Misure elettriche ed elettroniche

Dott.ssa Melissa Tamisari

Dipartimento di Scienze Biomediche e Chirurgico Specialistiche

c/o Polo Scientifico e Tecnologico

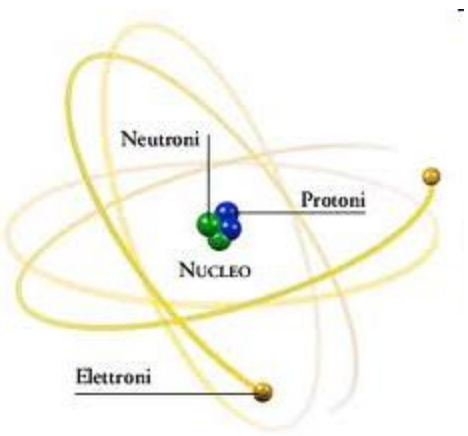
Via Saragat 1, 44121 Ferrara

e-mail: melissa.tamisari@unife.it

Ph: 0532 974226

Elettrostatica

La materia è costituita da atomi.
Gli atomi sono formati da un nucleo, contenete particelle neutre (**neutroni**) e particelle cariche positivamente (**protoni**).
Intorno al nucleo ci sono particelle cariche negativamente (**elettroni**), in modo tale che l'atomo risulti complessivamente neutro.



Nel SI la carica elettrica si misura in Coulomb (C).

La carica elettrica è quantizzata, ovvero assume solo valori multipli di un'unità fondamentale (carica dell'elettrone ***e = 1.6 *10 $^{-19}$ C***)

$$q = \pm n * e$$

Legge di conservazione della carica elettrica → la somma delle cariche elettriche di tutti i corpi che prendono parte ad un processo fisico si conserva

Legge di Coulomb → permette di calcolare la forza che si esercita tra due particelle cariche.

Date due particelle cariche q_1 e q_2 poste nel vuoto ad una distanza r tra loro, si esercita una forza $F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$

dove $k_e = 8.99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ è la costante di Coulomb

Se le particelle hanno carica dello stesso segno la forza è repulsiva, se hanno carica di segno opposto è attrattiva.

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$ ε_0 è la costante dielettrica nel vuoto (8.85 10^{-12} C^2/Nm^2).

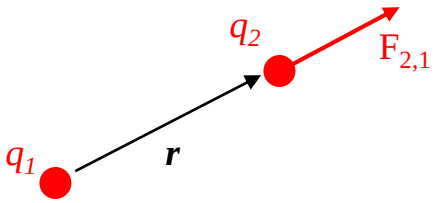
Se le cariche non si trovano nel vuoto ma in un mezzo (dielettrico) la forza risultante tra le due cariche dipende anche dal mezzo. Per tener conto della variazione della forza elettrostatica si introduce la **costante dielettrica relativa,** ε_r , una quantità adimensionale pari a 1 nel vuoto e sempre maggiore di 1 in un mezzo materiale, che esprime il fattore di riduzione della forza di Coulomb esercitata nel mezzo.

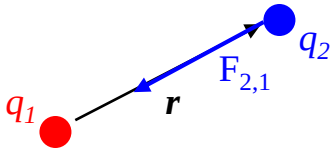
La forza elettrostatica diventa :

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Modulo

Vettorialmente:





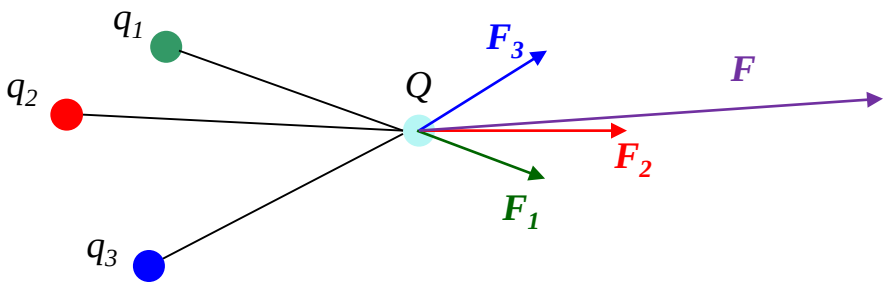
Se q_1 e q_2 sono positive:

$$\vec{F}_{2,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

Se q_1 è positiva e q_2 negativa:

$$\vec{F}_{2,1} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$$

Per calcolare la forza ***F*** a cui è soggetta una carica puntiforme *Q* dovuta alla presenza di altre cariche puntiformi q_1, q_2, q_3,…si applica il principio di sovrapposizione secondo cui ***F*** si ottiene come somma vettoriale dei singoli contributi per ciascuna carica q_1, q_2, q_3 ,…



Es:

In una molecola di cloruro di sodio (NaCl) lo ione sodio Na^+ e lo ione cloro Cl^- si trovano ad una distanza $d = 2.3 * 10^{-10}$ m.
Calcolare l'intensità della forza di legame molecolare se la molecola è posta nel vuoto e in una soluzione di acqua pura ($\varepsilon_r = 81$).

Nel vuoto:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \times 8.85\cdot 10^{-12} \cancel{C^2} / Nm^2}\frac{1.6\cdot 10^{-19}\cancel{C} \times 1.6\cdot 10^{-19}\cancel{C}}{\left(2.3\cdot 10^{-10}\cancel{m}\right)^2} = 4.35\cdot 10^{-9}\ N$$

In acqua:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \times 8.85\cdot 10^{-12} C^2 / Nm^2 \times 81}\frac{1.6\cdot 10^{-19} C \times 1.6\cdot 10^{-19} C}{\left(2.3\cdot 10^{-10} m\right)^2} = 5.37\cdot 10^{-11} N$$

Campo Elettrico → *influenza della carica elettrica sullo spazio circostante*

Descrive l'effetto che ha una carica puntiforme Q su una carica di prova q_0, detta **carica esploratrice** (*unitaria, positiva*) sullo spazio circostante ad essa

Poiché q_0 subirà una forza quando è posta a distanza r da Q si può assumere che anche in assenza di q_0 ogni punto dello spazio attorno a Q sia presente un campo di forze → **Campo Elettrico o Elettrostatico**

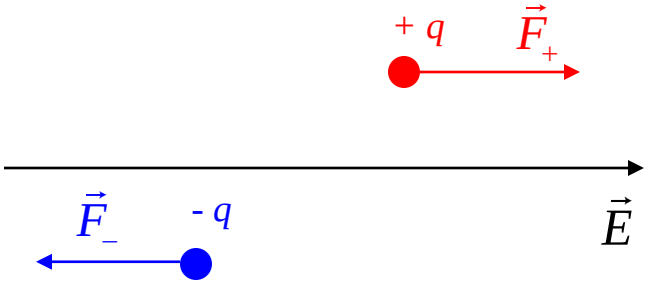
Si definisce **campo elettrico E** il rapporto tra la forza di Coulomb che agisce sulla carica q_0 e la carica q_0.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{q_0 Q}{r^2}\hat{r}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

Unità di misura N/C

Il campo associa ad ogni punto dello spazio un vettore che corrisponde alla forza di Coulomb che sperimenterebbe q_0 in tale punto.

$\Rightarrow$ la forza elettrostatica che agisce su una carica q immersa in un capo elettrico è: $\vec{F} = q\,\vec{E}$



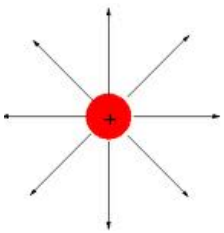
Rappresentazione visiva del campo elettrico

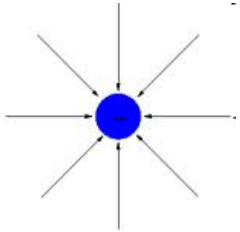
Per rappresentare visivamente il vettore campo elettrico si devono considerare modulo direzione e verso: si introducono quindi le linee di campo, cioè linee curve orientate con le seguenti caratteristiche:

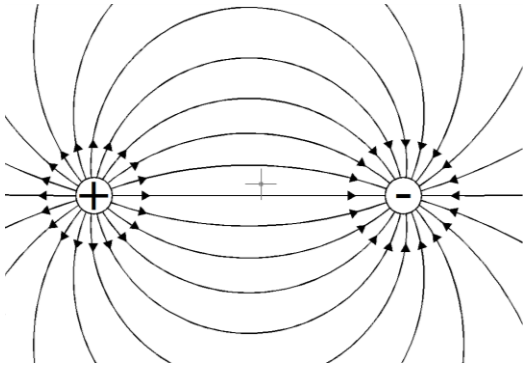
• la direzione delle linee di campo è tale che in ogni punto il campo elettrico è tangente ad esse.

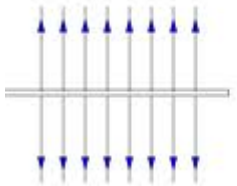
• il verso delle linee di campo è, per convenzione, quello che va dalle cariche positive alle cariche negative che inducono il campo elettrico.

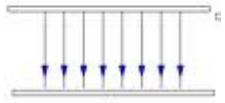
• il numero delle linee di campo che attraversa una data superficie infinitesima ortogonale ad esse è proporzionale all'intensità del campo elettrico su quella superficie











Potenziale Elettrostatico

La forza di Coulomb è conservativa quindi possiamo associarle un'energia potenziale elettrostatica, **U**. L'energia potenziale di una carica *q* nel campo elettrico generato da una carica *Q* è una funzione della posizione che esprime il lavoro necessario per portare la carica *q* da una distanza infinita ad una distanza *r* da *Q*.

$$L_{AB} = -\Delta U = U_A - U_B \longrightarrow L_{\infty r} = U_\infty - U_r \quad \xrightarrow{U_\infty = 0} \quad L_{\infty r} = -U_r$$

Si definisce **potenziale elettrico** il rapporto tra l'energia potenziale **U** e la carica di prova

$$V = \frac{U}{q}$$

→ *è il lavoro della forza elettrica per spostare una carica elettrica UNITARIA E POSITIVA da una certa posizione all'infinito*

Nel SI il potenziale elettrico si misura in J/C = Volt (V)

Si definisce **differenza di potenziale** tra due punti A e B la differenza tra i potenziali elettrostatici nel punto A e nel punto B $\longrightarrow \Delta V_{AB} = V_A - V_B$

Consideriamo un campo elettrico costante: *q carica UNITARIA E POSITIVA*

$$V = \frac{U}{q} \rightarrow U = qV$$

Energia potenziale elettrostatica

$$L_{AB} = U_A - U_B = q\left(V_A - V_B\right)$$

$$L_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{r}_{AB} = q\vec{E} \cdot \vec{r}_{AB}$$

$$q\left(V_A - V_B\right) = q\vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} \longrightarrow V_B = V_A - \vec{E} \cdot \vec{r}_{AB}$$

Prodotto scalare: $\vec{E} \cdot \vec{r}_{AB} = E\, r_{AB} \cos\alpha$

- $= E\, r_{AB}$ se $\alpha = 0$
- $= -E\, r_{AB}$ se $\alpha = \pi$
- $= 0$ se $\alpha = \pi/2$

$V_B < V_A$ si ha una caduta di potenziale se il campo elettrico è diretto da A a B cioè se ha la stessa direzione di r_{AB} $\Rightarrow$ Il potenziale elettrostatico decresce seguendo le linee di campo elettrico.

Immerse in un campo elettrico le cariche positive tendono a muoversi verso posizioni con potenziale elettrostatico minore.

Se consideriamo una carica q NEGATIVA

$$L_{AB} = -qV_A - (-qV_B) = q(V_B - V_A)$$

$V_B > V_A$

Immerse in un campo elettrico le cariche negative tendono a muoversi verso posizioni con potenziale elettrostatico maggiore

Considerando i moduli: $V_A - V_B = E\, r_{AB} \longrightarrow E = -\dfrac{\Delta V_{AB}}{r_{AB}}$

Relazione tra campo elettrico e differenza di potenziale $\boxed{E = -\dfrac{dV}{dr}}$ Unità di misura V/m

La nozione di differenza di potenziale ci permette di definire una nuova unità di misura dell'energia: l'elettronvolt (eV), è l'energia cinetica che acquista un elettrone nel vuoto quando è accelerato da una differenza di potenziale di 1 V

A quanti *Joule* corrisponde un *elettronvolt*?

Energia meccanica di un elettrone soggetto a forza elettrica: $E_M = \frac{1}{2} m_e v^2 - eV$

Principio di conservazione dell'energia meccanica: $\frac{1}{2} m_e v_A^{\,2} - eV_A = \frac{1}{2} m_e v_B^{\,2} - eV_B$

1 eV $\boxed{\frac{1}{2} m_e \left(v_B^{\,2} - v_A^{\,2}\right)} = e\left(V_B - V_A\right) = 1.6 \cdot 10^{-19} C * 1V = 1.6 \cdot 10^{-19} J$

Se l'elettrone si sposta da un punto A ad un punto B, $V_B > V_A$, poiché la carica dell'elettrone è negativa.

Esercizio: In una regione di spazio è presente un campo elettrico costante di modulo E = $4*10^2$ V/m.

Quanto vale la differenza di potenziale tra due punti posti a distanza d = 5 cm l'uno dall'altro?

$$E = -\frac{\Delta V_{AB}}{r_{AB}} \qquad \Delta V = E\,d = 4\cdot 10^{2} \times 5\cdot 10^{-2} = 20\,V$$

Conduttori ed Isolanti

Perché alcuni materiali si comportano da isolanti e altri da conduttori?

La spiegazione sta nella loro struttura atomica.

- Nei **conduttori** gli elettroni non sono legati strettamente al nucleo dei rispettivi atomi e dunque sono abbastanza liberi di muoversi e di creare una corrente.

Nei conduttori metallici i portatori di carica gli **elettroni**.

Nei liquidi conduttori le cariche che si muovono sono gli **ioni** (l'acqua distillata, che contiene solo pochi ioni H^+ ed OH^-, è ad esempio un isolante, mentre l'acqua di rubinetto è un conduttore a causa della presenza di sali disciolti).

- Negli **isolanti** gli elettroni sono vincolati strettamente ai propri atomi e non possono assolutamente spostarsi.

La plastica e la gomma sono buoni isolanti perché gli elettroni nei loro atomi hanno poca libertà, perciò non si trasferiscono con facilità da un atomo all'altro.

Cariche elettriche in un conduttore

All'interno di un conduttore sono presenti cariche elettriche libere di muoversi

→ Raggiunto l'equilibrio elettrostatico il campo elettrico all'interno del conduttore è pari a zero (altrimenti le cariche sarebbero accelerate e non vi sarebbe equilibrio).

→ Le cariche elettriche in eccesso si dispongono sulle superfici esterne del conduttore (per la repulsione tra di loro).

→ Il campo elettrico sulla superficie è perpendicolare ad essa (entrante o uscente secondo che la carica sia positiva o negativa) e vale in modulo:

Cariche elettriche in un conduttore

Consideriamo un conduttore sferico non più nel vuoto:

Campo elettrico

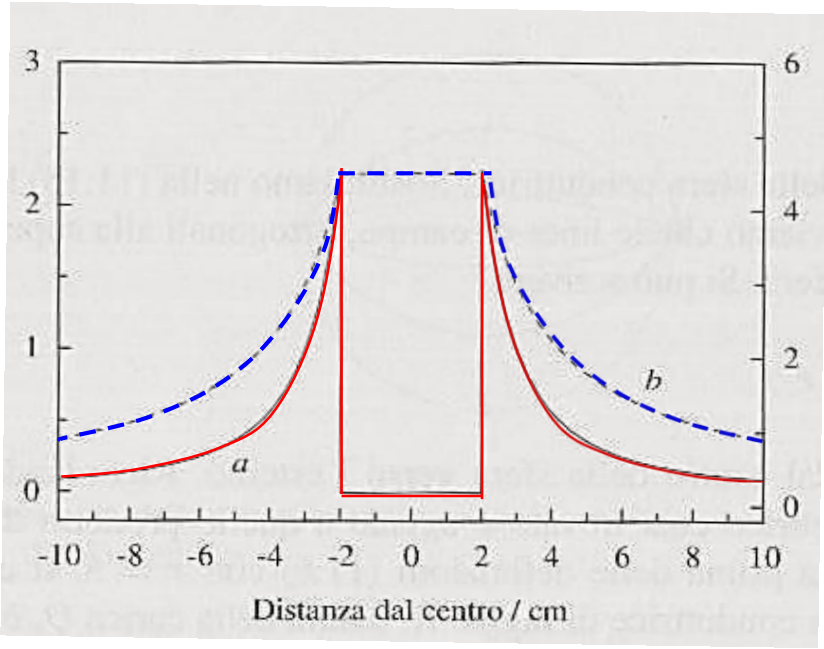
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\frac{Q}{4\pi r^2}}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

Potenziale elettrico

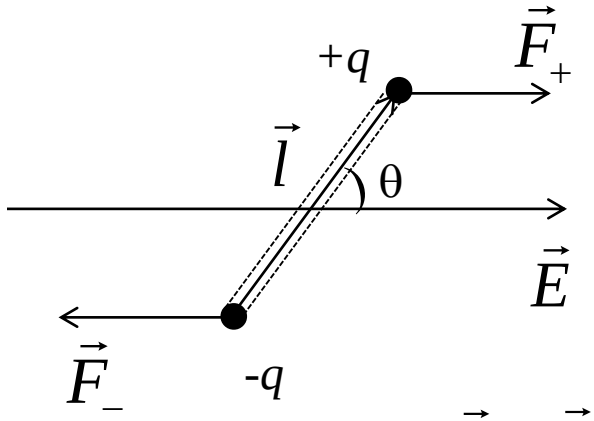
$$E = -\frac{dV}{dr} \longrightarrow V = -\int E dr$$

$$V = -\int \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r^2}dr$$

$$= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\int \frac{1}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}$$



Dipolo elettrico



$$\vec{\mu}_q = q\vec{l}$$ *momento di dipolo*

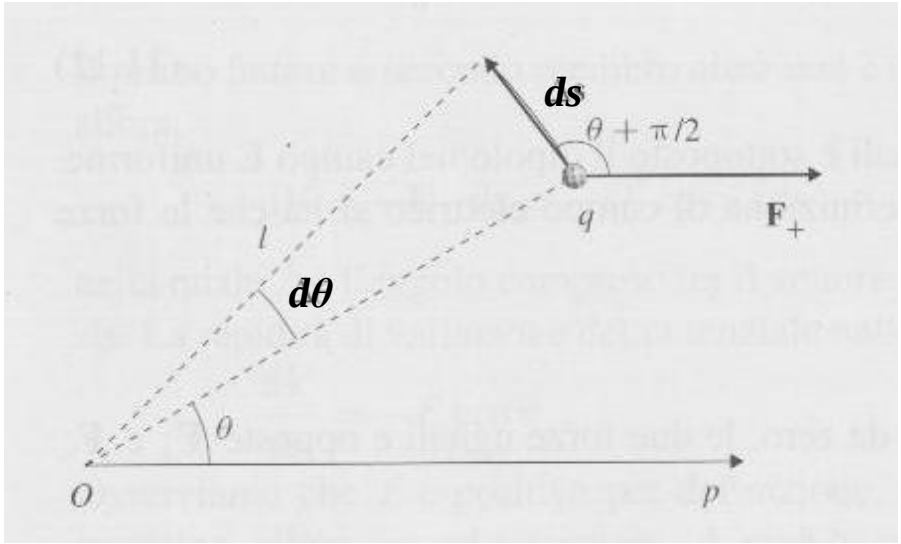
$$\vec{F}_+ = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_- = -q\vec{E}$$

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F}_+ \rightarrow M = lqE\sin\theta \rightarrow \vec{M} = \vec{\mu}_q \times \vec{E}$$

Energia potenziale del dipolo

$$dL = \vec{F}_+ \cdot d\vec{s} \quad = F_+ \, ds\cos\left(\theta + \tfrac{\pi}{2}\right) \quad = -F_+ \, ds\sin\theta$$



$$= -qEl\,\sin\theta\, d\theta \quad = -\mu_q E\sin\theta\, d\theta$$

$$L = -\mu_q E\int_0^{\theta}\sin\theta\, d\theta \quad = -\mu_q E\left(1-\cos\theta\right)$$

$$U = -L \Rightarrow U = \mu_q E\left(1-\cos\theta\right)$$

1) Due cariche elettriche, di cui una il doppio dell'altra, sono poste alla distanza di 10 mm in un mezzo con costante dielettrica $\varepsilon_r = 3{,}5$. Calcolare il valore delle due cariche, sapendo che esse si respingono con una forza di 9 N.

2) In una regione di spazio è presente un campo elettrico costante di modulo $E = 4*10^2$ V/m. Quanto vale la differenza di potenziale tra due punti posti a distanza d = 5 cm l'uno dall'altro?

3) Ad una distanza r da una carica puntiforme, q, il potenziale elettrico è di 170 V e l'intensità del campo elettrico è 4800N/C. Determinare il valore di q.

4) Calcolare la variazione di energia potenziale di una carica elettrica $q = 2*10^{-7}$ C che percorre 20 cm in un campo elettrico uniforme di modulo E = 500 V/m nella stessa direzione ma verso opposto al campo elettrico.

5) Una carica $q = 8*10^{-19}$ C di massa $m = 4{,}8 *10^{-30}$ Kg è in una regione in cui è presente un campo elettrico. Se essa parte da ferma dal punto A e acquisisce nel punto B una velocità $v_B = 2*10^6$ m/s, qual è la differenza di potenziale tra i due punti? (trascurare l'interazione gravitazionale)

6) Quale accelerazione viene prodotta su una particella di massa $3{,}7 *10^{-14}$ Kg e carica $q = 2{,}4*10^{-19}$ C da un campo elettrico costante che produce una differenza di potenziale di 25 V fra due punti a distanza di $d = 7$ cm ?

1) Due cariche elettriche, di cui una il doppio dell'altra, sono poste alla distanza di 10 mm in un mezzo con costante dielettrica $\varepsilon_r = 3{,}5$. Calcolare il valore delle due cariche, sapendo che esse si respingono con una forza di 9 N.

Il modulo della forza esercitata tra due cariche elettriche è: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}$

Sappiamo che le cariche sono una il doppio dell'altra, $q_2 = 2q_1$, quindi: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1 2q_1}{r^2} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1^2}{r^2}$

Ricavando q_1 ottengo:

$$q_1 = \sqrt{F\,2\pi\,\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} = \sqrt{(9N)2\pi\left(8{,}85\cdot10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2}\right)3{,}5\left(10^{-2}m\right)^2} = \sqrt{175070\cdot10^{-18}C^2} = 418\cdot10^{-9}C = 0.42\cdot10^{-6}C$$

2) In una regione di spazio è presente un campo elettrico costante di modulo $E = 4*10^2$ V/m. Quanto vale la differenza di potenziale tra due punti posti a distanza d = 5 cm l'uno dall'altro?

La relazione tra campo elettrico e potenziale elettrico è: $E = -\frac{\Delta V_{AB}}{r_{AB}}$

(il segno meno non lo considero poiché serve per indicare che all'aumentare del campo elettrico il potenziale diminuisce)

Ricavando ΔV ottengo: $\Delta V = E\,d = 4\cdot10^2\times5\cdot10^{-2} = 20\,V$

3) Ad una distanza *r* da una carica puntiforme, *q*, il potenziale elettrico è di 170 V e l'intensità del campo elettrico è 4800 N/C. Determinare il valore di *q*.

La relazione che lega campo elettrico e carica che genera il campo è: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

quindi ricavando la carica $q = E\,4\pi\varepsilon_0\,r^2$

Ma non conosco la distanza *r* a cui viene misurato il campo. Posso comunque ricavarla dalla relazione tra campo elettrico e potenziale elettrico: $E = -\frac{\Delta V}{r} \Rightarrow r = \frac{\Delta V}{E}$

(il segno meno non lo considero poiché serve per indicare che all'aumentare del campo elettrico il potenziale diminuisce)

$$q = E\,4\pi\varepsilon_0\,r^2 = E\,4\pi\varepsilon_0\,\frac{V^2}{E^2} = 4\pi\varepsilon_0\,\frac{V^2}{E} = 4\pi\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2}\cdot\frac{(170\,V)^2}{4800\,N/C} = 6.7\cdot 10^{-10}\,C$$

4) Calcolare la variazione di energia potenziale di una carica elettrica q = 2*10^{-7} C che percorre 20 cm in un campo elettrico uniforme di modulo E = 500 V/m nella stessa direzione ma verso opposto al campo elettrico.

La variazione di energia potenziale è data da: $\Delta U = q\Delta V$

quindi per calcolarla dobbiamo trovare la differenza di potenziale. Sappiamo che il potenziale in un punto B è dato da:

$$V_B = V_A - \vec{E}\cdot\vec{r}_{AB} \Rightarrow V_B - V_A = -\vec{E}\cdot\vec{r}_{AB} = -E\ r_{AB}\ \cos(180°) = E\ r_{AB}$$

Quindi la variazione di energia potenziale è data da:

$$\Delta V = V_B - V_A = E\ r_{AB} = 500\frac{V}{m}\cdot 20\cdot 10^{-2}\, m = 100\, V$$

$$\Rightarrow \Delta U = q\Delta V = 2\cdot 10^{-7}\, C\cdot 100\, V = 2\cdot 10^{5}\, J$$

5) Una carica $q = 8*10^{-19}$ C di massa $m = 4{,}8 *10^{-30}$ Kg è in una regione in cui è presente un campo elettrico. Se essa parte da ferma dal punto A e acquisisce nel punto B una velocità $v_B = 2*10^6$ m/s, qual è la differenza di potenziale tra i due punti? (trascurare l'interazione gravitazionale)

La conservazione dell'energia del sistema, in cui agiscono solo forze conservative (forza elettrica) si scrive:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow K_i + U_i = K_f + U_f$$

Ma l'energia cinetica iniziale è nulla poiché la particella è ferma nella posizione A iniziale mentre quella finale è data da $1/2mv^2$

L'energia potenziale sia iniziale che finale è data invece dall'energia potenziale dovuta alla forza elettrica.

Quindi la conservazione dell'energia diventa:

$$qV_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + qV_B \Rightarrow q\left(V_A - V_B\right) = \frac{1}{2}mv_B^2$$

Ricavo la differenza di potenziale:

$$\left(V_A - V_B\right) = \frac{mv_B^2}{2q} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-30} kg \cdot \left(2 \cdot 10^6 m/s\right)^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-19} C} = 12V$$

6) Quale accelerazione viene prodotta su una particella di massa 3,7 *10^{-14} Kg e carica q = 2,4*10^{-19} C da un campo elettrico costante che produce una differenza di potenziale di 25 V fra due punti a distanza di d = 7 cm ?

Dal secondo principio della dinamica so che $F = ma$ (in notazione sia scalare che vettoriale)

quindi $a = F/m$.

In questo caso la forza che agisce è la forza elettrica $F = qE$ quindi $a = qE/m$.

Il campo elettrico lo posso ricavare da $E=V/d$ in modulo.

Quindi:

$$a = \frac{qV}{d\,m} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-19} C \cdot 25\,V}{7 \cdot 10^{-2} m \cdot 3{,}7 \cdot 10^{-14} Kg} = 2{,}3 \cdot 10^{-3}\,\frac{m}{s^2}$$

Controlliamo le unità di misura:

$$a = \frac{qV}{d\,m} = \frac{C \cdot V}{m \cdot Kg} = \frac{C \cdot \frac{J}{C}}{m \cdot Kg} = \frac{J}{m \cdot Kg} = \frac{Kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}{m \cdot Kg} = \frac{m}{s^2}$$

Corrente Elettrica

Se due estremità un conduttore si trovano ad un potenziale diverso, le cariche elettriche si muoveranno verso i punti a potenziale minore (le cariche negative) o maggiore (quelle positive) $\rightarrow$ **corrente elettrica**.

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Nel SI la corrente elettrica si misura in Ampere (A), 1 A = 1C / 1s

*Esercizio: se N = 5*10^{21} elettroni attraversano la sezione di un conduttore in 10 minuti, qual è l'intensità di corrente elettrica misurata?*

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{Ne}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 10^{21} \times 1{,}6 \cdot 10^{-19} C}{10 \times 60 s} = 1{,}3 A$$

Resistenza Elettrica

Nei conduttori ohmici la corrente *i* che circola in un conduttore è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale ed inversamente proporzionale ad una grandezza detta **resistenza elettrica R**

$$V = Ri$$ 1° legge di Ohm

R è una grandezza scalare e nel SI si misura in Ohm (Ω). 1 Ω = 1V/1A

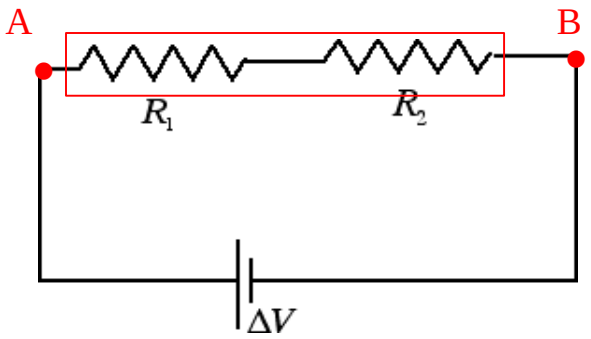
$$R = \rho \frac{l}{S}$$ 2° legge di Ohm

ρ (resistività) è una grandezza scalare e nel SI si misura in Ω m.

Conducibilità $\rightarrow \ \sigma = \frac{1}{\rho}$

Resistenze in serie

$$\left.\begin{aligned} V_{AB} &= V_1 + V_2 \\ V_{AB} &= R_{eq} i \end{aligned}\right\} \quad R_{eq} = \frac{V_1 + V_2}{i}$$



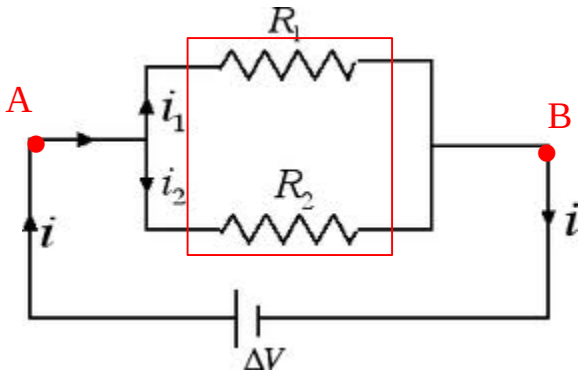
$$R_{eq} = \frac{V_1 + V_2}{i} = \frac{V_1}{i} + \frac{V_2}{i} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Resistenze in parallelo

$$i = i_1 + i_2 = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} =$$

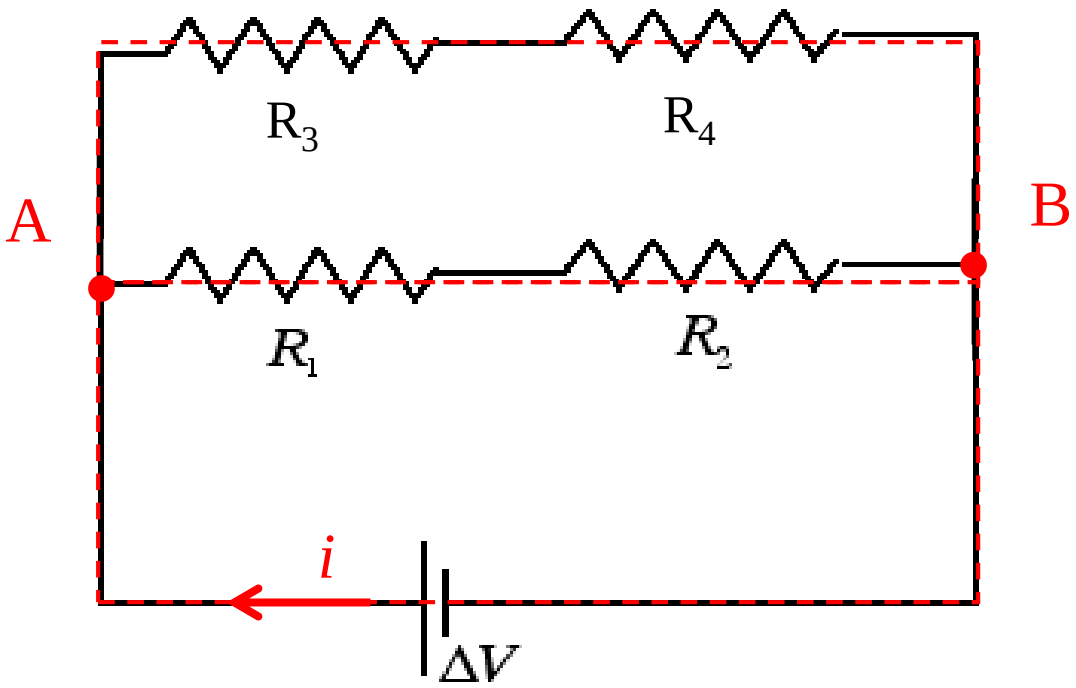
$$= V_{AB}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V_{AB}}{R_{eq}}$$



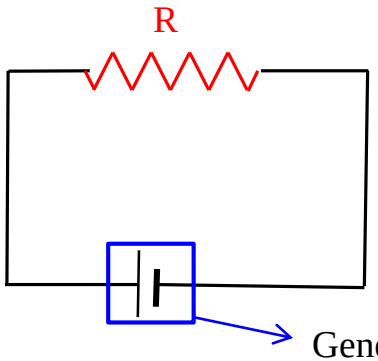
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

1° legge di Kirchhoff o legge dei nodi:
la somma algebrica delle correnti in un nodo è nulla.

2° legge di Kirchhoff o legge delle maglie:
la somma delle differenze di potenziale incontrate percorrendo una maglia è nulla.



Sorgenti di f.e.m.



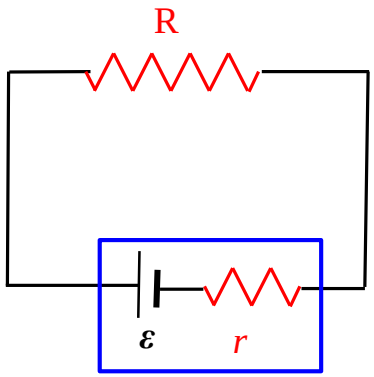
Generatore di tensione o batteria = forza elettromotrice (***f.e.m.***) $\boldsymbol{\varepsilon}$

Forza elettromotrice di una sorgente esprime il lavoro svolto per unità di carica

Differenza tra ΔV e $\boldsymbol{\varepsilon}$:
→ in un generatore IDEALE la differenza di potenziale ai capi della resistenza è la stessa ai capi del generatore
→ in un generatore REALE la differenza di potenziale ai capi della resistenza è diversa rispetto a quella ai capi del generatore poiché il generatore possiede una piccola resistenza interna r

$\Delta V = \boldsymbol{\varepsilon} - i\,r$ → Differenza di potenziale ai capi del generatore a circuito aperto quindi corrente nulla

$i\,R = \boldsymbol{\varepsilon} - i\,r \rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = i\,R + i\,r$



Potenza elettrica

Il moto delle cariche in un conduttore è continuamente ostacolato dagli urti con gli altri elettroni o con i nuclei del materiale.

Questo provoca agitazione termica e quindi aumento della temperatura della sostanza o emissione di calore verso l'esterno (effetto Joule)

Il lavoro compiuto da un generatore per spostare una carica q tra una differenza di potenziale ΔV è: $L = q\,\Delta V$

Ma ricordando che $q = i\,\Delta t \quad \Delta V = Ri$

$$L = i\,t\,Ri = i^2 R\,t \quad \rightarrow \quad P = \frac{L}{t} = i^2 R$$

E utilizzando la legge di Ohm ottengo:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

$$P = \Delta V\, i$$

Capacità Elettrica

Preso un conduttore isolato su cui è posta una carica Q, il valore del potenziale V generato alla superficie del conduttore è proporzionale alla carica Q.

$$C = \frac{Q}{V}$$

E' una grandezza scalare e nel SI si misura in Farad (F). 1 F = 1C/1V

Ciascun corpo forma e dimensioni assegnate ha un diverso rapporto Q/V, ovvero varia la quantità di carica Q che è in grado di immagazzinare al variare del potenziale V. All'aumentare di V aumenta proporzionalmente la carica Q sul corpo, ma in misura diversa per ciascun materiale.

Condensatore

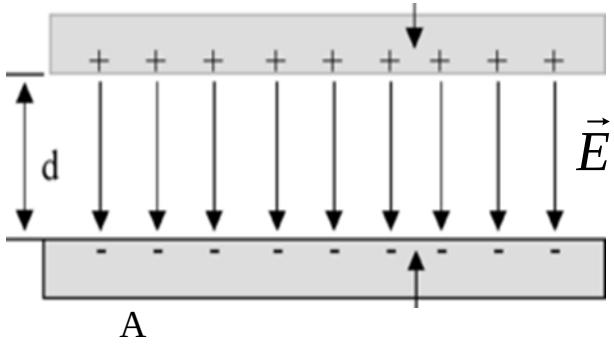
Il condensatore è un sistema in grado di accumulare cariche elettriche al suo interno.

Lo schema più semplice è quello con due conduttori, **armature**, separati da uno strato di isolante, il **dielettrico** → **condensatore piano**

All'interno di un conduttore sono presenti cariche elettriche libere di muoversi
→ Raggiunto l'equilibrio elettrostatico il campo elettrico all'interno del conduttore è pari a zero (altrimenti le cariche sarebbero accelerate e non vi sarebbe equilibrio).

→ *Le cariche elettriche in eccesso si dispongono sulle superfici esterne del conduttore (per la repulsione tra di loro).*

→ *Il campo elettrico sulla superficie è perpendicolare ad essa (entrante o uscente secondo che la carica sia + o -)*



Capacità elettrica → dipende dalle caratteristiche geometriche e dal tipo di dielettrico

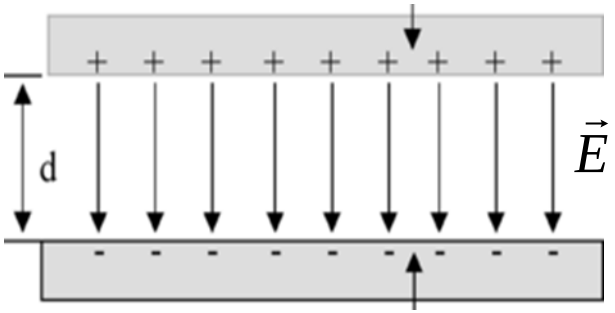
$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$$

Esercizio:

Un condensatore a facce piane e parallele, le cui armature sono ad una differenza di potenziale V = 10 V, ha una capacità C = 36 μF. Se la superficie delle armature è S = 6 cm^2, qual è il valore del campo elettrico presente nel condensatore?

$$E = \frac{V}{d}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \rightarrow d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{C}$$



$$E = \frac{V}{d} = \frac{V}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{C}} = \frac{CV}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}$$

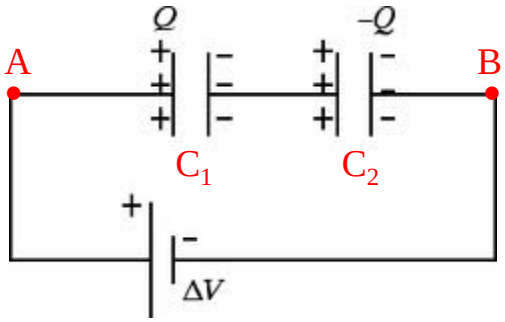
$$F = \frac{C}{V}$$

$$= \frac{36 \cdot 10^{-6} F \cdot 10 V}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \, C^2 / Nm^2 \cdot 6 \cdot 10^{-4} m^2} = 6{,}8 \cdot 10^{-10} \frac{F V}{C^2 / N} = 6{,}8 \cdot 10^{-10} \frac{\frac{C}{V} V}{\frac{C^2}{N}} = 6{,}8 \cdot 10^{-10} \frac{N}{C}$$

Capacità in serie

$$V_{AB} = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\boxed{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}\right)$$

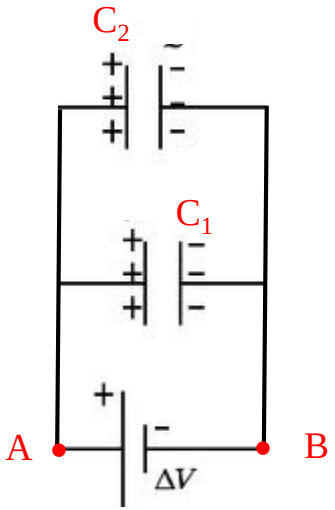
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



Capacità in parallelo

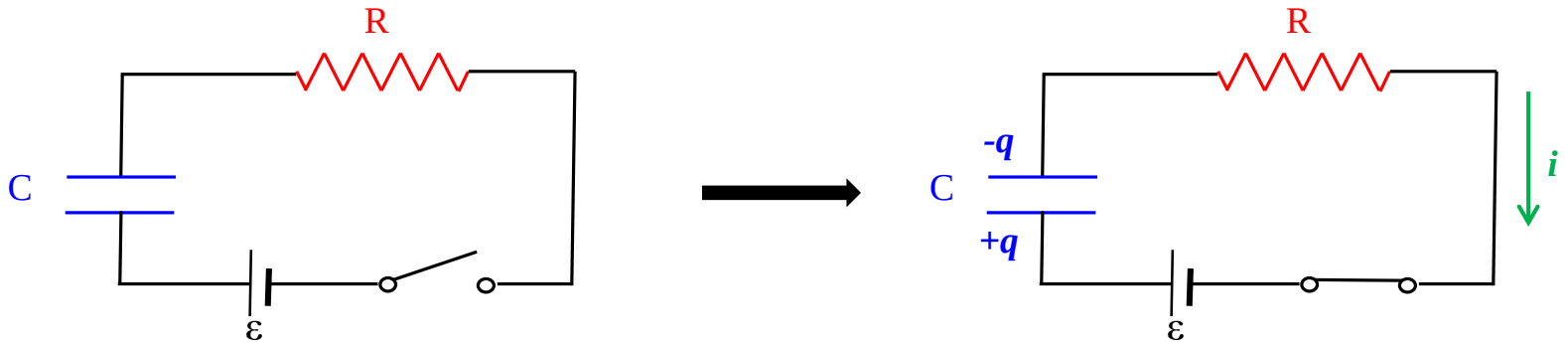
$$C_{eq} = \frac{Q_1 + Q_2}{V_{AB}} = \frac{Q_1}{V_{AB}} + \frac{Q_2}{V_{AB}} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$



Circuito RC → usati comunemente per controllare gli intervalli di tempo (per es. tergicristalli ad intermittenza)

Carica di un condensatore



Quando viene chiuso l'interruttore nel circuito inizia a circolare corrente e il condensatore inizia a caricarsi
→ Il valore massimo Q_0 della carica immagazzinata dal condensatore dipende dalla f.e.m. della batteria.
Quando viene raggiunto Q_0 la corrente nel circuito diventa nulla e la differenza di potenziale ai capi di R è nulla mentre è massima ai capi del condensatore

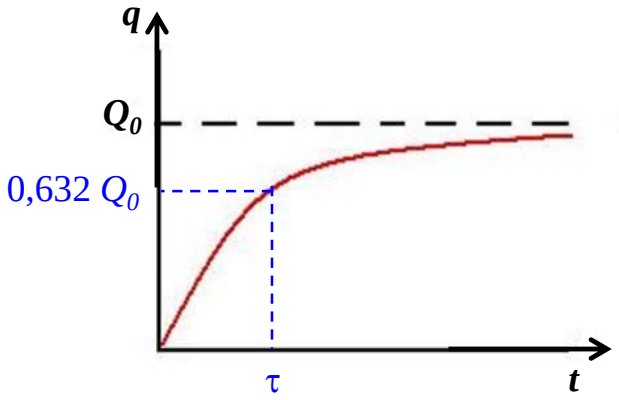
→ Applichiamo la 2° legge di Kirchhoff $\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0 \xrightarrow{i=0} \varepsilon - \frac{Q_0}{C} = 0 \rightarrow \varepsilon C = Q_0$

$$\varepsilon - \frac{dq}{dt}R - \frac{q}{C} = 0$$

$$\rightarrow \quad q(t) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

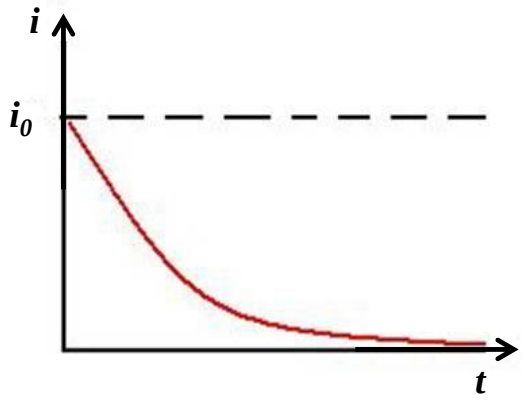
RC = τ
Costante di tempo

$$V(t) = \frac{q(t)}{C} \quad \rightarrow \quad V(t) = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



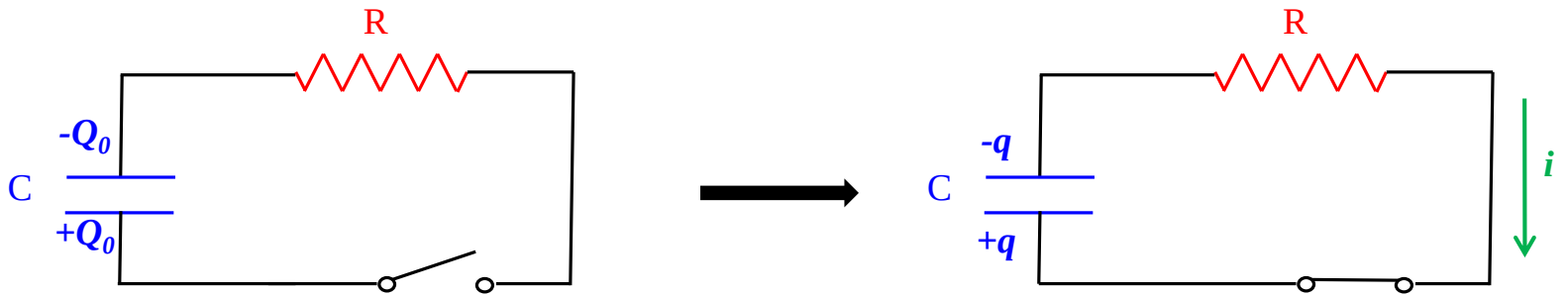
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{C\varepsilon}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = i_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$



Circuito RC

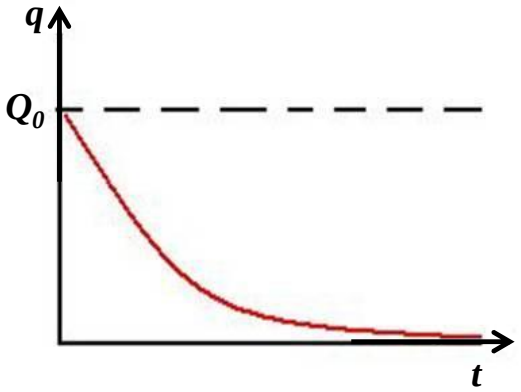
Scarica di un condensatore



Inizialmente il condensatore è carico con carica Q_0; quando viene chiuso l'interruttore il condensatore inizia a scaricarsi sulla resistenza, ad un certo istante di tempo *t* ci sarà una corrente *i* che circola nel circuito e una carica q sul condensatore

→ Applichiamo la 2° legge di Kirchhoff $-iR-\frac{q}{C}=0$ $-\frac{dq}{dt}R-\frac{q}{C}=0 \rightarrow \frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}dt$

$$\int_{Q_0}^{q}\frac{dq}{q}=\int_0^t -\frac{1}{RC} \rightarrow \ln\left(\frac{q}{Q_0}\right)=-\frac{t}{RC} \rightarrow \boxed{q(t)=Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$$



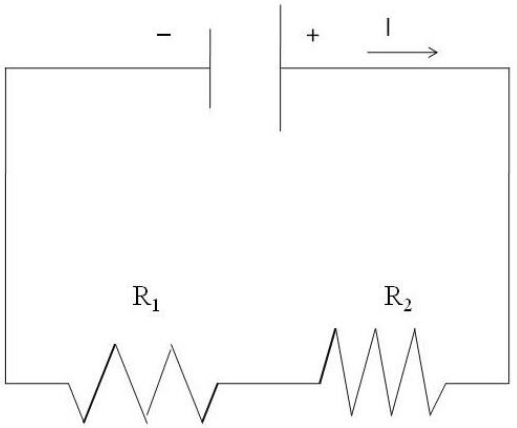
$$\rightarrow \boxed{V(t)=V_0\, e^{-\frac{t}{RC}}}$$

$$\rightarrow \boxed{i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=-i_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Il segno negativo indica che la corrente circola in verso opposto rispetto al verso considerato per applicare Kirchhoff

→ circola quindi in verso opposto rispetto al processo di carica del condensatore

1) Due resistenze collegate in serie, sono alimentate da un generatore che fornisce una ΔV= 120 V. Si calcoli la resistenza R_2, nell'ipotesi che la resistenza R_1 = 160 Ω dissipi una potenza P_1 = 70 W.



Devo calcolare prima la resistenza equivalente della serie delle due resistenze R_1 e R_2 poiché le due resistenze in serie sono attraversate dalla stessa corrente ma hanno ai capi differenze di potenziale diverse.

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Ora posso scrivere la legge di Ohm per il circuito equivalente:

$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{i} \Rightarrow R_1 + R_2 = \frac{\Delta V}{i} \Rightarrow R_2 = \frac{\Delta V}{i} - R_1$$

Non conosco il valore di i ma posso calcolarlo poiché conosco la potenza dissipata da R_1 e il valore di R_1 :

$$P_1 = i^2 R_1 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{\Delta V}{i} - R_1 = \frac{\Delta V}{\sqrt{\frac{P_1}{R_1}}} - R_1 = \Delta V \cdot \sqrt{\frac{R_1}{P_1}} - R_1 = 120V \cdot \sqrt{\frac{160\,\Omega}{70W}} - 160\,\Omega = 21{,}4\,\Omega$$

2) La potenza richiesta per mantenere una corrente i = 2,31 A in un filo di costantana di diametro 1.2 mm, è di 10.3 W. Si calcoli la lunghezza del filo sapendo che la costantana ha resistenza specifica $\rho_E = 4{,}90 * 10^{-7}\ \Omega$ m.

Per la seconda legge di Ohm una resistenza è data da: $R = \rho_E \frac{l}{S} \Rightarrow l = \frac{R\,S}{\rho_E} = \frac{R\,\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\rho_E}$

Al posto della sezione S è stato sostituito il suo valore, l'area del cerchio.

Non conosco il valore della resistenza ma nota la potenza e la corrente che attraversa la resistenza posso scrivere:

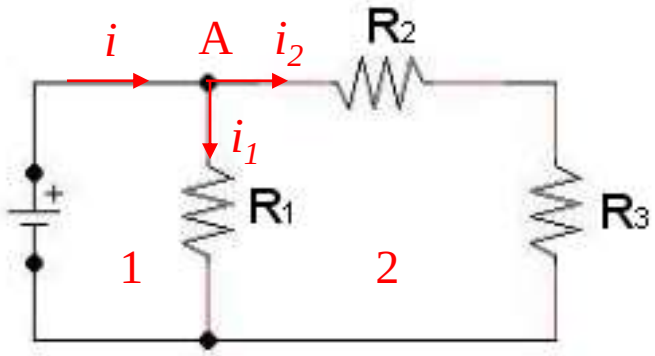
$$P = i^2 R \Rightarrow R = \frac{P}{i^2}$$

$$\Rightarrow l = \frac{R\,\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\rho_E} = \frac{\frac{P}{i^2}\,\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{\rho_E} = \frac{P\,\pi\,d^2}{4\,i^2\,\rho_E} = \frac{10{,}3W \cdot \pi\left(1{,}2 \cdot 10^{-3} m\right)^2}{4\left(2{,}31A\right)^2 4{,}9 \cdot 10^{-7}\,\Omega m} = 4{,}45m$$

Controlliamo le unità di misura:

$$\Rightarrow l = \frac{W\,m^2}{A^2 \Omega m} = \frac{W\,m}{A^2 \Omega} = \frac{Wm}{A^2\,\frac{V}{A}} = \frac{AVm}{AV} = m$$

3) Dato il circuito in figura, ricavare l'intensità di corrente e la differenza di potenziale di ciascuna resistenza. Il generatore crea una differenza di potenziale di 40 V. I valori delle resistenze sono: $R_1 = 24\ \Omega$, $R_2 = 40\ \Omega$, $R_3 = 50\ \Omega$.



Applico la prima legge di Kirchhoff al nodo A:

$$i - i_2 - i_1 = 0 \Rightarrow i = i_2 + i_1$$

Applico la seconda legge di Kirchhoff alla maglia 1:

$$\Delta V - \Delta V_1 = 0 \Rightarrow \Delta V = \Delta V_1 = i_1 R_1 \Rightarrow i_1 = \frac{\Delta V}{R_1} = \frac{40V}{24\Omega} = 1{,}67A$$

Applico la seconda legge di Kirchhoff alla maglia 2:

$$-\Delta V_2 - \Delta V_3 + \Delta V_1 = 0 \Rightarrow -i_2 R_2 - i_2 R_3 + i_1 R_1 = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{i_1 R_1}{(R_2 + R_3)} = \frac{1{,}67A \cdot 24\Omega}{(40+50)\Omega} = 0{,}45A$$

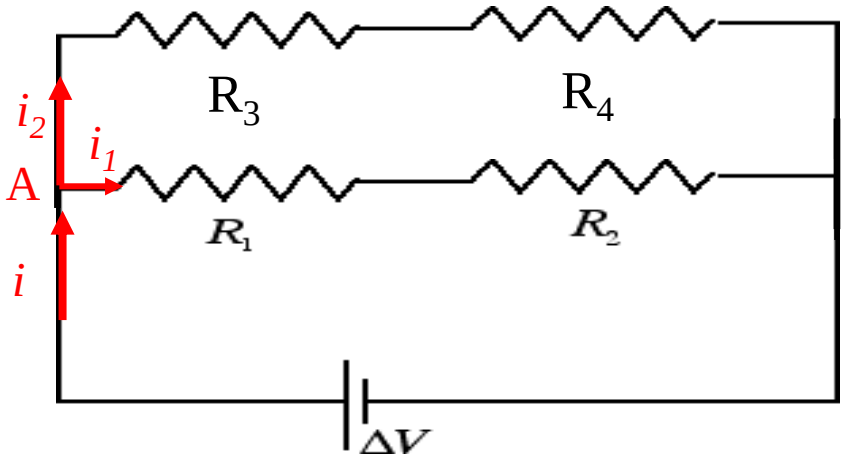
$$\Rightarrow i = i_2 + i_1 \Rightarrow i = 0{,}45A + 1{,}67A = 2{,}12A$$

$$\Rightarrow \Delta V_2 = R_2 i_2 = 40\Omega \cdot 0{,}45A = 18V$$

$$\Rightarrow \Delta V_3 = R_3 i_2 = 50\Omega \cdot 0{,}45A = 22{,}5V$$

4) Risolvere il circuito in figura sapendo che $R_1 = R_2 = 10\ \Omega$ e $R_3 = R_4 = 5\ \Omega$ e che il generatore crea una differenza di potenziale di 40 V.

Per risolvere il circuito applico la prima legge di Kirchhoff al nodo A:



$$i - i_2 - i_1 = 0 \Rightarrow i = i_2 + i_1$$

$$serie\ R_1 / R_2 \rightarrow R_{s1} = R_1 + R_2 = 10\,\Omega$$

$$serie\ R_3 / R_4 \rightarrow R_{s2} = R_3 + R_4 = 20\,\Omega$$

$$\Delta V = i_1 R_{eq1} \Rightarrow i_1 = \frac{\Delta V}{R_{eq1}} = \frac{40\,V}{20\,\Omega} = 2A$$

$$\Delta V = i_2 R_{eq2} \Rightarrow i_2 = \frac{\Delta V}{R_{eq2}} = \frac{40\,V}{10\,\Omega} = 4A$$

$$\Delta V_1 = i_1 R_1 \Rightarrow \Delta V_1 = 2A \cdot 10\,\Omega = 20V \qquad \Delta V_2 = \Delta V_1$$

$$\Delta V_3 = i_2 R_3 \Rightarrow \Delta V_3 = 4A \cdot 5\,\Omega = 20V \qquad \Delta V_3 = \Delta V_4$$

5) Le armature, dimensioni 6,2 cm x 2,2 cm, di un condensatore piano sono a distanza 2,0 mm.

a) Quando al condensatore viene fornita una carica di $4{,}0*10^{11}$ C, qual è il campo elettrico tra le armature?

b) Se tra le armature viene posto un dielettrico con costante dielettrica 5,5, mentre la carica del condensatore rimane la stessa, qual è il campo nel dielettrico?

Il campo elettrico è dato da: $E = \frac{\Delta V}{d}$

La differenza di potenziale la posso ricavare dalla definizione di capacità: $C = \frac{Q}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = \frac{Q}{C}$

La capacità di un condensatore date le sue caratteristiche geometriche è data da: $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$

a) Quindi il campo elettrico nel vuoto è dato da (considerando $\varepsilon_r = 1$):

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{Q/C}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} d} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S} = \frac{4 \cdot 10^{11} C}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} (6{,}2 \cdot 2{,}2) 10^{-4} m^2} = 3{,}3 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

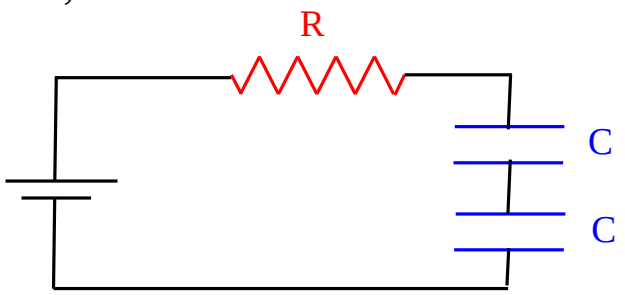
b) il campo elettrico se viene inserito un dielettrico con $\varepsilon_r = 5{,}5$:

$$E = \frac{E_{Vuoto}}{\varepsilon_r} == \frac{3{,}3 \cdot 10^3 \, N/C}{5{,}5} = 0{,}6 \cdot 10^3 \frac{N}{C}$$

6) Due condensatori in serie da 0,500 μF sono collegati ad una batteria da 50,0 V attraverso una resistenza da 4,00 MΩ a $t = 0$. Inizialmente i condensatori sono scarichi.

a) Si trovi la carica sulle armature dei condensatori a t = 1,00 s e t = 3,00 s.

b) Si trovi la corrente che circola nel circuito nei due casi.



a) Per calcolare la carica sulle armature dei condensatori utilizzo:

$$Q(t) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Il valore massimo Q_0 della carica immagazzinata dal condensatore dipende dalla f.e.m. della batteria:

$$Q_0 = C\,\Delta V = 0{,}250 \cdot 10^{-6}\,F \cdot 50V = 12{,}5 \cdot 10^{-6}\,C = 12{,}5\,\mu C$$

$$\tau = RC = \left(0{,}250 \cdot 10^{-6}\,F\right)\left(4 \cdot 10^{6}\,\Omega\right) = 1\,s$$

$$Q(1s) = 12{,}5\,\mu C\left(1 - e^{-1}\right) = 7{,}9\,\mu C$$

$$Q(3s) = 12{,}5\,\mu C\left(1 - e^{-3}\right) = 11{,}9\,\mu C$$

b) La corrente che circola è data da: $I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$I_0 = \frac{\Delta V}{R} = \frac{50V}{4 \cdot 10^{6}\,\Omega} = 12{,}5 \cdot 10^{-6}\,A = 12{,}5\,\mu A$$

$$I(1s) = I_0 e^{-1} = 4{,}6\,\mu A$$

$$I(3s) = I_0 e^{-3} = 0.622\,\mu A$$