

## Test non parametrici

### Test non parametrici

Il test T di Student per uno o per due campioni, il test F di Fisher per l'analisi della varianza, la correlazione, la regressione, insieme ad altri test di statistica multivariata sono parte dei *metodi di inferenza classici o metodi di statistica parametrica*.

### Test non parametrici

• I test visti fino ad ora sono detti test parametrici, in quanto sono applicati a campioni dei quali si conoscono i parametri relativi alla distribuzione (di norma gaussiana)

• Se non è noto il tipo di distribuzione, è necessario utilizzare dei metodi alternativi: i test NON PARAMETRICI

### Test non parametrici

• Questi test si impiegano quando almeno una delle assunzioni alla base del test t di Student o dell'ANOVA è violata.

• Sono chiamati "non-parametrici" perchè essi non implicano la stima di parametri statistici (media, deviazione standard, varianza, etc.).

• Ne esistono almeno due grandi categorie:

- 1) Test di conformità (confronto fra valori osservati e valori attesi opportunamente calcolati)
- 2) Test equivalenti di test parametrici

## Test non parametrici

Nell'ambito dei test disponibili, si possono distinguere due classi di test non parametrici in funzione della modalità di trasformazione della variabile di risposta :

– Nei **test sulla mediana** si calcola il valore della mediana per l'insieme delle unità sperimentali della prova, per poi calcolare per ciascun trattamento la proporzione di unità sperimentali al di sopra ed al di sotto di tale valore e confrontare tali proporzioni con un test  $\chi^2$ .

– Nei test dei ranghi i valori numerici originali dell'insieme delle unità sperimentali sono sostituiti con i loro ranghi, cioè con la loro posizione in graduatoria, per poi confrontare la somma dei ranghi dei trattamenti con dei valori teorici attesi per l'ipotesi nulla di campioni appartenenti alla stessa popolazione statistica.

## TEST SULLA MEDIANA

- Il test verifica l'ipotesi che due campioni siano estratti da popolazioni che hanno mediane coincidenti.
- Non si conosce il tipo di distribuzione (gaussiana o meno) dei due campioni.

## TEST SULLA MEDIANA

Come si procede:

- Si ordinano i dati di entrambi i campioni in un'unica serie, in ordine crescente.
- Si individua la mediana dei dati osservati.
- Per ogni campione si contano le osservazioni il cui valore supera quello della mediana comune.

## TEST SULLA MEDIANA

Se è valida l'ipotesi che i due campioni sono stati estratti da popolazioni aventi la stessa mediana, ci si aspetta che in entrambi i campioni un numero uguale di osservazioni (o un numero proporzionale alla dimensione del campione) sia superiore al valore della mediana.

## TEST SULLA MEDIANA

- L'ipotesi nulla può essere testata con un  $\chi^2$  in una tabella  $2 \times 2$ .

Esempio

– Gruppo 1

6 7 7 7 7 8 8 9 10 10 10 10 10 10 12 12 13

– Gruppo 2

- 6 8 8 10 10 10 11 11 12 12 12 12 13 13 13 14 14 14 15 15 16 17

## TEST SULLA MEDIANA

In totale abbiamo 41 osservazioni.

- Uniamo le due serie di dati in ordine crescente:

6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 9 10 10 10 10  
10 10 10 10 10 11 11 12 12 12 12 12  
12 13 13 13 13 14 14 14 14 15 15 15 16  
17

- La mediana è 10

## TEST SULLA MEDIANA

- A questo punto valutiamo quanti valori nei due gruppi sono superiori alla Mediana.
- Se otteniamo due valori uguali, possiamo concludere che i due campioni sono stati estratti da popolazioni aventi la stessa mediana.

## TEST SULLA MEDIANA

- Gruppo 1: 3 valori sono superiori alla mediana.
- Gruppo 2: 17 valori sono superiori alla mediana.
- I due campioni sono stati estratti da popolazioni aventi mediane diverse.

## TEST DEI RANGHI

Tuttavia, non sempre è possibile avere a disposizione dei valori che si dispongono attorno ad una mediana.

Molto spesso è necessario comparare dati e situazioni molto diverse fra loro.

In questo caso si utilizzano i **test dei ranghi**.

## TEST DEI RANGHI

- I test dei ranghi sono basati sui "ranghi" delle osservazioni, termine che traduce l'inglese *rank*.

- L'inglese *rank* significa *posizione in graduatoria/classifica/ordine crescente*, mentre l'italiano *rango* ha più significato di gerarchia in senso sociale/militare.

## TEST DEI RANGHI

Prima della loro applicazione, è fondamentale che siano soddisfatti alcuni assunti che riguardano la popolazione d'origine:

**Primo assunto: l'indipendenza dei gruppi campionari**

I campioni sottoposti ai differenti trattamenti dovrebbe essere formati per estrazione casuale da una popolazione, in cui ogni soggetto abbia la stessa probabilità di essere incluso in un gruppo qualsiasi. In questo modo, i fattori aleatori o non controllati, quelli che nel test t formano l'errore standard, sarebbero distribuiti casualmente.

## TEST DEI RANGHI

**Secondo assunto: normalità delle distribuzioni**

Da essa deriva la relazione tra popolazione dei dati e medie dei campioni, secondo il teorema del limite centrale: se da una popolazione con media  $\eta$  e deviazione standard  $\sigma$ , i cui dati abbiano una forma di distribuzione non normale, si estraggono casualmente campioni di dimensione  $n$  sufficientemente grande ( $n \geq 30$ ), le loro medie si distribuiranno normalmente con media generale  $\eta$  ed errore standard.

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

## TEST DEI RANGHI

### Terzo assunto: omogeneità delle varianze.

- Se sono formati per estrazione casuale dalla medesima popolazione, i vari gruppi devono avere varianze eguali.
- Vedremo successivamente che nella statistica parametrica, è possibile verificare se esistono differenze significative tra medie campionarie, solamente quando i gruppi a confronto hanno la stessa varianza.
- Infatti, l'analisi statistica prevede un apposito test utilizzato per verificare l'uguaglianza statistica o meno tra le varianze di due campioni di dati.

## TEST NON PARAMETRICI

- Quando questi assunti non sono rispettati si ricorre ai c. d. metodi statistici non parametrici.
- Questi non dipendono dalla forma di distribuzione della popolazione;
- non si basano sui parametri della distribuzione;
- è possibile applicarli anche nei casi di dati qualitativi.

## TEST NON PARAMETRICI

Vi sono diversi metodi, o *tests non parametrici* e si dividono in due grandi categorie:

- quelli basati sulle frequenze
- quelli basati sull'ordinamento delle informazioni.

I metodi non parametrici sono meno efficaci ma più generali e vengono utilizzati quando non possono essere applicati i metodi parametrici.

Sono giustificati quando:

- 1) le variabili hanno evidenti scostamenti dalla normalità (o sono fortemente asimmetriche o presentano più di un picco);
- 2) quando il campione è troppo piccolo per comprendere se esiste una distribuzione normale dei dati;
- 3) quando le osservazioni sono rappresentate da classifiche ordinali (es. gravità di una malattia da 1 a 4).

## Vantaggi dei test non parametrici

- I test non parametrici richiedono assunzioni meno stringenti sui dati rispetto a quelle necessarie per i consueti test parametrici, e questo soprattutto per piccoli campioni.
- Ad esempio il t-test per un campione richiede che i dati siano distribuiti secondo la distribuzione normale.
- Per il t-test per due campioni indipendenti si richiede inoltre che le deviazioni standard calcolate sui due campioni siano uguali. Se tali assunzioni/condizioni vengono violate, il P-value e gli intervalli di confidenza possono risultare inattendibili.
- I test non parametrici come i test di Wilcoxon non richiedono tali assunzioni/condizioni.

## Vantaggi dei test non parametrici

- I test non parametrici sono talvolta molto semplici da applicare in quanto non implicano una forte complessità computazionale, come i test di Wilcoxon.
- I test non parametrici forniscono risultati più obiettivi dei parametrici nel caso in cui i dati siano misurati con scale ordinali "soggettive" del tipo *assolutamente non confortevole, poco confortevole, neutrale, confortevole, molto confortevole*. I test parametrici richiedono la conversione di questo tipo di scale in scale numeriche e producono dei risultati a volte troppo dipendenti dalla qualità di tale conversione.

## QUANDO UTILIZZARE I TEST STATISTICI NON PARAMETRICI

Il test d'ipotesi può essere applicato, sostanzialmente, a due ambiti:

- La verifica della possibilità di estendere i dati da un campione ad una popolazione.
- La verifica della diversità tra vari campioni.

## TEST UTILIZZATO PER ESTENDERE I RISULTATI

- In questo caso, la nostra 'speranza' è che le differenze tra i campioni non siano statisticamente significative: solo in questo modo possiamo dire che il campione è sufficiente a rappresentare l'intera popolazione, all'interno di limiti che vanno poi determinati.

## TEST PER VERIFICARE LA DIVERSITA' TRA CAMPIONI

- In questo caso, non abbiamo una popolazione dal quale è stato tratto un campione, ma possiamo allestire due gruppi di soggetti da esperimento (cavie, batteri....)
- Il primo gruppo viene sottoposto all'agente infettivo e, una volta ammalato, trattato con il farmaco A.
- Il secondo gruppo viene solo esposto all'agente infettivo e i vari componenti del gruppo si ammalano.
- Al termine dell'esperimento vi sono diversità nel numero di soggetti guariti tra i due gruppi, con un maggior numero di guariti nel gruppo trattato con il farmaco A.

## TEST NON PARAMETRICI

- Test di Mann-Whitney
- Test di Wilcoxon per campioni appaiati
- Test di Kruskal-Wallis
- Test di Friedman

## Test di Mann-Whitney

- Consente di comparare due serie di dati ordinali o cardinali per stabilire se esistono differenze nella localizzazione (più che nella forma) della loro distribuzione.
- E' un test non parametrico molto spesso usato per controllare se due campionamenti provengono dalla stessa popolazione.
- E' l'analogo non-parametrico del test *t* di Student per campioni indipendenti.
- Il test e' normalmente definito con la sigla " **U** ".

## Test di Mann-Whitney

- E' uno dei test non parametrici più potenti e serve a verificare se due gruppi indipendenti appartengono alla stessa popolazione.
- Es. diuresi in due gruppi di soggetti sottoposti a due trattamenti (3 con placebo e 4 con farmaco):

Placebo		Farmaco	
Diuresi	Rango	Diuresi	Rango
1000	1	1400	6
1300	5	1600	7
1200	3	1180	2
		1220	4

## Test di Mann-Whitney

- La null-hypothesis e' che i due campioni sono estratti da una singola popolazione e, di conseguenza, che le mediane sono uguali,
- E' richiesto che i due campioni siano indipendenti e che le scale siano almeno ordinali .
- Come tutti i test non parametrici ci vuole un discreto numero di misure per confrontare le due distribuzioni. Di solito si usa un numero totale compreso fra una decina e la soglia di Student.
- Non e' richiesto che le distribuzioni ottenute siano esattamente Gaussiane o di Student,
- Non e' richiesto che la numerosita' delle due distribuzioni sia uguale (ma viene meglio se sono simili).

## Test di Wilcoxon per campioni appaiati

- Il test di Wilcoxon dei ranghi con segno prevede la NON assegnazione del rango a quelle differenze pari a zero. Pertanto con il metodo illustrato, si avrebbero risultati falsati, in quanto anche a differenze pari a zero, viene assegnato un rango.
- Questo test è molto utile nel campo delle scienze comportamentali. Consente di considerare la direzione e la grandezza della differenza dei dati appaiati

## Test di Wilcoxon per campioni appaiati

Esempio:

Il sindaco di una città vuole verificare se i livelli di inquinamento si riducono chiudendo le strade del centro al traffico. A tal fine viene misurato il tasso di inquinamento ogni 60 minuti (dalle 8 alle 22: totale di 15 rilevazioni) in una giornata in cui il traffico è aperto, e in una giornata di chiusura al traffico. Ecco di seguito i valori di inquinamento atmosferico:

Con traffico: 214, 159, 169, 202, 103, 119, 200, 109, 132, 142, 194, 104, 219, 119, 234  
Senza traffico: 159, 135, 141, 101, 102, 168, 62, 167, 174, 159, 66, 118, 181, 171, 112

## Test di Wilcoxon per campioni appaiati

- ```
> a = c(214, 159, 169, 202, 103, 119, 200, 109, 132, 142, 194, 104, 219, 119, 234)
> b = c(159, 135, 141, 101, 102, 168, 62, 167, 174, 159, 66, 118, 181, 171, 112)
>
> wilcox.test(a,b, paired=TRUE)
```
- Wilcoxon signed rank test
- data: a and b
- ```
> V = 80, p-value = 0.2769
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```
- > Essendo il p-value maggiore di 0.05, significa che le medie delle rilevazioni sono sostanzialmente rimaste inalterate (accettiamo l'ipotesi H0), quindi bloccare il traffico per un solo giorno non ha portato a nessun miglioramento per quanto riguarda l'inquinamento della città

## Test di Kruskal-Wallis

- E' un metodo non parametrico per verificare l'uguaglianza delle mediane di diversi gruppi; cioè per verificare che tali gruppi provengano da una stessa popolazione (o da popolazioni con uguale mediana).
- Questo metodo è il corrispondente non parametrico dell'analisi di varianza in cui i dati vengono sostituiti dal loro rango, e viene solitamente usato quando non può essere assunta una distribuzione normale della popolazione.

## Test di Kruskal-Wallis

- Esso viene utilizzato per confrontare piu' serie di misure provenienti da un campionamento effettuato su di una popolazione.
- Si possono incrociare confronti i risultati di piu' strumenti di misura, piu' procedure analitiche, piu' operatori, ecc. .

## Test di Kruskal-Wallis

- La null-hypothesis e' che i 3 o piu' campioni estratti da una singola popolazione abbiano la stessa *central tendency*, di conseguenza, e' richiesto che i tre set di misure siano indipendenti e che le scale siano almeno ordinali .
- Come tutti i test non parametrici ci vuole un discreto numero di misure per confrontare le due distribuzioni. Di solito si usa un numero totale compreso fra una decina e la soglia di Student.
- Non e' richiesto che le distribuzioni ottenute siano Gaussiane o di Student, o seguano una altra distribuzione nota.
- Non e' richiesto che la numerosita' delle due distribuzioni sia uguale (ma viene meglio se sono simili).

## Test di Friedman

- Questo test puo' essere utilizzato con variabili almeno ordinali, per distribuzioni abbastanza diverse dalla Gaussiana, con misure fatte in tempi diversi con "risoluzioni" diverse.

## Test di Friedman

- La null-hypothesis e' che 3 o piu' strumenti diano risultati equivalenti, oppure che i tre trattamenti siano equivalenti, oppure che i tre operatori siano intercambiabili.
- E' richiesto che l'applicazione di un metodo/strumento/trattamento non disturbi la popolazione.
- Per un test attendibile un valore minimo per gli items puo' essere fra 5 e 7, con valore massimo anche oltre la soglia di Student.
- Il test puo' essere usato anche per misure ripetute, gli elementi della matrice possono essere anche medie o mediane di piu' misure.
- Non e' richiesto che le distribuzioni ottenute siano Gaussiane o di Student, o seguano una altra distribuzione nota,

## Test non parametrici

Tipo di dati	Numero di campioni	Campioni indipendenti?	Test da usare
Nominali	2	No	McNemar
Nominali	2	Si	Fisher's Exact
Nominali	>2	No	Cochran's Q
Ordinali	1	-	Komolgorov- Smirnov
Ordinali	2	Si	Tukey-Duckworth
Ordinali	2	No	Wilcoxon (analogo del t-test per campioni non indipendenti)
Ordinali	2	Si	Mann-Whitney U (analogo del t-test per campioni indipendenti)
Ordinali	>2	Si	Kruskal-Wallis (analogo dell'ANOVA a una via)
Ordinali	>2	No	Friedman (ANOVA a due vie)

## Conclusioni

- I test statistici si imparano con la pratica.
- Quando serve applicarli, ci aiutano i libri ed il software dedicato.
- Preparare i dati e fare calcoli di base è invece un'abilità primaria, la dovete avere sempre con voi.
- Quindi, saper usare Excel o un altro foglio di calcolo è fondamentale.

## Conclusioni

### Excel in un pillole:

- [http://www.salvatorepagano.brianzaest.it/corsi/moduli\\_fortic/](http://www.salvatorepagano.brianzaest.it/corsi/moduli_fortic/)
- [Excel%20Fundamentals%20\(Antonio%20Popenza\).htm](http://www.salvatorepagano.brianzaest.it/corsi/Fundamentals%20(Antonio%20Popenza).htm)

### Una lista di tutorial di base ed avanzati:

- <http://www.salvatorepagano.brianzaest.it/corsi/sommario.htm>
- N.B. Ben fatti quelli del Ministero del Tesoro in formato PDF