerziale, un corpo persevera nel proprio stato di quiete o di moto rettilineo uniforme finché non agisce su esso una qualche causa esterna

se	$\sum F = 0$	allora	$v = \text{costante}$
se	$v = \text{costante}$	allora	$\sum F = 0$

Possiamo vederla sotto due punti di vista:

1) in un sistema adeguato (inerziale) un moto non rettilineo ed uniforme indica la presenza di forze;
2) il rilievo di moto non rettilineo ed uniforme in assenza di forze indica l'inadeguatezza del sistema di riferimento.

Interpretazioni della I legge di Newton

- Se un corpo è in quiete e su di esso non agisce alcuna forza allora rimane in quiete

  viceversa

  se un corpo è in quiete allora nessuna forza agisce su di esso
- Se un corpo si muove di MRU e su di esso non agisce alcuna forza allora continuerà a muoversi a velocità costante

  viceversa

  se un corpo si muove di MRU allora la Σ delle forze è nulla

Principio di Conservazione della Quantità di Moto

La I legge di Newton fornisce le basi per il principio di conservazione della quantità di moto (L)

$$L = m.v$$

L = costante se $\Sigma F=0$

$L_i = \Sigma(mu) = m_1u_1+m_2u_2+\ldots = m_1v_1+m_2v_2+\ldots = \Sigma(mv) = L_f =$ cost

u_i= velocità iniziale

v_i= velocità finale

Questo principio è utile per studiare gli urti, molto comuni negli sport: palla da baseball contro la mazza, pallina da tennis contro la racchetta, pallone da calcio contro il piede, difensori contro attaccanti nel football americano

URTI

- Urto è **elastico** se si conserva l'energia cinetica

  $m_1u_1+ m_2u_2 +.....=m_1v_1+m_2v_2+.....$
- Urto **anelastico** se **non** si conserva l'energia cinetica

  $v_1=v_2$ = v finale

  $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1 v +m_2v = (m_1+m_2)v$

In natura gli urti sono sempre anelastici

Nel fenomeno degli urti vale " il principio di conservazione dell'energia" che può essere espresso in questo modo:

Energia cinetica prima dell'urto = Energia cinetica dopo l'urto + Energia conservata nella deformazione dei corpi.

URTO ELASTICO

1) **Penny in movimento contro nickel fermo**

Pre-collision		**Post-collision**	

Penny:	**Nickel:**	**Penny:**	**Nickel:**
$m_P = 2.5$ g	$m_N = 5.0$ g	$m_p = 2.5$ g	$m_N = 5.0$ g
$u_P = 2$ m/s	$u_N = 0$ m/s	$v_p = 0$ m/s	$v_N = 1$ m/s

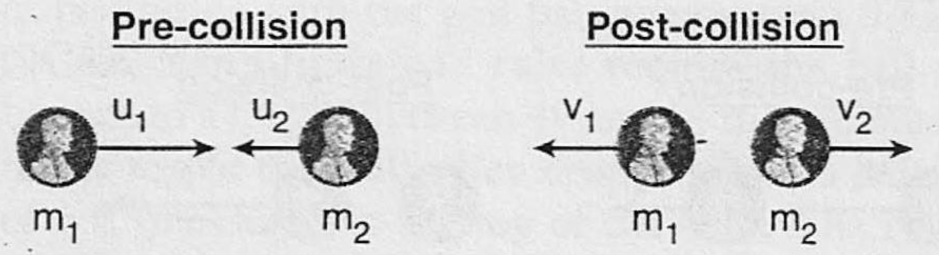
$$m_P u_P + m_N m_N = m_P v_P + m_N v_N$$

$$(2.5\ \text{g})(2\ \text{m/s}) + (5.0\ \text{g})(0\ \text{m/s}) = (2.5\ \text{g})(0\ \text{m/s}) + (5.0\ \text{g})v_N$$

$$5\ \text{g}\cdot\text{m/s} = (5.0\ \text{g})v_N$$

$$v_N = 1\ \text{m/s}$$

2) **Urto perfettamente elastico di 2 monete in movimento sulla stessa linea ma in versi opposti: ciascun oggetto trasferisce tutta la sua quantità di moto all'altro oggetto.**



$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$m_1u_1 = m_2v_2$$
$$m_2u_2 = m_1v_1$$

Per calcolare V_2

$$(2.5\ \text{g})(+1\ \text{m/s}) = (2.5\ \text{g})v_B$$
$$2.5\ \text{g}\cdot\text{m/s} = (2.5\ \text{g})v_B$$
$$v_B = +1\ \text{m/s}$$

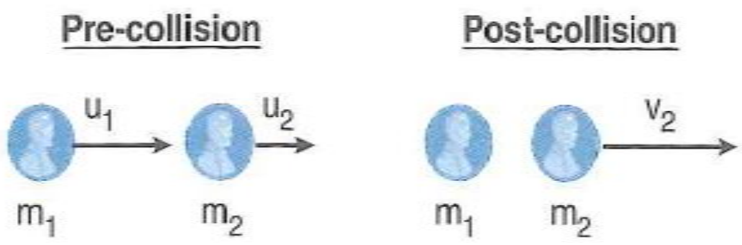
Dopo l'urto la moneta 2 si muoverà con velocità 1m/s cioè verso destra

Per calcolare V_1

$$(2.5\ \text{g})(-2\ \text{m/s}) = (2.5\ \text{g})v_A$$
$$-5\ \text{g}\cdot\text{m/s} = (2.5\ \text{g})v_A$$
$$v_A = -2\ \text{m/s}$$

Dopo l'urto la moneta 1 si muoverà con velocità -2m/s cioè verso sinistra

3) **Corpi in movimento a velocità diverse nella stessa direzione: dopo l'urto m1 si ferma e la quantità di moto del corpo più veloce è completamente trasferita al corpo m2 che si muoveva più lentamente.**



$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_2v_2$$
$$v_1 = 0$$

$$V_2 = (m_1u_1+m_2u_2)/m_2$$

Es. scontro nel football americano

Un terzino di 80 kg si scontra con un difensore di II linea di 120 kg sulla linea di meta. Prima dello scontro le rispettive velocità sono 6m/s e -5m/s. Se l'urto è perfettamente anelastico, riuscirà il terzino a segnare la meta o prevarrà il difensore?

m_1=80 kg u_1= 6m/s

m_2=120 kg u_2= -5m/s

$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1+m_2)v$

80kg*6m/s + 120 kg*(-5m/s) = (80+120)kg*v

$$v = \frac{-120\ kg.m/s}{200kg} = -0{,}6m/s$$

Il terzino non riesce a segnare: terzino e difensore si muoveranno in direzione opposta alla segnatura della meta con una velocità di 0,6 m/s.

Es. urto anelastico

Siamo al palaghiaccio e un ragazzo lancia un pallone da basket di massa 0,6 kg con una velocità di 12 m/s verso un altro ragazzo che la riceve. Il secondo ragazzo, inizialmente fermo e di massa pari a 65 kg, si trova sui pattini e può così scivolare sul ghiaccio senza attrito. Con quale velocità il secondo ragazzo si muoverà all'indietro?

Siamo in presenza di un urto completamente anelastico e ce ne accorgiamo perché il secondo ragazzo, quando riceve il pallone, si muove assieme ad esso costituendo un unico corpo dopo l'urto.

Impostiamo l'equazione di conservazione della quantità di moto: con il pedice 1 ci riferiamo alle grandezze relative al pallone, mentre con il pedice 2 a quelle relative al secondo ragazzo.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_f$$

eliminare

Possiamo il termine con la velocità iniziale del secondo ragazzo, perché inizialmente fermo:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_f$$

Ricaviamo la velocità finale e sostituiamo i dati:

$$v_f = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

A questo punto non ci resta che sostituire i dati

$$v_f = \frac{(0,6 \text{ kg}) \cdot 12 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,6 \text{ kg} + 65 \text{ kg}} \simeq 0,11 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Questa è la velocità con cui il secondo ragazzo viene spinto dopo aver ricevuto il pallone; tale velocità ha la stessa direzione e lo stesso verso di quella iniziale del pallone, cosicché la quantità di moto è conservata.

Coefficiente di restituzione

- La maggior parte degli urti negli sport non sono né perfettamente elastici né perfettamente anelastici.
- Il coefficiente di restituzione è uno strumento per misurare l’elasticità di un urto
- Matematicamente il coefficiente di restituzione è definito dal rapporto fra la velocità di separazione dei veicoli entrati in collisione e la loro differenza di velocità all'urto.

Coefficiente di restituzione

- Misura l'elasticità dell'urto

$$e = \left|\frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2}\right| = \left|\frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}\right|$$

- in cui

  e = coefficient of restitution

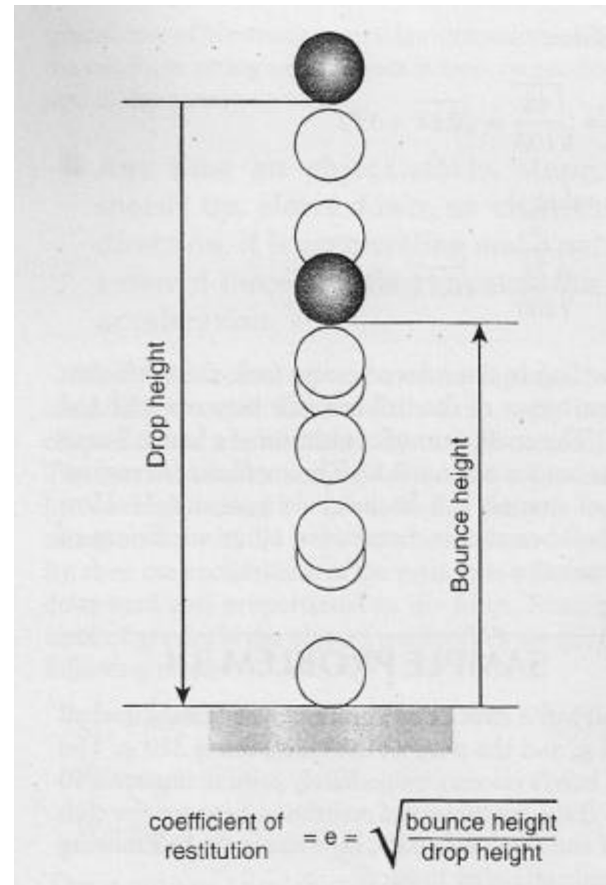
  v_1, v_2 = post-impact velocities of objects one and two

  u_1, u_2 = pre-impact velocities of objects one and two

- $0<e<1$

  per urti elastici $e=1$

  per urti anelastici $e=0$
- È adimensionale
- Dipende dalla natura di entrambi gli oggetti che collidono (temperatura, tipo di superficie, tipo di palla)



- Il coefficiente di restituzione è una misura critica in molti sport con la palla, poiché l'elasticità della palla e degli attrezzi o della superficie di gioco influenza il risultato della competizione.
- Se le mazze da baseball avessero rispetto alla palla un **e** maggiore allora più mete sarebbero segnate ma anche più lanciatori si infortunerebbero; se le mazze da golf avessero con la pallina un **e** più alto allora colpi da 300 yd sarebbero comuni
- Regolamenti delle singole discipline sportive specificano il coefficiente di restituzione della palla sulla superficie di gioco o con gli attrezzi.

Es. palla da basket

Il Regolamento Tecnico Ufficiale della Pallacanestro cita :

"La palla deve essere gonfiata ad una pressione tale che lasciata cadere sul terreno di gioco da un'altezza di circa m. 1,80, misurata dalla parte inferiore della palla, rimbalzi ad un'altezza compresa tra m. 1,20 (minimo) e m. 1,40 (massimo), misurata dalla parte superiore".

Qual è il range di valori di e permessi per la palla da basket?

$$e = \sqrt{\frac{\text{bounce height}}{\text{drop height}}}$$

- e min = $(1{,}20/1{,}80)^{\frac{1}{2}} = 0{,}82$
- e max = $(1{,}40/1{,}80)^{\frac{1}{2}} = 0{,}88$

Esempio calcio della palla ferma

- Velocità di impatto del piede = 20m/s
- V iniziale palla =0 m/s
- Velocità finale della palla = 25 m/s

Velocità finale palla = 1,25. velocità di impatto del piede

L'aumento in velocità è dovuto alla maggiore massa del piede rispetto alla palla

Se si potesse incrementare la massa del piede (ad es. scarpe più pesanti) o aumentare la qualità dell'impatto (piede più rigido) la palla andrebbe più veloce e più lontano.

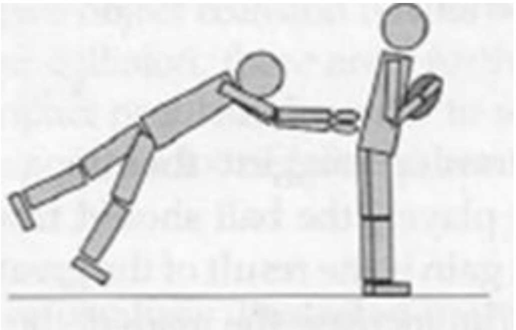
- Uso di scarpe più pesanti **in atletica** in allenamento e più leggere in gara
- Uso di pesi che appesantiscono la mazza nel **baseball** durante il riscaldamento

Es. scontro tra rugbisti

Un rugbista (ala) di 60 kg si muove ad una velocità di 8m/s verso destra e placca un attaccante di 100kg che è fermo. Se dopo l'urto l'attaccante si muove verso destra ad una velocità di 3,6 m/s determinare la velocità dell'ala dopo l'urto e il coefficiente di restituzione fra i due giocatori (assumendo nessuna interazione con il terreno).

Dati:

m_A=60kg m_B=100kg v_A=+8m/s v_B=0m/s v'_A=? v'_B =+3,6m/s



- $m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$
- $60*8+100*0=60*v'_A+100*3{,}6$
- v'_A=2,0m/s
- $e=(v'_B-v'_A)/(v_A-v_B) = (3{,}6-2{,}0)/(8{,}0-0)= 0{,}2$

Es. golf

- Una pallina da golf di massa 46 g è colpita da una mazza, la cui testa ha una massa di 210 g. La velocità della testa della mazza prima dell'impatto è 50 m/s. Se il coefficiente di restituzione fra la testa e la pallina è 0,80, qual è la velocità della palla subito dopo l'impatto?
- 1) quantità note

$$m_{ball} = 46 \text{ g}$$
$$m_{club} = 210 \text{ g}$$
$$u_{ball} = 0 \text{ m/s}$$
$$u_{club} = 50 \text{ m/s}$$
$$e = 0.80$$

- 2) incognita: $v_{ball} = ?$
- 3) equazioni da utilizzare

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$
$$m_{ball} u_{ball} + m_{club} u_{club} = m_{ball} v_{ball} + m_{club} v_{club}$$
$$e = \left| \frac{v_1 - v_2}{u_1 - u_2} \right| = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = \frac{v_{club} - v_{ball}}{u_{ball} - u_{club}}$$

- 4) abbiamo due variabili incognite: v mazza e v pallina, cioè le velocità dopo l'urto. Dalle due equazioni ricaviamo v mazza in funzione di v pallina

$$e = \frac{v_{club} - v_{ball}}{u_{ball} - u_{club}}$$
$$e\,(u_{ball} - u_{club}) = v_{club} - v_{ball}$$
$$v_{club} = e\,(u_{ball} - u_{club}) + v_{ball}$$

5) sostituiamo e otteniamo l'eq.

$$m_{ball}u_{ball} + m_{club}u_{club} = m_{ball}v_{ball} + m_{club}v_{club}$$

$$m_{ball}u_{ball} + m_{club}u_{club} = m_{ball}v_{ball} + m_{club} \times [e\,(u_{ball} - u_{club}) + v_{ball}]$$

6) Sostituiamo i valori e calcoliamo:

$$(46\text{ g})(0) + (210\text{ g})(50\text{ m/s}) = (46\text{ g})v_{ball} + (210\text{ g}) \times [0.80\,(0 - 50\text{ m/s}) + v_{ball}]$$

$$(210\text{ g})(50\text{ m/s}) = v_{ball}\,(46\text{ g} + 210\text{ g}) - (210\text{ g})(0.8)(50\text{ m/s})$$

$$(210\text{ g})(50\text{ m/s}) + (210\text{ g})(0.8)(50\text{ m/s}) = v_{ball}\,(256\text{ g})$$

$$v_{ball} = v_{ball} = \frac{(210\text{ g})(90\text{ m/s})}{256\text{ g}}$$

$$v_{ball} = 74\text{ m/s}$$

Seconda legge del moto di Newton

Un oggetto di massa *m* ha un'accelerazione uguale alla forza risultante divisa per la massa

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\sum \mathbf{F}}{m} \qquad\qquad \sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Possiamo vederla sotto due punti di vista:

1) se si rileva un cambiamento di velocità nel tempo si ha la prova di una forza agente sul punto materiale;

2) se si applica una forza al punto materiale, si ha un proporzionale cambiamento di velocità nel tempo.

Caso particolare. Se su un oggetto agisce forza risultante nulla, matematicamente possiamo scrivere che $\Sigma\mathbf{F} = 0$, per la seconda legge concludiamo che anche l'accelerazione deve essere zero, e quindi la sua velocità è costante ⇒ prima legge

Unità di misura della forza: newton (N)

1 newton è definito come la forza richiesta per dare a una massa di 1 kilogrammo un'accelerazione di $1 m/s^2$

$$[F] = [kg][m][s]^{-2} = \text{Newton}$$

Forza Peso

Galilei ha osservato che tutti i corpi nelle vicinanza della superficie terrestre cadono verso il basso con la stessa accelerazione $g=9{,}81\ m/s^2$

Forza gravitazionale esercitata dalla Terra su un oggetto
(non è necessario che ci sia contatto, agisce a distanza)
Sulla superficie terrestre il peso, **W**, di un oggetto di massa *m* è

$$\boxed{\mathbf{W}=m\mathbf{g}}$$

Su un altro pianeta, o su altri corpi celesti, il peso è la *forza gravitazionale esercitata da quel corpo sull'oggetto*.
Nel caso di un punto materiale la forza peso si indica con una freccia che *parte dal punto* ed è *diretta verso il basso*

Per corpi complessi il peso si applica al **baricentro** (centro di massa)

Massa(misura dell'inerzia in kg) ≠ Peso(forza gravitazionale in N)

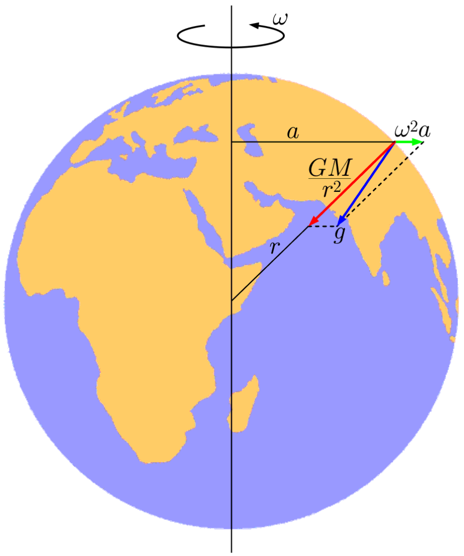
peso

Il peso di un corpo è dato dalla somma vettoriale di due forze di natura diversa:

- forza gravitazionale $Fg = G.M.m/r^2$
- forza centrifuga $Fc = m.\omega^{2.}\, a$

dove: G costante gravitazionale ($6{,}67.10^{-11}\ Nm^2/kg^2$)

- M massa della terra (kg)
- r raggio del pianeta (m)
- m massa del corpo (kg)
- ω velocità di rotazione del pianeta
- a raggio della circonferenza (moto di rotazione).

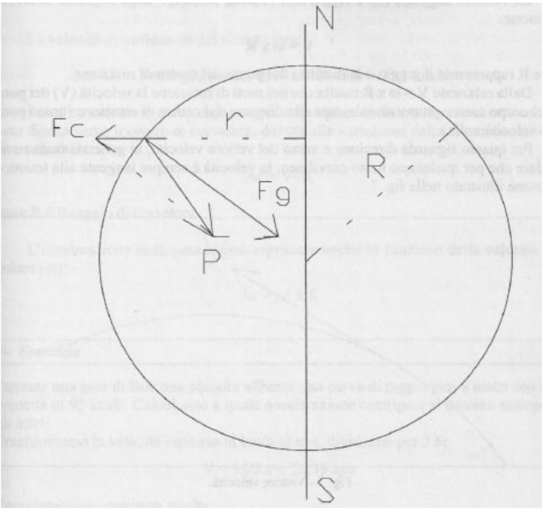


La forza di gravità dipende quindi dal prodotto delle due masse (terra e corpo attratto) e dalla loro distanza (valutata dai due baricentri). La forza centrifuga generata dal moto di rotazione della terra, dipende dalla distanza dall'asse di rotazione (asse geografico Nord-Sud).

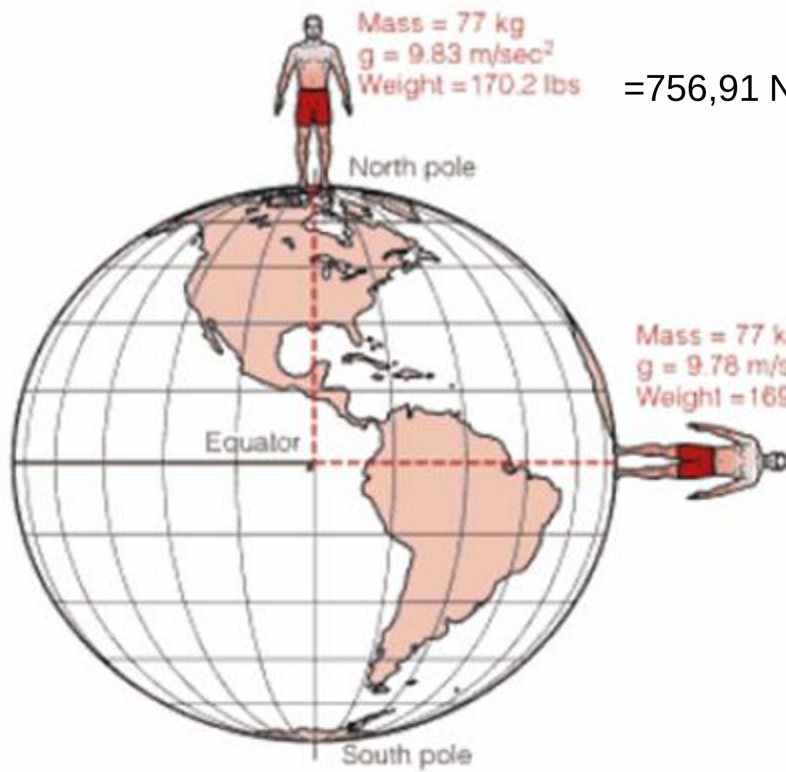
- L'accelerazione di gravità, mediamente ritenuta pari a 9.81 m/s^2, dipende dalla latitudine (Ø) e dalla altezza (h) sul livello del mare.
- E' possibile determinare con buona approssimazione il valore della accelerazione gravitazionale in qualunque punto del pianeta usando la formula:

$$g = 9.806056 - 0.025028\cos(2Ø) - 0.000003h$$

- **Equatore** **$g = 9.78$ m/s^2**
- **Polo** **$g = 9.83$ m/s^2**
- **Roma** **$g = 9.80$ m/s^2**



Massa - Peso

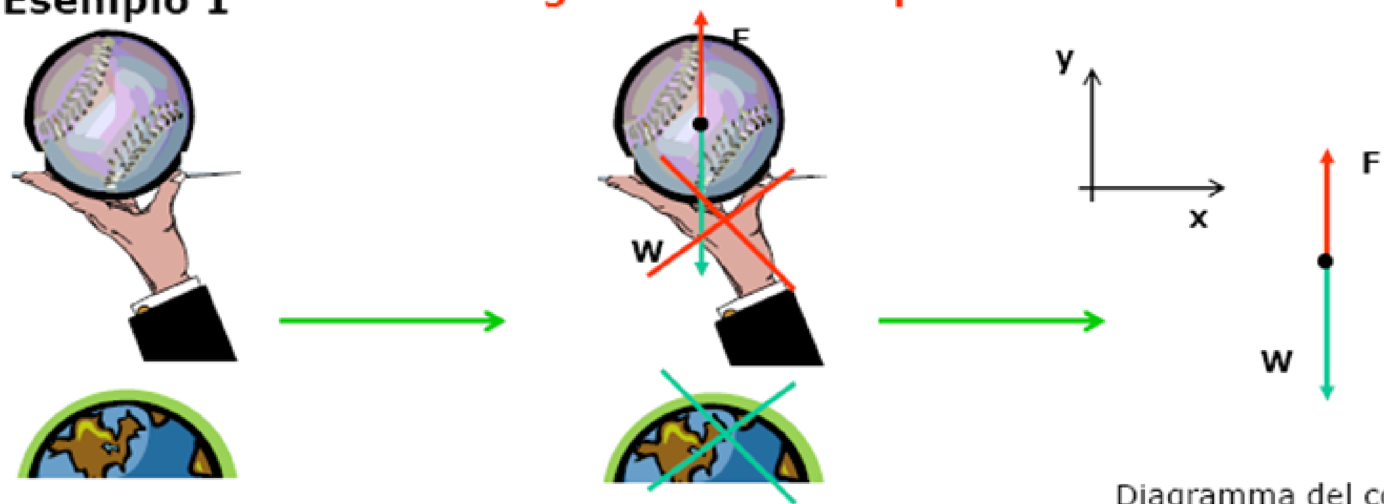


=756,91 N

=753,06 N

Esempio 1

Diagramma del corpo libero



Rappresentazione fisica

Diagramma del corpo libero

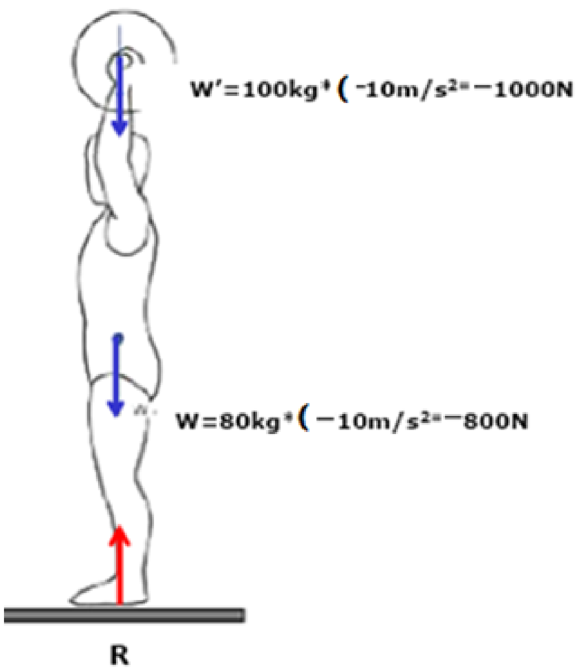
$$\sum F_y = F + W$$

$$F + W = ma_y = 0$$

$$F = -W$$

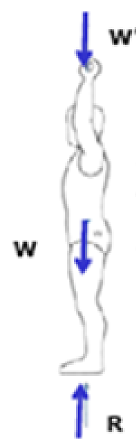
Es 1

Consideriamo un sollevatore di pesi di 80Kg, nell'istante in cui ha sollevato il peso di 100kg sopra la sua testa. Quanto vale R?



Diagrammi del corpo libero

Sollevatore



$$\sum F = R + W' + W = 0$$

$$R = -W' - W = 1000N + 800N = 1800N$$

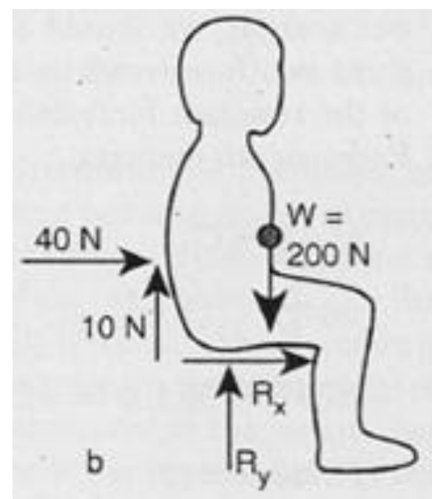
Es. bambino sull'altalena

Es. bambino sull'altalena (1)

Un bambino di 20 kg è seduto sull'altalena e sua madre sta esercitando una forza orizzontale verso destra di 40 N e verticale in alto di 10 N. Il bambino non si muove ed è in uno stato di equilibrio statico. Quale forza sta esercitando l'altalena sul bimbo?

Soluzione

1° passo: diagramma di corpo libero del bambino rappresentando tutte le forze che agiscono su di lui.



Es. bambino sull'altalena (2)

2° passo: Calcolo del peso o forza di gravità del bambino:

$W = mg = (20kg)\,(-10m/s^2) = -200N$

3° passo: $\Sigma F = 0 \rightarrow$

- $\Sigma F_x = 0$ componente orizzontale delle forze esterne
- $\Sigma F_y = 0$ componente verticale delle forze esterne

Es. bambino sull'altalena (3)

- $\Sigma F_x = R_x + 40\ N = 0$ $\Sigma F_y = R_y + 10N + (-200N) = 0$
- $R_x = -40\ N$ $R_y = +190\ N$

  N.B. Il segno negativo della componente orizzontale indica che la forza è diretta a sinistra; il segno positivo nella componente verticale indica che la forza è diretta verso l'alto

4° passo: determinare R e la sua direzione

- Il modulo di $R = \sqrt{(R_x^2 + R_y^2)}$ (teorema di Pitagora)

  $R = \sqrt{(-40N)^2 + (190N)^2} = 194N$
- Direzione di $R = \tan\theta = 190N/-40N = -4{,}75$

  $\theta = \arctan(-4{,}75) = -78°$
- La forza risultante esercitata dall'altalena sul bimbo è diretta indietro e in alto con un angolo di 102° sull'orizzonte.

Sintesi

1°) disegnare il diagramma del corpo libero con tutte le forze esterne che agiscono nel sistema (NON DIMENTICARE IL PESO)

2°) se le forze sono collineari allora occorre una sola equazione d'equilibrio altrimenti scrivere le equazioni per la componente orizzontale e quella verticale (attenzione ai segni delle forze)

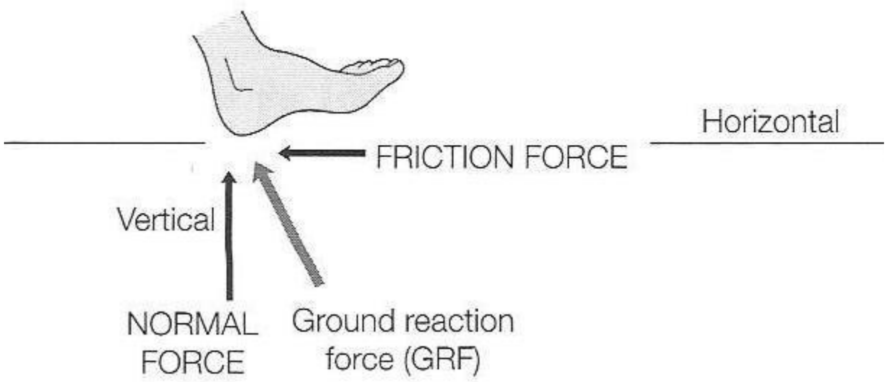
3°) risolvere le equazioni usando l'algebra

4°) usare il Th di Pitagora per determinare il modulo della R

5°) usare la funzione arctan per determinare la direzione della forza R (l'angolo che fa con l'orizzonte)

Forze esterne

- Forze non di contatto (gravità)
- Forze di contatto



GRF può essere scomposta nelle due componenti:

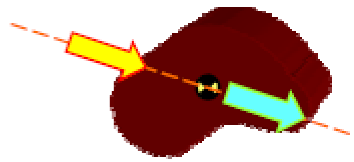
-verticale detta FORZA NORMALE,

-orizzontale parallela alla superficie di contatto detta attrito

Effetto della forza

L'effetto di:

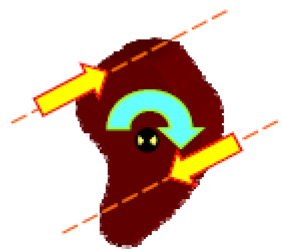
Una forza la cui linea di azione passa attraverso il centro di massa



È un'accelerazione lineare identica per tutti i punti

$F=ma$

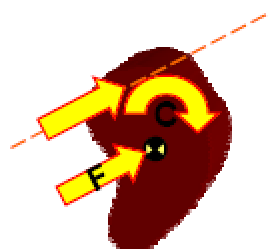
Una coppia di forze



È un'accelerazione angolare attorno al centro di massa

$M=I\alpha$

Una forza la cui linea di azione non passa attraverso il centro di massa

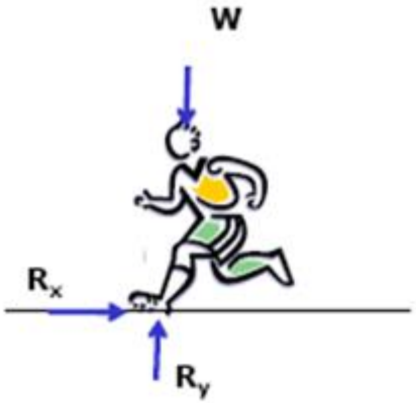


È un'accelerazione lineare e un'accelerazione angolare

$F=ma, M=I\alpha$

Es.2: dalla forza all'accelerazione

Un corridore di 52 kg sta correndo a 5m/s. Consideriamo l'istante in cui il piede prende contatto con il suolo. La forza di reazione al suolo che agisce sotto il piede è di 1800N, l'attrito che agisce sotto il piede è 300N. Queste sono le forze esterne che agiscono sul corridore. Quanto vale l'accelerazione verticale come risultante di queste forze?



Quantità note

$$m = 52kg$$
$$R_x = 300N$$
$$R_y = 1800N$$
$$W = mg = (52kg)(-9.81\,m/s^2) = -510N$$

Incognita

a_y=?

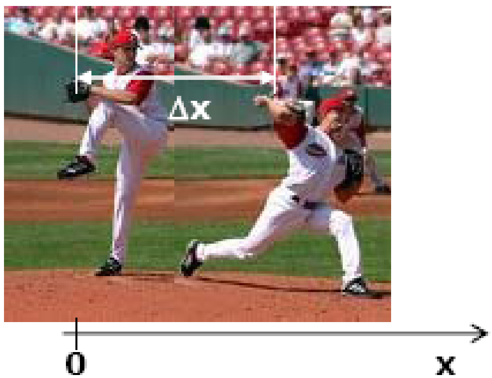
Soluzione

$$\sum F_y = R_y + W = ma_y$$
$$1800N - 510N = (52kg)a_y$$
$$a_y = (1290N)/(52kg) = 24.8\,m/s^2$$

Verifica di buon senso un'accelerazione circa tre volte quella di gravità, nel momento dell'impatto con il terreno, positivo quindi punta verso l'alto, la velocità verso il basso sta diminuendo al contatto del tallone=OK

Es.3: dall'accelerazione alla forza

Un lanciatore tira una palla da baseball di 0,15kg, accelerandola da ferma fino a una velocità scalare di circa 90 mi/h. Ipotizzando una distanza percorsa dalla palla di ~2,0m, fornisci una stima della forza esercitata dal lanciatore sulla palla.



Orientiamo l'asse x nel verso del lancio. Δx sia la distanza lungo la quale il lanciatore accelera la palla. Noi siamo solo interessati al lancio, ignoriamo gli effetti della gravità.

Partendo dal fatto che 60mi/h=1mi/min, eseguiamo una conversione approssimata a metri al secondo, tenendo presente che 1mi sono 1609m

$$v = 90\,mi/h \approx 1{,}5\,mi/\mathrm{min} \approx \frac{2400m}{60s} = 40\,m/s$$

Per stimare l'accelerazione, conoscendo v e v_0

$$a_x = \frac{v^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{(40\,m/s)^2 - 0}{2(2{,}0m)} = 400\,m/s^2$$

Troviamo la corrispondente forza con la II legge di Newton

$$F_x = ma_x \approx (0{,}15kg)(400\,m/s^2) = 60N$$

Forza ragguardevole, considerando che la palla pesa solo 150grammi.
Valutando la forza peso che avevamo trascurato 0,15kg*9,81m/s^2 = 1,5N e confrontandola con la forza che il lanciatore esercita sulla palla, possiamo valutare di aver fatto un'approssimazione ragionevole.
Potevamo utilizzare il tempo occorrente per effettuare il lancio, ma essendo molto veloce è di difficile valutazione.

IMPULSO

L'impulso conferito a un oggetto da una forza media $\mathbf{F}_m$ che agisce per un tempo Δt è:

$$\boxed{\mathbf{I} = \mathbf{F}_m \Delta t}$$

L'impulso è un vettore, proporzionale al vettore forza

Impulso e quantità di moto

Per la seconda legge di Newton, l'impulso conferito a un oggetto è uguale alla variazione della sua quantità di moto:

$$\boxed{\mathbf{I} = \mathbf{F}_m \Delta t = \Delta \mathbf{p} = m\left(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i\right)}$$

Poiché un impulso viene spesso conferito in un brevissimo intervallo di tempo, la forza media può essere molto grande

Es Boxe

- Un pugile si sta allenando al sacco. Il tempo di impatto del guantone con il sacco è 0,10 s. La massa del guantone e della mano è 3 kg. La velocità del guanto proprio prima dell'impatto è 25m/s. Qual è la forza media d'impatto esercitata sul guantone?

1) $\Delta t = 0.10\ s$

$m = 3\ kg$

$v_i = 25\ m/s$

assumiamo che il guantone si fermi alla fine dell'impatto e che il pugno avvenga in un piano orizzontale e non ci siano altre forze orizzontali

Vf = 0 m/s

2) F=?

3) $\Sigma \overline{F}\, \Delta t = m(v_f - v_i)$

- Sostituiamo e risolviamo:

$$\overline{F}\,\Delta t = m(v_f - v_i)$$

$$\overline{F}\,(0.10\ \mathrm{s}) = (3\ \mathrm{kg})(0 - 25\ \mathrm{m/s})$$

$$\overline{F} = -750\ \mathrm{N}$$

- Il segno negativo indica che la forza agisce dal sacco al guantone, nel verso opposto alla velocità iniziale del guanto

Terza legge del moto

Per ogni forza (azione) che agisce su un corpo, c'è una forza (reazione) che agisce su un corpo diverso e che ha la stessa intensità e verso opposto

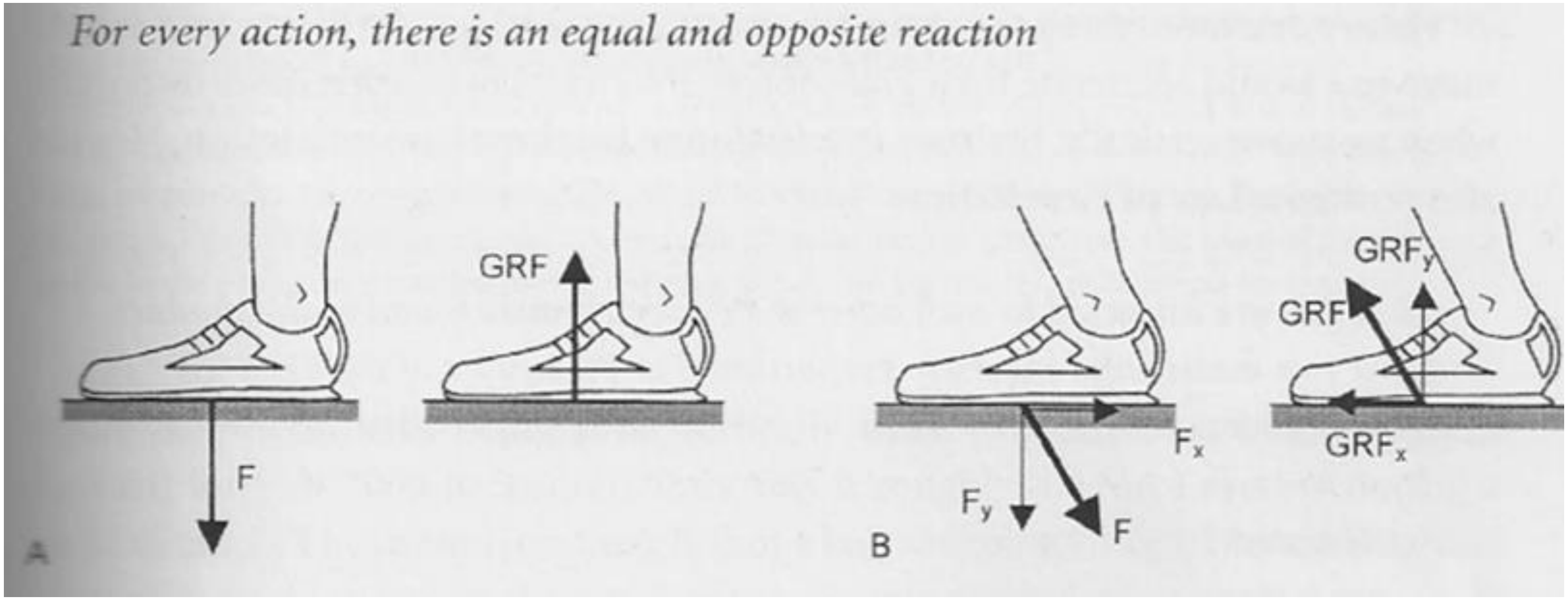
Se il corpo 1 esercita una forza F sul corpo 2, allora il corpo 2 esercita una forza –F sul corpo1

Se consideriamo tutti i corpi che interagiscono, la risultante di tutte le forze presenti (azioni e reazioni) è nulla: il sistema si dice **isolato**.
In un sistema isolato ciascuno dei corpi componenti si muove in ragione della risultante di tutte le forze che agiscono su di esso (azioni e reazioni).

Forze di contatto una coppia di forze azione-reazione prodotte dal contatto fisico di due oggetti

Forze di azione e reazione agiscono sempre su *oggetti differenti*. Perciò, nel disegnare lo schema del corpo libero, soltanto una forza, tra l'azione e la reazione, deve essere disegnata per un dato oggetto. L'altra forza della coppia apparirà nello schema del corpo libero dell'altro oggetto

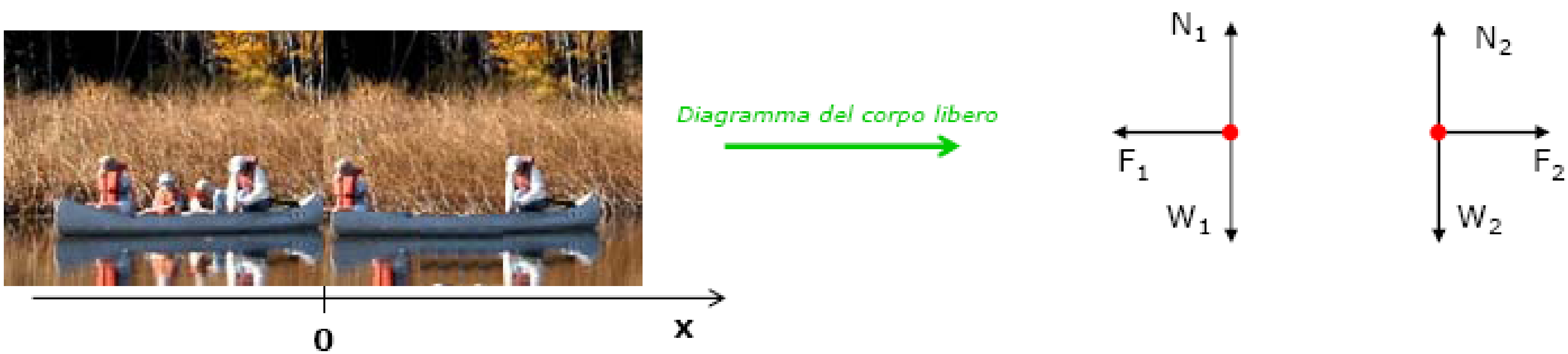
Forza di reazione del terreno



Una forza verticale verso il basso si genera quando il piede è in contatto con il terreno (A) e il suolo esercita una forza di reazione uguale e opposta Forza di reazione a terra GRF che impedisce al piede di affondare nella terra.
Durante la corsa e il salto (B) applichiamo una forza che ha una componente verticale Fy e orizzontale Fx. Il terreno esercita una forza di reazione uguale e contraria che ci farà accelerare in avanti se la F è sufficientemente grande da superare la nostra inerzia.

Esempio 4: azione e reazione agiscono su oggetti diversi ⇒ effetti diversi

Due gruppi di canoisti si incontrano nel mezzo di un lago. Dopo una breve chiacchierata, una persona della canoa 2, per separare le canoe, spinge la canoa 1 con una forza di 46N. Se la massa della canoa1, con i suoi occupanti, è m_1=150kg e la massa della canoa2, con i suoi occupanti è 250Kg. ***a)*** *trova l'accelerazione fornita dalla forza a ognuna delle due canoe;* ***b)*** *qual è la distanza tra le due canoe dopo 1,2s dalla spinta?*



a) Poniamo l'origine nel punto in cui le due canoe si toccano. La forza esercitata sulla canoa 1 è $\mathbf{F}_1$=(-46N)**i**. Per la terza legge di Newton, se la persona è saldamente seduta la forza esercitata sulla persona seduta e quindi sulla canoa stessa è $\mathbf{F}_2$=(46N)**i**. Utilizziamo la seconda legge di Newton per trovare l'accelerazione delle due canoe.

$$a_{2,x} = \frac{\sum F_{2,x}}{m_2} = \frac{46N}{250kg} = 0{,}18\, m/s^2 \qquad a_{1,x} = \frac{\sum F_{1,x}}{m_1} = \frac{-46N}{150kg} = -0{,}31\, m/s^2$$

b) Utilizziamo $x=x_0+v_{0x}t+1/2a_xt^2$ per trovare la posizione della canoa 2 nell'istante t=1,2s. Dal testo sappiamo che la canoa parte da ferma $v_{0x}=0$ e per come abbiamo definito l'origine del sdr x_0 $x_0 = 0$.

$$x_2 = \tfrac{1}{2} a_{2,x} t^2 = \tfrac{1}{2}\left(0{,}18\, m/s^2\right)\left(1{,}2s\right)^2 = 0{,}13m$$

$$x_1 = \tfrac{1}{2} a_{1,x} t^2 = \tfrac{1}{2}\left(-0{,}31\, m/s^2\right)\left(1{,}2s\right)^2 = -0{,}22m$$

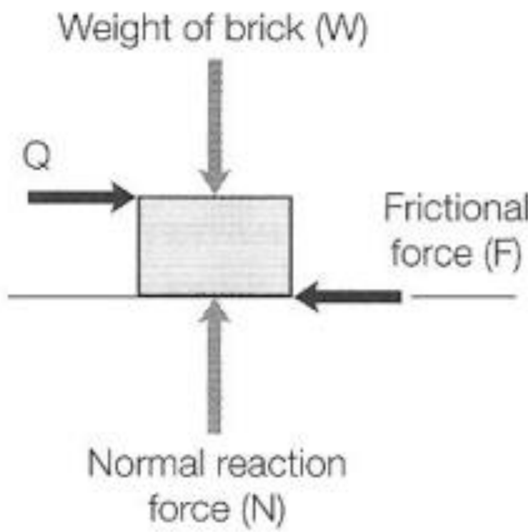
Eseguiamo la differenza tra le due posizioni per trovare la distanza tra le canoe

$$x_2 - x_1 = 0{,}13m - \left(-0{,}22m\right) = 0{,}35m$$

<u>Osservazione</u>. Sulle due canoe agisce una forza della stessa intensità, quindi la più leggera subisce un'accelerazione maggiore e compie uno spostamento maggiore. Anche se la canoa più pesante fosse sostituita con una grande nave, le due imbarcazioni accelererebbero in seguito alla spinta, ma l'accelerazione della nave sarebbe così piccola da essere praticamente impercettibile e sembrerebbe che solo la canoa si sia mossa, mentre , in linea di principio, entrambe le imbarcazioni si muovono

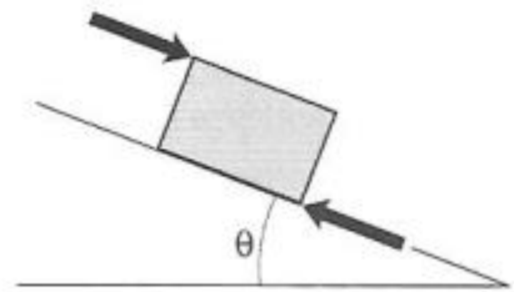
Forza di attrito

Friction force



Q = force trying to move brick across surface

Coefficient of friction



θ = angle of inclination that causes horizontal component of gravitational force to cause block to slide

μ = coefficient of friction (mu)

$\mu = \tan\theta$

$F_{max} = \mu \times N$

Es.

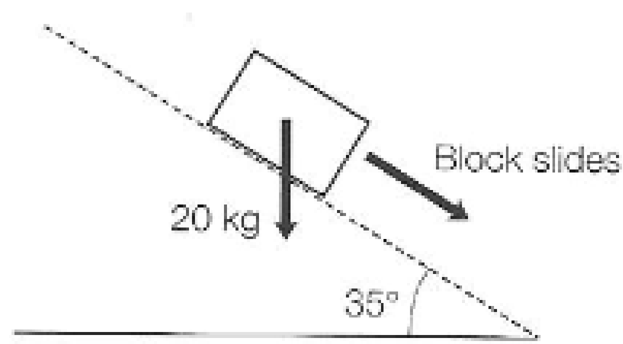
- L'inclinazione richiesta a una massa di 20 kg per iniziare a scivolare lungo una superficie ricoperta di plastica è 35°. Calcolare il coefficiente di attrito (μ) e la massima forza di attrito (Fmax) fra le due superfici a contatto (la massa e il pendio).

Solution 1.

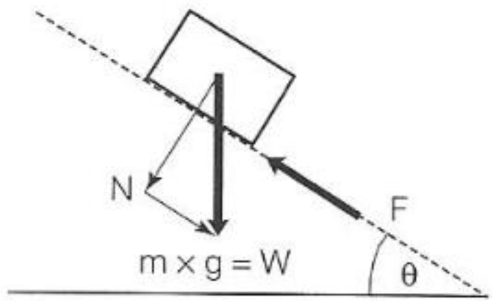
$\mu = \tan\theta$

$\mu = \tan 35°$

$\mu = \underline{0.700}$ (coefficient of friction)



Calcolo Fmax



Normal force created from ramp acting on block (upwards to right)

Solution 2.

Normal reaction force (N) = $\cos\theta \times W$

$F_{max} = \mu \times N$

$N = W \cos\theta$

where

- N = normal reaction force
- θ = angle of inclination
- W = weight of block (force due to gravity)
- g = acceleration due to gravity $9.81\ m/s^2$
- m = mass of block

$$F_{max} = 0.700 \times (\cos\theta \times W)$$
$$= 0.700 \times (\cos 35° \times (20 \times 9.81))$$
$$= 0.700 \times (0.819 \times 196.2)$$
$$- 0.700 \times 160.68$$
$$= \mathbf{112.48\ N}$$

E' necessario applicare una forza superiore a 112,48 N affinché il blocco inizi a scivolare.

Attrito STATICO

Attrito sentito da superfici che **sono in contatto statico**.

La massima forza di attrito statico è data da:

$$\boxed{f_{s,\max} = \mu_s N}$$

In questa espressione μ_s è il *coefficiente di attrito statico* (adimensionale) e N è l'intensità della forza normale (attenzione **non** è vettoriale), la forza di attrito statico ha direzione parallela alla superficie di contatto e verso opposto a quello del moto che avrebbe l'oggetto se non ci fosse l'attrito.

La forza di attrito statico può avere un'intensità compresa tra zero e il suo massimo valore

$$\boxed{0 \le f_s \le f_{s,\max}}$$

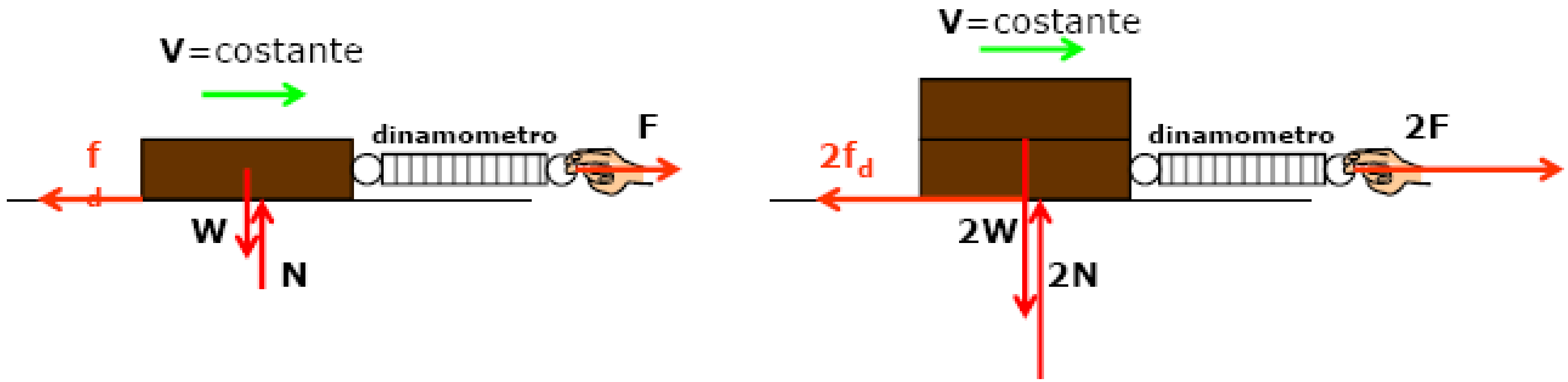
Nella maggioranza dei casi μ_s è **maggiore** di μ_d quindi la *forza di attrito statico è maggiore della forza di attrito dinamico*. In statica i microscopici avvallamenti aderiscono meglio l'uno all'altro $\Rightarrow$ si ha una forte connessione tra le due superfici (es. nelle macchine con ABS abbiamo maggior controllo, se la ruota slitta attrito dinamico, se gira attrito statico)

Attrito DINAMICO

Attrito sentito da superfici che sono in contatto e che si **muovono una relativamente all'altra.** La forza di attrito dinamico è data da:

$$\boxed{f_d = \mu_d N}$$

In questa espressione μ_d è il *coefficiente di attrito dinamico* (adimensionale) e N è l'intensità della forza normale (attenzione **non** è vettoriale). Nel caso di attrito dinamico è possibile determinare tutto: modulo, direzione e verso



Con velocità costante posso utilizzare la prima legge di Newton, quello che leggo nel dinamometro è uguale alla forza di attrito dinamico, sperimentalmente vedo che è *proporzionale a N*. f_d dipende dalla natura e dallo stato delle superfici a contatto, dalla componente normale e dalla temperatura

I coefficienti di attrito

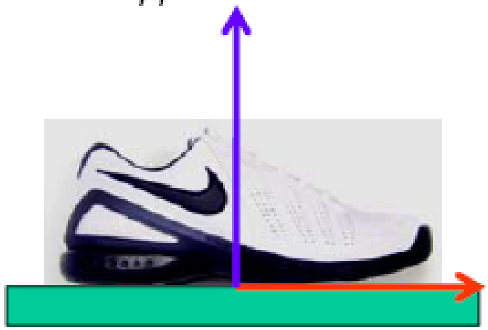
Superfici	μ_s	μ_d
Legno su legno	0.25-0.5	0.2
Vetro su vetro	0.9-1.0	0.4
Acciaio su acciaio, superfici pulite	0.6	0.6
Acciaio su acciaio, superfici lubrificate	0.09	0.05
Gomma su cemento armato asciutto	1.0	0.8
Sci di legno cerato su neve secca	0.04	0.04
Teflon su teflon	0.04	0.04

Questi numeri sono indicativi, i coefficienti di attrito dipendono molto dallo stato delle superfici, dalla temperatura, dall'umidità,

Es. Coefficiente di attrito statico e dinamico

Stiamo lavorando su di un test di laboratorio per misurare il coefficiente di attrito per le scarpe da tennis su diverse superfici. Le scarpe vengono spinte contro la superficie con una forza di 400N, e un campione di superficie è poi tirato da sotto la scarpa dalla macchina. La macchina tira con una forza di 300N prima che il materiale inizi a scivolare. Dopo che il materiale inizia a scivolare, la macchina applicando una forza di soli 200N, riesce a mantenere il materiale in movimento.

Stimare il coefficiente di attrito statico e dinamico.



Sapendo che la forza di attrito statico ha intensità $f_s=\mu_s N$, segue che $\mu_s= f_s/N$. analogamente per l'attrito dinamico,

$\mu_d= f_d/N$

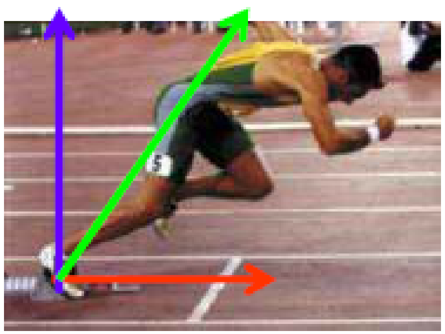
Per trovare i due coefficienti μ_s μ_d sostituiamo i dati del problema

$$\mu_s = \frac{f_s}{N} = \frac{300N}{400N} = 0.75$$

$$\mu_d = \frac{f_d}{N} = \frac{200N}{400N} = 0.5$$

Es. velocista

*Un velocista sta appena uscendo dai blocchi di partenza, con solo un piede in contatto con i blocchi. Il velocista spinge (orizzontalmente) contro il blocco con una forza di **800N**, e spinge verso il basso (verticalmente) con una forza di **1000N**.*



La risultante di queste forze è

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{800^2 + 1000^2} = 1281N$$

Che forma un angolo con l'orizzontale di

$$\vartheta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1}\frac{1000}{800} = 51°$$

Lo stesso velocista è adesso fuori dai blocchi e sta correndo in pista, se il coefficiente di attrito è 0.80, e il velocista esercita una forza normale di 2000N sulla pista, quale è la massima forza orizzontale che può esercitare sotto la scarpa?

$$f_s = \mu_s N = 0.80 \cdot 2000N = 1600N$$

Dinamica rotazionale

Interpretazione angolare della **prima legge di Newton**

Il momento angolare di un oggetto rimane costante a meno che un momento esterno non agisca su di esso

$$\boxed{I_i \vec{\omega}_i = I_f \vec{\omega}_f}$$

La prima legge di Newton non richiede che la **velocità angolare sia costante**!!

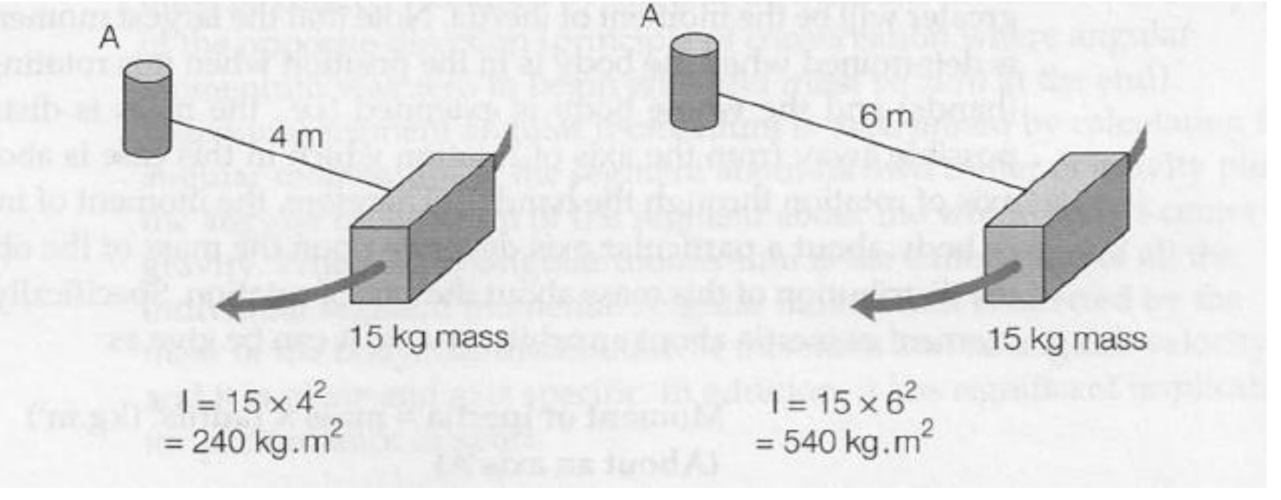
Gli atleti sfruttano questo principio: modificano il momento d'inerzia per variare la velocità angolare, il prodotto momento d'inerzia per la velocità angolare deve rimanere costante (Es.pattinatrice durante la trottola)

Momento angolare = momento di inerzia x velocità angolare

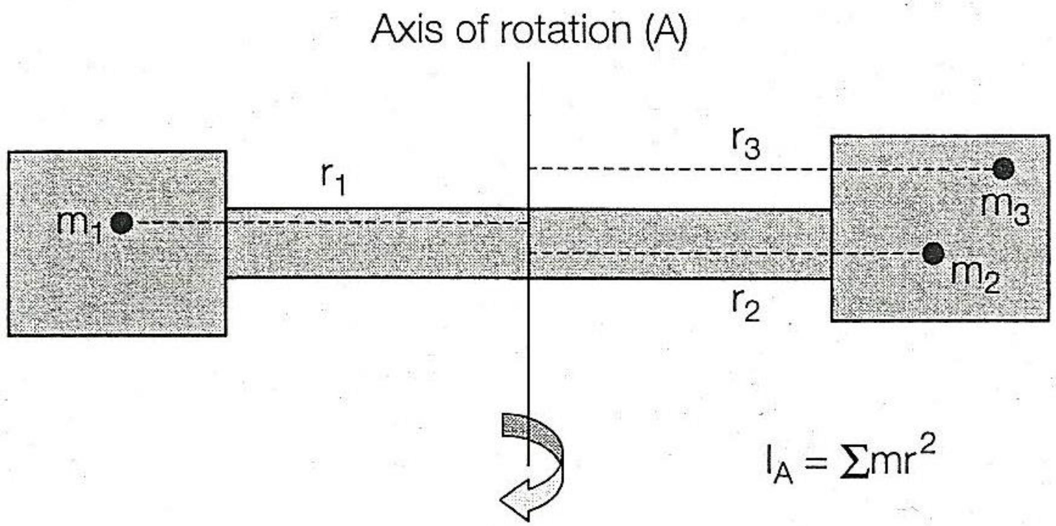
Momento di inerzia

momento di inerzia (attorno ad un asse A) è l'opposizione del corpo ad iniziare a ruotare o a cambiare il suo stato di rotazione; è influenzato dalla massa e dalla sua distribuzione attorno all'asse di rotazione.

$$I_A = mr^2$$



r = distanza del corpo dall'asse di rotazione

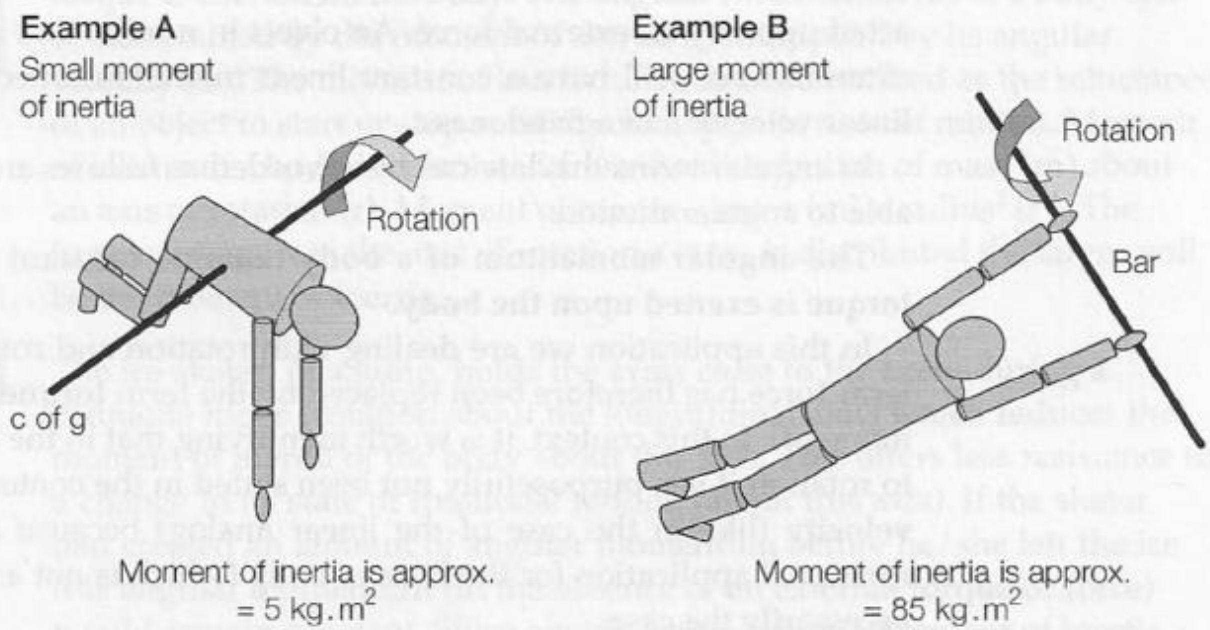


$$\textbf{Moment of inertia}_{(A)} = \mathbf{m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots + m_nr_n^2}$$

where n = the number of samples taken

$$I_A = \sum m_n r_n^2$$

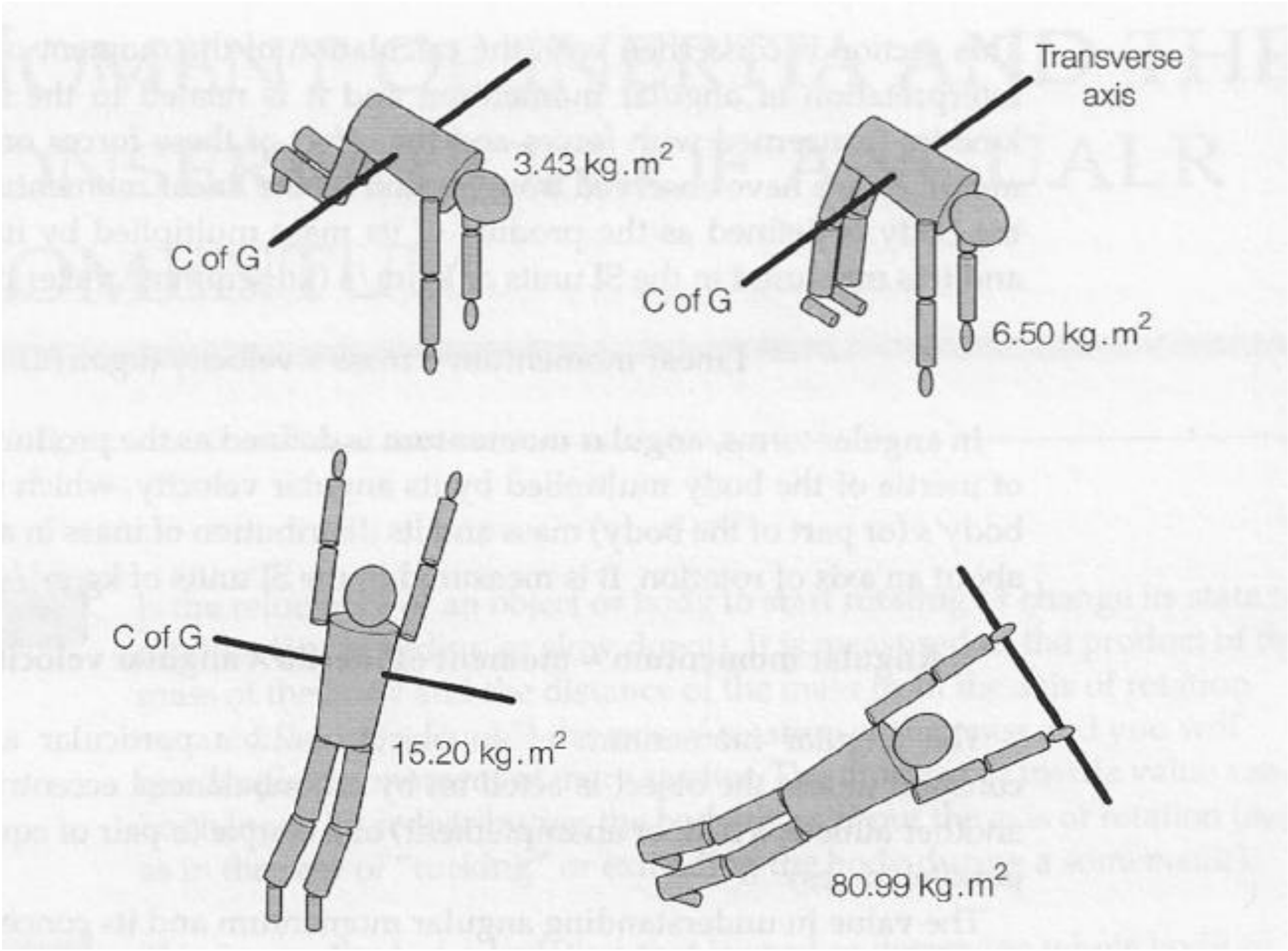
Momento di inerzia nella rotazione



Note: moment of inertia (I) is the distribution of mass about the axis of rotation. In Example A, which has a small moment of inertia, the mass is tightly collected around the axis of rotation (which is through the center of gravity). However, in Example B the mass is distributed away from the axis of rotation (which is the bar) and the moment of inertia is much larger

Fig. C2.1. Moment of inertia (transverse axis of rotation)

Momenti di inerzia



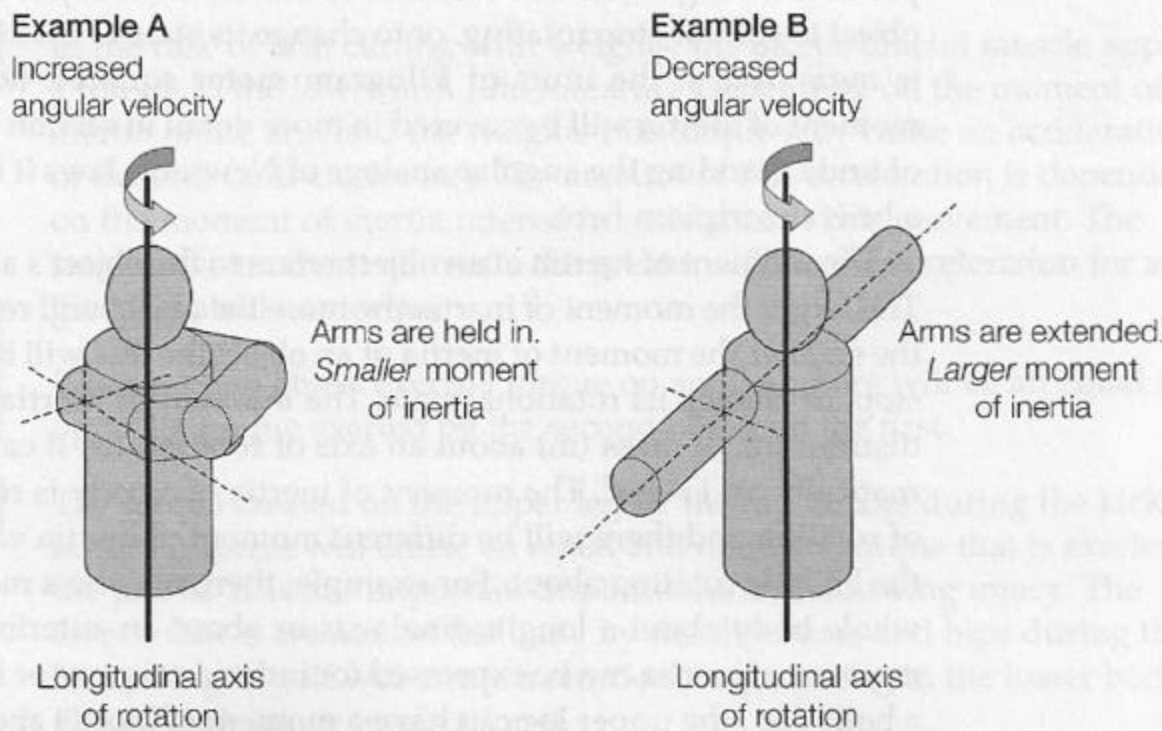
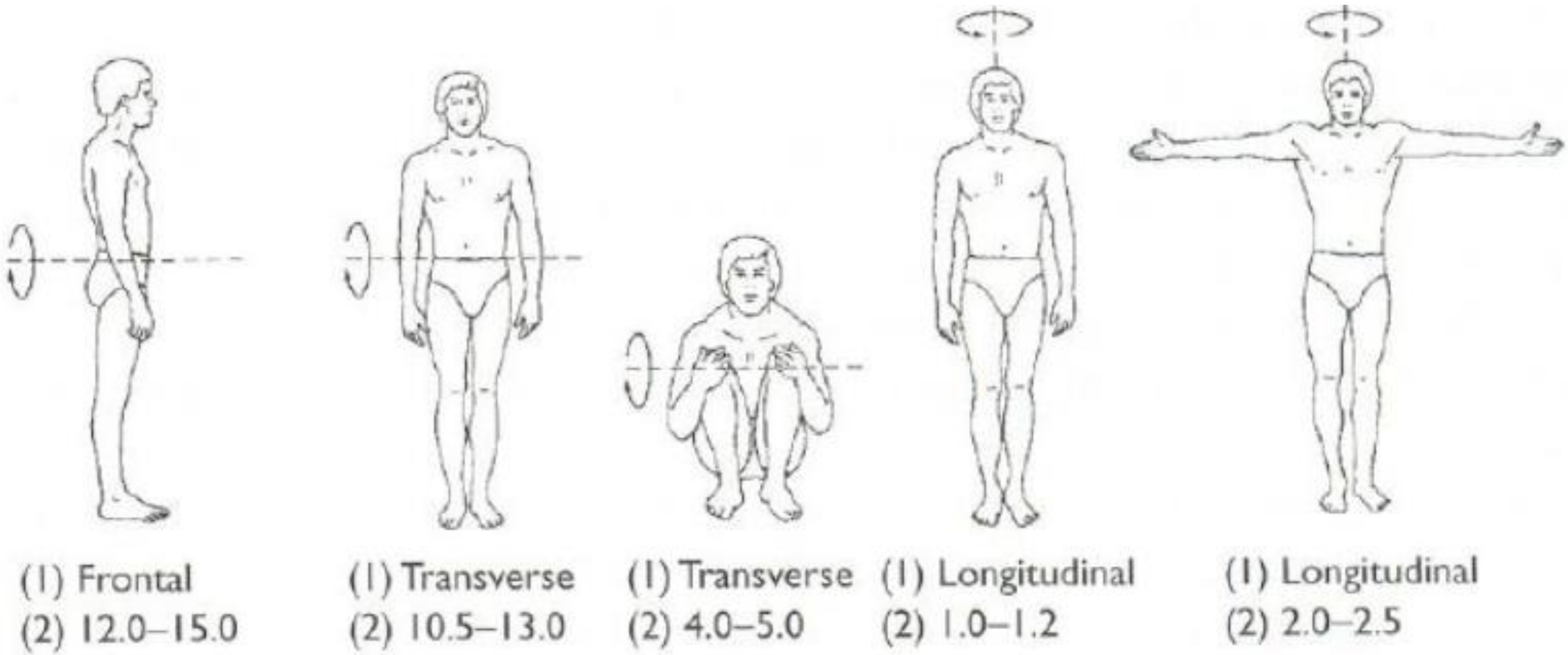


Fig. C2.2. Moment of inertia (longitudinal axis of rotation)



Momento di inerzia del corpo umano rispetto a diversi assi
e in diverse posizioni

- Inerzia lineare dipende da una sola variabile: la massa.
- Inerzia angolare dipende da due variabili: la massa e la sua distribuzione, con diverso effetto.

Es. Tuffi

Un tuffatore di 60kg all'istante dello stacco ha un momento angolare attorno all'asse trasverso di 20kgm²/s . Il suo raggio di girazione in questo istante è 1.0m. Durante il tuffo nella posizione accovacciata riduce il suo raggio di girazione attorno all'asse di 0.5m. Allo stacco, quale è la velocità angolare attorno all'asse trasverso? E nella posizione accovacciata?

Informazioni date $m = 60kg$ $k_e = 1m$ $k_a = 0.5m$ $H_e = 20kgm^2/s$

incognita $\omega_e = ?$ $\omega_a = ?$

Dalla definizione di raggio di girazione e di momento angolare:

$$H = I\omega = mk^2\omega$$

$$\omega_e = \frac{H}{mk^2} = \frac{20kgm^2/s}{60kg1m^2} = 0.33rad/s$$

Dalla conservazione del momento angolare si ricava la velocità nella posizione accovacciata

$$(I\omega)_e = (I\omega)_a$$
$$(mk^2\omega)_e = (mk^2\omega)_a$$
$$\omega_a = \omega_e\frac{k_e^2}{k_a^2} = 0.33rad/s \cdot \frac{1}{0.5^2} = 1.32rad/s$$

Sensato, la velocità angolare nella posizione accovacciata è maggiore

Es. pattinaggio

Una pattinatrice sta effettuando una trottola, ruotando attorno all'asse longitudinale con una velocità angolare di 20rad/s. In un determinato istante abduce le braccia raddoppiando il suo asse di girazione rispetto l'asse longitudinale da 30cm a 60cm. Se il suo momento angolare è conservato, quale sarà la sua velocità angolare dopo che ha aumentato il suo raggio di girazione?

Informazioni date $k_i = 30cm \quad k_f = 60cm \quad \omega_i = 20rad/s$

incognita $\omega_f = ?$

Dalla conservazione del momento angolare si ricava la velocità nella posizione con braccia abdotte

$$(I\omega)_i = (I\omega)_f$$
$$(mk^2\omega)_i = (mk^2\omega)_f$$
$$\omega_f = \omega_i \frac{k_i^2}{k_f^2} = 20rad/s \cdot \frac{30^2}{60^2} = 5rad/s$$

Sensato, la velocità angolare nella posizione con braccia abdotte è minore

Interpretazione angolare della seconda legge di Newton

Il cambiamento del momento angolare di un oggetto è proporzionale al momento netto esterno esercitato su di esso, e questo cambiamento è nella direzione del momento netto esterno.

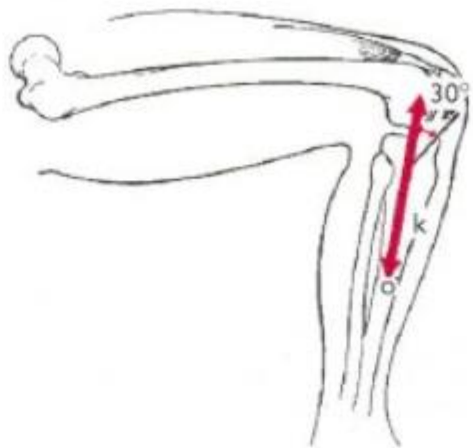
$$\boxed{\sum \overrightarrow{M}_a = I_a \overrightarrow{\alpha}_a}$$

Interpretazione angolare della terza legge di Newton

Per ciascun momento esercitato da un oggetto su di un altro, esiste un momento uguale ed opposto esercitato da questo ultimo sul primo.

ES

Gli estensori del ginocchio si inseriscono sulla tibia con un angolo di 30° ad una distanza di 3 cm dall'asse di rotazione del ginocchio. Quale forza tali muscoli devono esercitare per produrre una accelerazione angolare al ginocchio di 1 rad/sec^2, sapendo che la massa della gamba e del piede è 4,5 kg e la distanza tra centro di massa della gamba+piede e ginocchio è 23 cm.



- D=0,03m α=1 rad/sec^2 m=4,5kg r=0,23m
- $T = I\alpha$
- $F.d = mr^2\alpha$

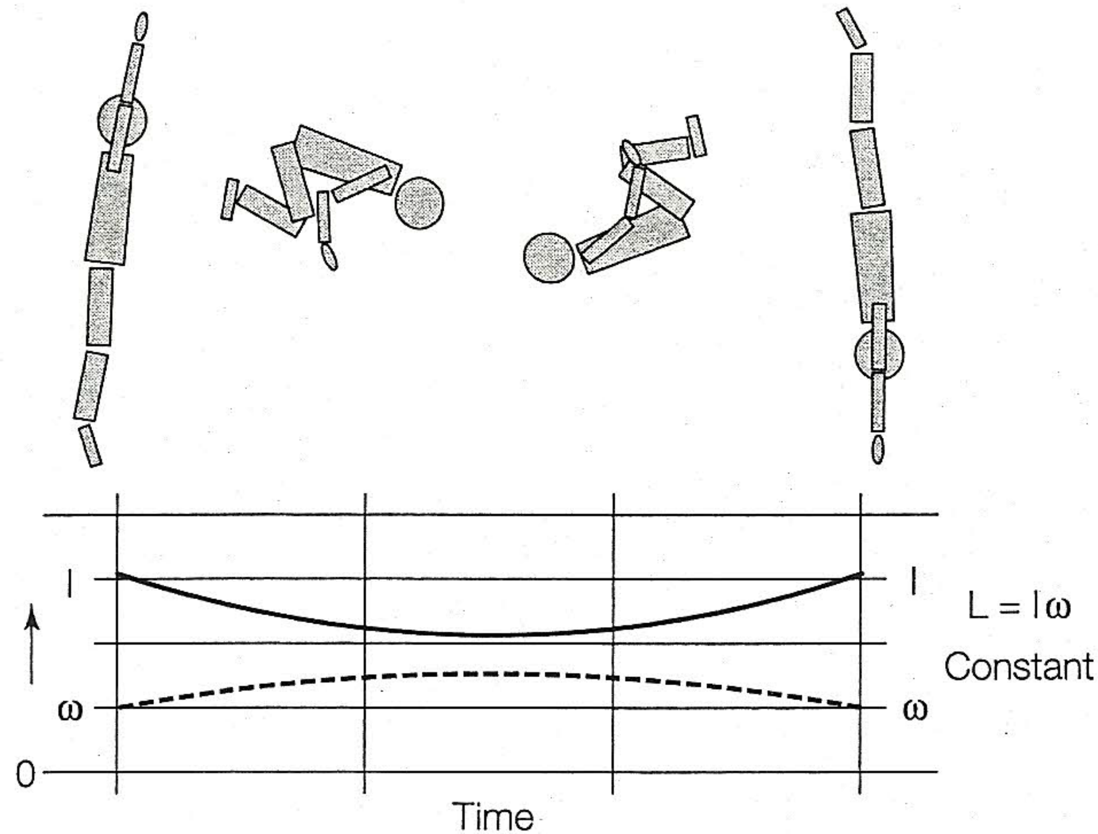
- F (0,03m sen 30°)= 4,5kg (0,23m)^2 1rad/sec^2
- F=15,9N

Manipolare il momento d'inerzia del corpo umano

Muovendo gli arti superiori ed inferiori è possibile modificare il momento d'inerzia del corpo umano (non è un corpo rigido!)

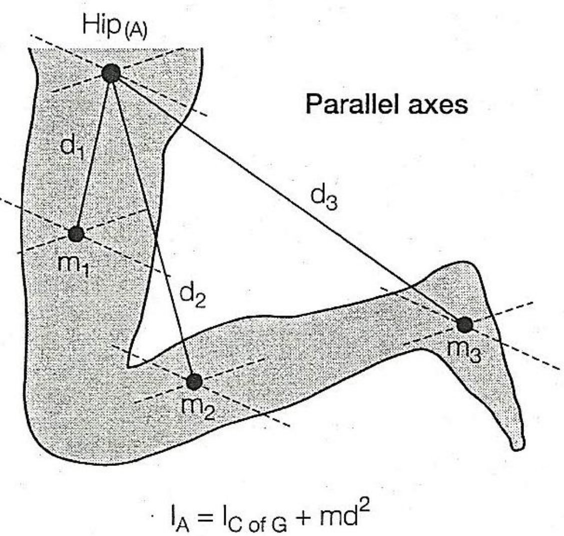
- Mentre un oggetto ha solo una inerzia lineare (massa), esso può avere più di una inerzia angolare perché può ruotare attorno diversi assi di rotazione

Conservazione del momento angolare



Variazione della velocità angolare in funzione del momento di inerzia

ES:Calcolo del momento di inerzia dell'arto inf. durante un calcio



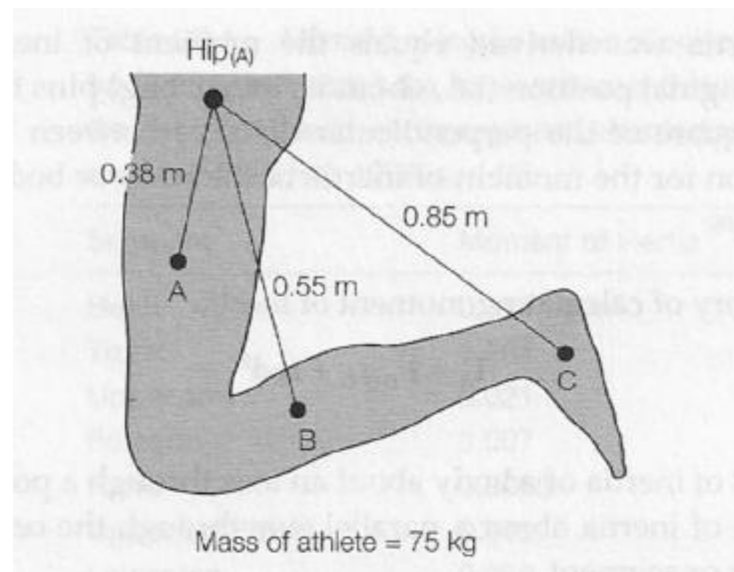


Table C3.1. Moment of inertia values of selected body segments about the transverse axis through the center of gravity of the segment (adapted and modified from Hay 1978, p. 145).

Segment	Moment of inertia
Head	0.024 $kg.m^2$
Trunk	1.261
Upper arm	0.021
Forearm	0.007
Hand	0.0005
Upper leg (thigh)	0.105
Lower leg	0.050
Foot	0.003

(Adapted and modified from Hay, J. G. (1978) page 145, which unfortunately is now out of print [Hay, J. G. (1978) The Biomechanics of Sports Techniques. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ]).

Teorema degli assi paralleli

Il momento d'inerzia rispetto ad un asse *a*, parallelo ad un altro *c* passante per il centro di massa, si ottiene sommando al momento di inerzia iniziale rispetto a *c* il prodotto tra la massa del corpo stesso e il quadrato della distanza tra gli assi *c* ed *a*.

Table C3.2. Anthropometric data where m is body mass in kg (derived from data presented in Winter 1990, p. 56)

Hand	$0.006 \times m$
Forearm	0.016
Upper arm	0.028
Forearm and hand	0.022
TOTAL ARM	0.050
Foot	0.0145
Lower leg	0.0465
Upper leg	0.100
Foot and lower leg	0.061
TOTAL LEG	0.161

(The values in the table are derived (and reproduced with permission) from data presented in Winter, D. A. (1990) Biomechanics and Motor Control of Human Movement (2nd edition). Wiley-Interscience Publishers, New York. (3rd edition published 2004))

A. Upper leg

$$\mathbf{I_A} = \mathrm{I}_{\mathrm{C\,of\,G}} + \mathbf{md^2}$$

$$\mathrm{I_A} = 0.105 + ((0.100 \times 75) \times 0.38^2)$$

$$\mathrm{I_A} = 0.105 + 1.083$$

$\mathrm{I_A}$ = $\underline{\mathbf{1.188\ kg.m^2}}$ (upper leg moment of inertia)

B. Lower leg

$$\mathbf{I_A} = \mathbf{I}_{\mathrm{C\,of\,G}} + \mathbf{md^2}$$

$$\mathrm{I_A} = 0.050 + ((0.0465 \times 75) \times 0.55^2)$$

$$\mathrm{I_A} = 0.050 + 1.055$$

$\mathrm{I_A}$ = $\underline{\mathbf{1.105\ kg.m^2}}$ (lower leg moment of inertia)

C. Foot

$$\mathbf{I_A} = \mathbf{I}_{\mathrm{C\,of\,G}} + \mathbf{md^2}$$

$$\mathrm{I_A} = 0.003 + ((0.0145 \times 75) \times 0.85^2)$$

$$\mathrm{I_A} = 0.003 + 0.786$$

$\mathrm{I_A}$ = $\underline{\mathbf{0.789\ kg.m^2}}$ (foot moment of inertia)

Total moment of inertia of leg in this position

$$\mathrm{I_A} = \mathrm{I_{A\,(upper\ leg)}} + \mathrm{I_{A\,(lower\ leg)}} + \mathrm{I_{A\,(foot)}}$$

$$\mathrm{I_A} = 1.188 + 1.105 + 0.789$$

$\mathrm{I_A}$ = $\underline{\mathbf{3.08\ kg.m^2}}$