Rapporti statistici e numeri indici

I RAPPORTI STATISTICI

- Si definisce **RAPPORTO STATISTICO** un numero che si può rappresentare nel seguente modo:

$$R = \frac{A}{B}$$

- Un rapporto statistico indica QUANTA PARTE dell'intensità del fenomeno posta a numeratore compete, IN MEDIA, ad OGNI UNITÀ di intensità del fenomeno posta a denominatore.

I RAPPORTI STATISTICI

I REQUISITI MINIMI perché un rapporto del tipo appena visto si possa considerare un RAPPORTO STATISTICO sono i seguenti:

1) ALMENO UNA delle due intensità considerate deve avere natura statistica, cioè riferirsi a un FENOMENO COLLETTIVO;
2) tra i fenomeni le cui intensità sono poste a confronto deve intercorrere un NESSO LOGICO.

I RAPPORTI STATISTICI

- Tale NESSO LOGICO può essere:

- UN NESSO ANTECEDENTE/CONSEGUENTE
- UN NESSO DI CAUSA/EFFETTO
- UN NESSO PARTE AL TUTTO
- UN NESSO PRIMA/DOPO
- UN NESSO PATOLOGICO/NORMALE
- UN NESSO AMMALATI/ESPOSTI AL RISCHIO, ECC.

A seconda di quale relazione sussiste tra il numeratore e il denominatore della frazione, si hanno diversi TIPI di rapporti statistici.

RAPPORTI DI COMPOSIZIONE (O DI PARTE AL TUTTO)

- Osserviamo la tabella che segue. Essa riporta (i dati si riferiscono al **1991**), per alcune grandi città europee, un indicatore che possiamo definire "TASSO DI TURISMO PROPRIO"; tale indicatore si ricava rapportando, al TOTALE delle persone che hanno pernottato in tali città (cioè i "turisti in senso lato", comprendendo quindi anche i viaggiatori per motivi di lavoro, studio, visita a parenti o altro), coloro che vi hanno soggiornato esclusivamente PER MOTIVI DI VACANZA (i "turisti in senso proprio").

- Quelle città che avranno un valore alto di tale indicatore saranno le "città meta di turismo", per le quali il turismo rappresenta una risorsa rilevante. Tra le città qui considerate, si va dal minimo di LIONE (8) al massimo fatto registrare da ROMA (79).

Città	Tasso di "turismo proprio" (X 100)
Amsterdam	54
Antwerp	41
Barcelona	35
Berlin	41
Bern	60
Budapest	26
Copenhagen	49
Hamburg	39
Helsinki	22
London	43
Lyon	8
Milano	16
Paris	40
Roma	79
Salzburg	72
Venezia	65
Zürich	30

- Come sono stati calcolati questi tassi? Illustriamo come è avvenuto il calcolo del nostro "tasso di turismo proprio".
- Poniamo che si abbia :
- **LIONE** (1991)
- Numero pernottamenti per vacanza = 222.872
- Numero pernottamenti per altri motivi =2.563.028
- *Numero totale pernottamenti* = 2.785.900
- **ROMA** (1991)
- Numero pernottamenti per vacanza = 9.494.633
- Numero pernottamenti per altri motivi =2.523.890
- *Numero totale pernottamenti* = 12.018.523
- Vogliamo sapere in quale delle due città vi sono, proporzionalmente, più "turisti in senso proprio".
- Ovviamente, confrontare il semplice numero di pernottamenti per vacanza nelle due città NON AVREBBE ALCUN SENSO, visto che L'ORDINE DI GRANDEZZA DELLE "POPOLAZIONI TURISTICHE" DELLE DUE CITTÀ È MOLTO DIVERSO.

- Una buona soluzione al nostro problema consiste invece nel valutare, per ciascuna città, il RAPPORTO tra il numero di pernottamenti per vacanza e il numero complessivo dei pernottamenti :

$$TTP = \frac{Num.pernott.vacanza}{Num.pernott.TOTALE} \times 100$$

- Il rapporto (che abbiamo chiamato TTP, tasso di turismo proprio) esprime *quanti pernottamenti di turisti in senso proprio* si hanno ogni 100 pernottamenti complessivi; così, continuando con il nostro esempio, si ha:
- TTP(Lione) = **8**
- TTP(Roma) = **79**
- Un rapporto di questo tipo, nel quale cioè la quantità a numeratore è UNA PARTE della quantità a denominatore, si dice **RAPPORTO DI COMPOSIZIONE**.

RAPPORTI DI COESISTENZA

- Se, sui dati appena visti, avessimo calcolato un rapporto del tipo:

$$R = \frac{Num.pernott.VACANZA}{Num.pernott.ALTRI\ MOTIVI} \times 100$$

- avremmo avuto un *RAPPORTO DI COESISTENZA*; si tratta, in pratica, di un rapporto tra due "parti" che, se unite insieme, darebbero luogo alla TOTALITÀ dei casi.

RAPPORTI DI COESISTENZA

- Il calcolo di un rapporto di coesistenza è molto utile se i dati di cui si dispone sono in una situazione "DICOTOMICA", ovvero se c'è una NETTA SEPARAZIONE, o di particolare importanza, tra le *due* classi che insieme danno luogo al collettivo. Un tipico esempio di rapporto di coesistenza è infatti il rapporto:

$$RS = \frac{Maschi}{Femmine} \times 100$$

- Questo rapporto è noto in demografia come QUOZIENTE DI MASCOLINITA' (o RAPPORTO DEI SESSI). Alcuni particolari rapporti statistici assumono il ruolo di "quasi costanti"; questo è il caso ad esempio del cosiddetto "rapporto dei sessi alla nascita", che esprime appunto il rapporto – nelle popolazioni umane – tra le numerosità dei due sessi **al momento della nascita**; tale rapporto oscilla, in TUTTE le popolazioni umane, tra 105 e 106.

Rapporti di coesistenza: esempi

- Nel 2003 in Italia sono nati (vivi) 279517 maschi e 264546 femmine. Il rapporto

$$\frac{279517}{264546} = 1.06$$

detto *rapporto di mascolinità delle nascite*, ci dice che sono nati 1.06 maschi per ogni femmina o, se moltiplicato per 100, che sono nati 106 maschi per ogni 100 femmine.

Rapporti di coesistenza: esempi

- Al primo gennaio 2003 risultano residenti in Italia 27766223 maschi e 29554847 femmine. Il *rapporto di mascolinità della popolazione*

$$\frac{27766223}{29554847}100 = 93.95$$

indica che ci sono circa 94 maschi ogni 100 femmine.

- Al primo gennaio 2003 la popolazione di età 65 anni o più ammonta a 10901149 unità, mentre la popolazione di età tra 15 e 64 anni ammonta a 38273123. L'*indice di dipendenza degli anziani* è pari a

$$\frac{10901149}{38273123}100 = 28.48$$

RAPPORTI DI DERIVAZIONE

- Supponiamo di volere valutare la propensione ad effettuare vacanze di breve-brevissima durata (DA 1 A 3 GIORNI); siamo interessati a confrontare tale propensione nelle tre ripartizioni geografiche italiane (Nord, Centro, Sud), per l'anno 1998.
- A tale scopo, disponendo del NUMERO DI VIAGGI DI VACANZA DI BREVE DURATA, rispettivamente per Nord, Centro e Sud (*Indagine sui viaggi della popolazione residente in Italia*), possiamo calcolare, per ciascuna ripartizione geografica, un rapporto del tipo:

$$R = \frac{Numero\,viaggi\,1\text{-}3\;giorni}{Pop.media} \times 100$$

- dove *Pop.media* è l'ammontare della popolazione media relativo all'anno considerato, per la ripartizione geografica considerata.

RAPPORTI DI DERIVAZIONE

Un rapporto di questo genere esprime il numero di viaggi di vacanza brevi che sono stati effettuati, durante l'anno, ogni 100 abitanti.
Com'è facile notare, **IL NUMERATORE NON È PIÙ UNA PARTE DEL DENOMINATORE**, ma anzi il numeratore e il denominatore vanno a contare due quantità *TRA LORO DIVERSE*, seppure legate logicamente tra loro.

RAPPORTI DI DERIVAZIONE

- I rapporti statistici di questo tipo sono detti **RAPPORTI DI DERIVAZIONE**: in essi la quantità a numeratore **DERIVA LOGICAMENTE** dalla quantità al denominatore.
- Spesso, quest'ultima quantità PRODUCE o GENERA la quantità a numeratore; nel nostro caso, ad esempio, i "viaggi" sono stati "generati" dalla popolazione.
- Quando si calcolano rapporti di questo tipo, è opportuno fare uso della cosiddetta ***POPOLAZIONE MEDIA***, ovvero del valore medio tra *popolazione a inizio anno* e *popolazione a fine anno*. Si parla anche di ***PERSONE-ANNO***.

RAPPORTI DI DENSITÀ

- Questo particolare tipo di rapporto statistico si ha quando la relazione logica tra numeratore e denominatore ha a che fare con l'"ADDENSARSI" o l'"affollamento" di qualcosa rispetto a qualcos'altro : si tratta dei cosiddetti *RAPPORTI DI DENSITÀ*.
- Possono essere calcolati con riferimento allo spazio, al tempo (in questo caso diventano ***RAPPORTI DI FREQUENZA***: tipico è l'esempio dei passaggi orari di autoveicoli ad un certo casello autostradale) o alle persone.

RAPPORTI DI DENSITÀ

Il rapporto di densità per antonomasia è la *densità della popolazione*, data dalla popolazione residente ad un certo istante rapportata alla superficie del territorio

ma anche il *reciproco* della densità della popolazione, così calcolato:

$$ID = \frac{Superficie}{Pop} = \frac{1}{Densità}$$

è un rapporto di densità: è denominato INDICE DI DISPONIBILITÀ DEL TERRITORIO ed esprime quanti chilometri quadrati (o metri quadrati) "spettano", in media, a ciascun cittadino residente in una certa area.

RAPPORTI DI DENSITÀ

- Molti "indicatori sociali" sono rapporti di densità:
- numero medio di componenti per famiglia
- numero di medici ogni 1000 abitanti
- posti letto negli istituti di cura ogni 100 mila abitanti
- Un esempio interessante di <u>rapporto di densità</u> è dato, nell'ambito degli studi turistici, dal cosiddetto *TASSO DI FUNZIONE RICETTIVA SEMPLICE* (da alcuni chiamato anche *tasso di funzione turistica strutturale*), che è dato dal rapporto tra il numero di posti letto (L) disponibili e la popolazione media residente nell'area (*Pop*), moltiplicato per 100 :

$$TR_{SEMP} = \frac{L}{Pop.media} \times 100$$

ESEMPIO DI CALCOLO

- La tabella seguente riporta, per le 20 regioni italiane, i dati relativi all'ammontare della popolazione, il numero di LETTI negli esercizi alberghieri, il numero di letti disponibili per tutti gli esercizi ricettivi (dati al 31 dicembre 1998).

Regione	Popolazione media 1998 (migliaia)	Numero letti es.alberghieri 1998	Numero letti totale 1998	Tasso di funz.ricettiva alberghiero (semplice) (X 100)	Tasso di funz.ricettiva totale (semplice) (X 100)
Piemonte	4.288	66.485	137.157	1,55	3,20
Valle d'Aosta	**120**	**22.565**	**51.997**	**18,81**	**43,33**
Lombardia	9.029	146.192	243.857	1,62	2,70
Trentino – A.Adige	**930**	**237.746**	**365.628**	**25,58**	**39,33**
Veneto	4.488	180.137	422.603	4,01	9,42
Friuli – Venezia Giulia	1.184	35.111	105.196	2,97	8,89
Liguria	1.633	80.150	155.342	4,91	9,52
Emilia – Romagna	3.960	256.549	375.227	6,48	9,48
Toscana	3.529	155.583	369.468	4,41	10,47
Umbria	833	23.802	51.666	2,86	6,20
Marche	1.455	58.274	195.843	4,00	13,46
Lazio	5.255	117.117	195.809	2,23	3,73
Abruzzo	1.277	46.340	99.597	3,63	7,80
Molise	329	5.069	11.003	1,54	3,34
Campania	5.793	88.364	160.198	1,53	2,77
Puglia	4.086	49.030	172.731	1,20	4,23
Basilicata	608	10.408	20.921	1,71	3,44
Calabria	2.065	60.480	184.790	2,93	8,95
Sicilia	5.098	73.538	118.166	1,44	2,32
Sardegna	1.654	69.442	137.677	4,20	8,32
ITALIA	**57.613**	**1.782.382**	**3.574.876**	**3,09**	**6,21**

- La regione che ha più posti-letto in termini assoluti è il Veneto (422.603) ma, se andiamo a vedere a quanto ammonta il relativo **TASSO DI FUNZIONE RICETTIVA TOTALE** (semplice), leggiamo un valore pari a soli **9,42** letti ogni 100 abitanti. La regione realmente più ricettiva è invece la Valle d'Aosta, che conta ben **43,33** letti per 100 abitanti, seguita dal Trentino-Alto Adige con **39,33** letti per 100 abitanti.

I rapporti di incremento

- Questo particolare tipo di rapporti statistici si prefigge lo scopo di valutare il cambiamento intercorso tra due dati statistici che fanno riferimento al medesimo aggregato, nel momento in cui tra i due dati è trascorso un intervallo di tempo, ovvero quando i due dati danno conto di un fenomeno **registrato in due momenti diversi**.
- L'intervallo di tempo varierà a seconda del fenomeno considerato.
- In termini formali, detti x_i e x_{i-1}, rispettivamente, i valori della variabile considerata (X) al tempo *i* e al tempo *i-1* (un anno prima se parliamo in termini di anni, un mese prima se parliamo in termini di mesi, ecc.), si dice ***tasso di incremento*** (o *di decremento* nel caso il tasso sia negativo) relativo al tempo *i* il rapporto:

$$TI_i = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i-1}} \times 100$$

I rapporti di incremento

- Tale numero esprime di quante unità della variabile X si è registrato un aumento (o una diminuzione), al trascorrere dell'unità di tempo considerata, in termini percentuali rispetto alla dimensione del dato al tempo *i-1*.

- Se non sono noti i dati relativi a tutti i vari anni (o mesi) considerati per un certo periodo, ma sono invece noti i dati relativi agli anni "estremi" del periodo (cioè il primo e l'ultimo anno, o il primo e l'ultimo mese, ecc.), si può calcolare il *tasso di incremento medio* (annuo, mensile, giornaliero, ecc.) relativo al periodo che si sta considerando.

I rapporti di incremento

- Il calcolo del tasso di incremento medio, relativo ad un periodo di durata *k+1* (ad esempio *k+1* anni, 12 se consideriamo il periodo dal 1989 al 2000), avviene nel modo che segue:

$$\overline{TI}_{i-k} = \frac{1}{k}\left(\frac{x_i - x_{i-k}}{x_{i-k}}\right)\times 100$$

- Nella tabella che segue riportiamo i tassi di incremento annui relativi all'energia elettrica venduta PER CONSUMI DOMESTICI nella provincia di Ferrara, dal 1989 al 2000, insieme al relativo tasso di incremento medio annuo.

I rapporti di incremento

Anno	Energia venduta (MWh)	Tasso di incremento %	Tasso di increm. medio annuo
1989	254.723		
1990	271.815	6,71	
1991	275.343	1,30	
1992	284.225	3,23	
1993	290.159	2,09	
1994	299.953	3,38	
1995	306.632	2,23	
1996	312.167	1,80	
1997	320.108	2,54	
1998	331.749	3,64	
1999	338.921	2,16	
2000	343.199	1,26	3,16

<u>Alcuni esempi di rapporti statistici</u>. Incidenti stradali nel Comune di Ferrara nel triennio 2002-2004. Le prime 20 strade per indice di gravità.

Posto	Strada		N.Incidenti	Feriti	Morti	Indice di gravità	Indice di lesività	Indice di mortalità
1	Via	Diamantina	10	17	5	**22,7**	170,0	50,0
2	Via	Bondeno	11	11	3	**21,4**	100,0	27,3
3	Via	dei Calzolai	29	29	4	**12,1**	100,0	13,8
4	Via	Copparo	59	82	10	**10,9**	139,0	16,9
5		Raccordo Ferrara-Porto Garibaldi	22	35	4	**10,3**	159,1	18,2
6	Via	Pontegradella	22	24	2	**7,7**	109,1	9,1
7	Corso	Porta Po-Corso B.Rossetti	31	33	2	**5,7**	106,5	6,5
8	Rampari	Di S.Rocco	17	17	1	**5,6**	100,0	5,9
9	Via	Marconi	16	17	1	**5,6**	106,3	6,3
10	Viale	Cavour	63	75	4	**5,1**	119,0	6,3
11	Via	Comacchio	55	62	3	**4,6**	112,7	5,5
12	Via	G.Fabbri	39	44	2	**4,3**	112,8	5,1
13	Viale	Po	65	75	3	**3,8**	115,4	4,6
14	Via	Eridano	27	30	1	**3,2**	111,1	3,7
15	Via	Canapa	27	33	1	**2,9**	122,2	3,7
16	Viale	IV Novembre	32	36	1	**2,7**	112,5	3,1
17	Via	Pomposa-del Mare	113	167	4	**2,3**	147,8	3,5
18	Corso	Porta Mare	46	47	1	**2,1**	102,2	2,2
19	Via	Padova	85	99	2	**2,0**	116,5	2,4
20	Via	Ravenna SS16 (oltre l'incrocio con Via Wagner)	44	63	1	**1,6**	143,2	2,3

Alcuni rapporti statistici

- Gli indici (rapporti statistici) a cui si fa riferimento nella tabella si calcolano nel seguente modo:
- **Indice di mortalità** = Numero deceduti *100 / Totale incidenti;
- **Indice di lesività** = Numero feriti*100/ Totale incidenti;
- **Indice di gravità** = Numero deceduti*100/Numero totale infortunati (deceduti+feriti).

Alcuni rapporti statistici

- I primi due rapporti sono rapporti di derivazione, mentre il terzo rapporto è un rapporto di composizione (parte al tutto).

Alcuni particolari rapporti statistici

Indice di vecchiaia	$I_v = \frac{Pop_{65+}}{Pop_{0-14}} \cdot 100$
Indice di dipendenza anziani	$I_d = \frac{Pop_{65+}}{Pop_{15-64}} \cdot 100$
Indice di dipendenza	$I_d = \frac{(Pop_{0-14} + Pop_{65+})}{Pop_{15-64}} \cdot 100$

Un particolare rapporto di derivazione: <u>il tasso di mortalità</u>

- È un quoziente molto utilizzato in demografia, il tasso di mortalità è una misura fondamentale in epidemiologia;
- In particolare, in ambito epidemiologico vengono studiati i tassi di mortalità relativi a una certa causa di morte, o un certo gruppo di cause di morte (esempio: tumori).

Tasso di mortalità

Il tasso di mortalità (per causa) si esprime di solito per 100.000

$$TM = \frac{\text{Numero di decessi, per una certa causa di morte, nell'anno X}}{\text{N. anni - persona nell'anno X} = (\text{Pop.inizio anno} + \text{Pop.fine anno})/2} (\cdot 10^n)$$

Tassi grezzi, specifici, standardizzati

- Un semplice tasso (di mortalità, di natalità o altro) è certamente utile per dare una misura immediata del fenomeno in studio): se un tasso di mortalità è 400 per 100mila, significa che in quell'anno, per quella certa causa, sono morte 400 persone su 100mila;
- Molto diverso diventa il discorso se il tasso (relativo, poniamo, alla provincia di Ferrara nel 2008) deve essere **confrontato** con il tasso relativo allo stesso anno ma a un'altra provincia, ad esempio la provincia di Modena.

Tassi grezzi, specifici, standardizzati

- Un tasso di mortalità (ma il discorso sarebbe del tutto analogo per un tasso di ospedalizzazione, ecc.) è, in realtà, fortemente dipendente dalla struttura per età (e sesso) della popolazione che ha generato il tasso stesso.

- In generale, una popolazione anziana, soprattutto per alcune cause (es. i tumori), tenderà ad avere tassi di mortalità più elevati rispetto a una popolazione giovane.

Tassi grezzi, specifici, standardizzati

- Così - ed è proprio il caso della provincia di Ferrara - una provincia con una struttura per età molto spostata verso le classi di età più anziane tenderà ad avere tassi di mortalità molto elevati per i tumori, e meno elevati, ad esempio, per gli incidenti stradali (che colpiscono maggiormente le età più giovani);
- Anche il sesso è una variabile importante: di solito, i tassi di mortalità per tumore del polmone sono molto più alti per i maschi che per le femmine;
- Anche altre variabili particolari (confondenti) possono avere un'influenza sui tassi grezzi (es.: diverse condizioni socio-economiche).

Tassi grezzi, specifici, standardizzati

- Un primo passo consiste nel calcolare, al posto del tasso generale (tasso grezzo), una serie di tassi, ciascuno per ogni classe di età: sono i tassi età-specifici;
- Ad esempio, può essere interessante valutare la mortalità – per una certa causa – limitatamente alla classe di età 25-34 anni; il tasso età-specifico è dato da:

$$TM_{(25-34)} = \frac{\text{Numero di decessi, per una certa causa di morte, nell'anno X, in età 25-34 anni}}{\text{N. anni-persona nell'anno X, in età 25-34 anni}} (\cdot 10^n)$$

Tassi grezzi, specifici, standardizzati

- Limitatamente ad alcuni scopi, può essere sufficiente fare riferimento ai tassi età-specifici;
- Il passo successivo consiste nel trovare un metodo che consenta di eliminare (o quasi) l'effetto della struttura per età (e, eventualmente, per sesso) della popolazione generante, sia per la popolazione A che per la popolazione B;
- Questo metodo consiste nel calcolare tutti i tassi età-specifici delle popolazioni, rispettivamente, A e B e, successivamente, applicare tali tassi specifici non più alle reali strutture per età delle popolazioni per età, rispettivamente, A e B, bensì un'altra struttura per età di una popolazione qualunque (detta POPOLAZIONE STANDARD), la cui scelta è arbitraria.

Tassi grezzi, specifici, standardizzati

- In questo modo, si calcola un tasso di mortalità, sia per A che per B, "come se" fosse quello sperimentato da tale ipotetica, comune POPOLAZIONE STANDARD; così facendo i due tassi, per A e per B, diventano confrontabili perché non hanno più nulla a che fare con le strutture per età, né di A, né di B;
- Questo metodo è detto di STANDARDIZZAZIONE DIRETTA (ne esistono altri, dei quali non ci occupiamo in questo corso).

Calcolo del tasso standardizzato

Date due serie di tassi di mortalità età-specifici (pop.A e pop.B)

$$
\begin{gathered}
{}_{A}TM_1; {}_{A}TM_2; ....; {}_{A}TM_i; ...; {}_{A}TM_k \\
{}_{B}TM_1; {}_{B}TM_2; ....; {}_{B}TM_i; ...; {}_{B}TM_k
\end{gathered}
$$

E data la struttura per età della popolazione-standard che è stata scelta (es. popolazione Italia Al Censimento 2001) [popolazione puntuale, come in questo caso, o persone-anno nel caso la popolazione sia riferita a un intervallo di tempo]

$$\{p_1; p_2; ....; p_i; ......; p_k\}$$

dove

$$p_i = \frac{\textit{Popolazione}\text{ nella classe di età i - esima (Italia 2001)}}{\text{Popolazione totale (Italia 2001)}}$$

Calcolo del tasso standardizzato

Il tasso standardizzato di mortalità, per la Popolazione A, è dato da:

$$ {}_{A}TM_{STAND-ITALIA-2001} = {}_{A}TM_1 \times p_1 + {}_{A}TM_2 \times p_2 + ... + {}_{A}TM_i \times p_i + ... + {}_{A}TM_k \times p_k $$

Per la popolazione B, il calcolo del tasso standardizzato di mortalità è del tutto analogo; ATTENZIONE: naturalmente, per potere fare confronti, la popolazione-standard deve essere sempre la stessa!

Esempio: primi 10 paesi del Mondo per mortalità per tumori (2002) - Fonte: OMS

		TUMORI 2002 TASSI STD. DI MORTALITA' (X 100.000)
1	**Mongolia**	306,4363
2	**Bolivia**	256,2753
3	**Ungheria**	200,9356
4	**Grenada**	198,6302
5	**Sierra Leone**	180,9561
6	**Polonia**	180,1296
7	**Angola**	179,4031
8	**Repubblica Ceca**	176,5555
9	**Perù**	174,5961
10	**Uruguay**	170,2951

NB: la popolazione standard, in questo caso, è la Popolazione mondiale media 2000-2005: è lo standard attualmente utilizzato dall'OMS.

UN PARTICOLARE TIPO DI RAPPORTI STATISTICI: <u>I NUMERI INDICI</u>

- Una serie di DATI STATISTICI relativi ad un insieme ordinato di ISTANTI (O INTERVALLI) DI TEMPO in successione si dice SERIE STORICA (di questo argomento parleremo nella prossima lezione).
- Uno dei modi per rappresentare adeguatamente una serie storica (e non solo) è costituito dalla costruzione di un particolare tipo di rapporti statistici: i NUMERI INDICI.

I numeri indici non servono solo per le serie storiche

- I numeri indici si possono applicare in tutti i casi i cui si vogliono effettuare confronti tra una serie di dati statistici e un certo dato statistico di riferimento (fisso o variabile)
- Ad esempio: serie geografiche o territoriali

I numeri indici non servono solo per le serie storiche

- *Esempio: la popolazione residente (espressa in migliaia) al censimento del 1991 a Roma era pari a 2775, mentre a Milano era pari a 1369. Il numero indice (percentuale) di Roma con base "Milano" è dato da:*
- (2775 /1369)*100 = 202,7
- Cioè: la popolazione di Roma è più del doppio rispetto a quella di Milano

NUMERI INDICI (SEMPLICI) A BASE FISSA E A BASE MOBILE

- Dato un certo tempo *t*, un NUMERO INDICE (SEMPLICE) relativo al tempo *t*, è un rapporto del tipo :

$$\boxed{{}_{1}^{t}I = \frac{y_t}{y_1} \times 100}$$

- La quantità a numeratore di questa frazione è detta BASE del numero indice.
- Se, nella serie dei numeri indici, si considera sempre come BASE il valore y_1, siamo in presenza di NUMERI INDICI A BASE FISSA.

NUMERI INDICI (SEMPLICI) A BASE FISSA E A BASE MOBILE

- Se, invece, nella serie dei numeri indici si considera come base il VALORE PRECEDENTE della serie storica, e si ha quindi un rapporto del tipo:

$$ {}_{t-1}^{\;\;t}I = \frac{y_t}{y_{t-1}} \times 100 $$

- siamo in presenza di NUMERI INDICI A BASE MOBILE.

NUMERI INDICI (SEMPLICI) A BASE FISSA E A BASE MOBILE

- Se consideriamo la seguente tabella (PRESENZE TURISTICHE nei cinque Comuni del comprensorio dell'Alpago):

	1995	1996	1997	1998	Diff.% 1995-1998
CHIES D'ALPAGO	22553	19107	15259	17665	-21,7%
FARRA D'ALPAGO	92414	73707	68958	72081	-22,0%
PIEVE D'ALPAGO	74560	60923	46673	45891	-38,5%
PUOS D'ALPAGO	13474	12381	9845	9003	-33,2%
TAMBRE	216226	185848	127185	135572	-37,3%
Totale Alpago	419227	351966	267920	280212	-33,2%

- possiamo calcolare i NUMERI INDICI A BASE FISSA (1995= 100), per il totale dell'area dell'Alpago.

Otteniamo così la seguente serie:

Anno	Num.indice
1995	100,00
1996	83,96
1997	63,91
1998	66,84

Se, invece, calcoliamo la serie dei NUMERI INDICI A BASE MOBILE (Base = anno precedente), otteniamo la seguente serie:

Anno	Num.indice
1995	100,00
1996	83,96
1997	76,12
1998	104,59

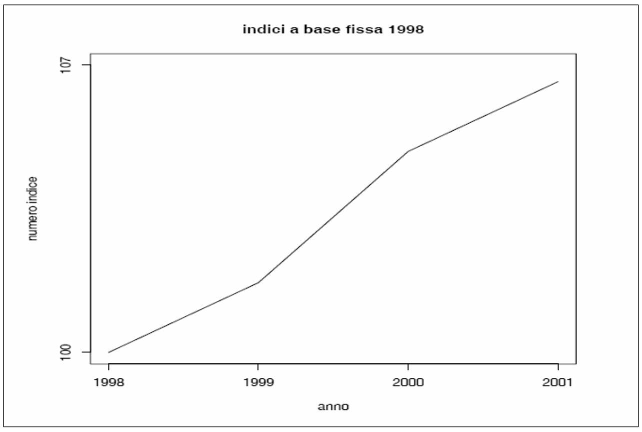
Un esempio: oggi si fa un gran parlare di “crescita”. Vediamo un periodo in cui un po’ di crescita - in Italia – c’era.
Prodotto Interno Lordo (PIL) italiano, dal 1998 al 2001 (a prezzi costanti 1995)

anno	PIL (in milioni di euro)	Indici a base fissa (1998=100)
1998	968681	100.0
1999	984713	101.7
2000	1015845	104.9
2001	1032818	106.6

Nella terza colonna della tabella è riportata la serie di numeri indici a base fissa 1998, ottenuti dai rapporti:

$$\frac{x_t}{x_{1998}}100$$

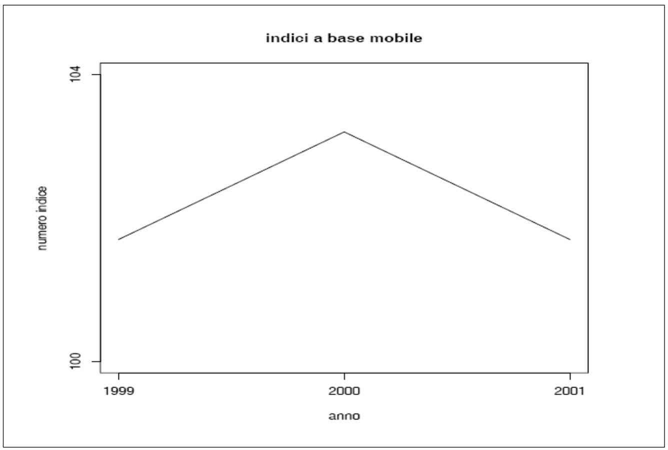
Il grafico



Vediamo cosa succede se sugli stessi dati calcoliamo i numeri indici a base mobile.

anno	PIL (in milioni di euro)	Indici a base mobile
1998	968681	–
1999	984713	101.7
2000	1015845	103.2
2001	1032818	101.7

Il grafico



Proprietà dei numeri indici

- Proprietà di **<u>identità</u>**

- Il numero indice relativo alla sua stessa base ${}_bI_b$ è sempre uguale a 1 (o a 100)

Proprietà dei numeri indici

- Proprietà di <u>circolarità</u> (o <u>transitività</u>)

- ${}_0I_b \ast {}_bI_t = {}_0I_t$

- Dalla quale deriva che: $${}_bI_t = \frac{{}_0I_t}{{}_0I_b}$$
- (slittamento della base, senza conoscere i dati originari)

Proprietà dei numeri indici

- Proprietà di <u>reversibilità delle basi</u>:
- ${}_0I_b = 1 / {}_bI_0$

Infatti, se prendiamo come base l'anno 1999:

anno	PIL (in milioni di euro)	Indici a base fissa (1999=100)
1998	968681	98.4
1999	984713	100.0
2000	1015845	103.2
2001	1032818	104.9

Possiamo notare che (vedi tabella precedente con base 1998):

$$ {}_{1999}I_{1998} = 0.984 = \frac{1}{1.017} = \frac{1}{{}_{1998}I_{1999}}. $$

Numeri indici complessi: i numeri indici di Laspeyres e di Paasche

- I numeri indici visti finora si basavano sul semplice *rapporto* tra *due dati statistici* relativi a due diversi istanti di tempo. Non sempre, però, per dare conto della dinamica temporale di un certo fenomeno, è sufficiente confrontare due semplici dati; talvolta è necessario mettere a confronto un **INSIEME** di dati, valutati, rispettivamente, al tempo iniziale A e al tempo corrente B.

Numeri indici dei prezzi

- È chiaro che un bene di consumo molto scambiato (ad esempio la benzina) influenzerà l'andamento dei prezzi in modo molto più consistente rispetto ad altri beni poco scambiati. Ecco quindi che all'insieme dei **prezzi** dei beni considerati deve essere applicata una ***struttura di ponderazione***, struttura che è data dall'insieme delle *k* quantità scambiate relative a ciascun bene.
- A seconda di quale struttura di ponderazione si considera, si possono avere tipi diversi di numeri indici complessi.

Numero indice dei prezzi di Laspeyres

- Se, dato l'istante di tempo A (tempo che indicheremo come *base* della serie) ed il successivo istante B (l'istante corrente), e dato un **paniere** formato da *k* beni, per calcolare l'indice si considera come ***fisso*** l'insieme delle quantità scambiate **al tempo A**, si ha il numero indice complesso:

$$I_L = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{iB} q_{iA}}{\sum_{i=1}^{k} p_{iA} q_{iA}} \times 100$$

che è detto ***numero indice di Laspeyres***.

Numero indice dei prezzi di Paasche

- Se invece viene tenuto fisso l'insieme delle quantità scambiate **al tempo corrente B**, si ha la quantità:

$$I_P = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_{iB} q_{iB}}{\sum_{i=1}^{k} p_{iA} q_{iB}} \times 100$$

che è detta ***numero indice di Paasche***.

Numeri indici dei prezzi

- L'indice di Laspeyres è preferibile a quello di Paasche:
- richiede che nel tempo vengano rilevati solo i prezzi e non le quantità (fissate pari a quelle del tempo iniziale A). L'uso di una struttura di ponderazione costante rende gli indici confrontabili nel tempo.
- Sia l'indice di Laspeyres, sia l'indice di Paasche sono frutto di una scelta *convenzionale*: la "vera" struttura delle quantità scambiate non sarà probabilmente né quella del tempo iniziale (A) dell'intervallo, né quella del tempo corrente (B), ma verosimilmente sarà essa stessa cambiata (in modo continuo) durante l'intervallo di tempo considerato.

Numeri indici dei prezzi

- L'indice di Laspeyres tende a dare un peso maggiore ai prezzi che registrano un aumento e minore a quelli che registrano una diminuzione.
- Fenomeno opposto si verifica per l'indice di Paasche.
- Perché? Perché in un periodo di inflazione, cioè in una fase in cui i prezzi aumentano, il consumatore tende a preferire i beni i cui prezzi crescono più lentamente rispetto a quelli i cui prezzi crescono più velocemente (cioè: cambiano le quantità).

Numeri indici dei prezzi

- Conseguenza di ciò è il fatto che un indice di Laspeyres tende a **sovrastimare** il tasso di crescita dei prezzi, ovvero l'inflazione.
- Un indice di Paasche, invece, tende a **sottostimare** l'inflazione, perché la struttura delle quantità è cambiata nel tempo, e non è quella che si registra al tempo B, quando, cioè, le scelte dei consumatori sono state già modificate a causa della stessa inflazione .
- Maggiore è il tempo che passa dalla **revisione della base**, più i due indicatori saranno tra loro divergenti.

I numeri indici dei prezzi al consumo calcolati dall'Istat

- Gli indici dei prezzi al consumo misurano le variazioni nel tempo dei prezzi di un paniere rappresentativo di tutti i beni e servizi destinati al consumo finale delle famiglie, acquistabili sul mercato.
- Gli indici dei prezzi al consumo sono calcolati utilizzando numeri indici di tipo Laspeyres in cui sia il **paniere** sia il **sistema dei pesi** vengono aggiornati annualmente.

I numeri indici dei prezzi al consumo calcolati dall'Istat

- L'istat calcola **tre** diversi numeri indici sintetici dei prezzi al consumo:
- *a*) l'indice nazionale per l'intera collettività nazionale (NIC): è calcolato facendo riferimento ai consumi dell'intera popolazione presente nel territorio nazionale;
- *b*) l'indice per le famiglie di operai e impiegati (FOI): si riferisce ai consumi delle famiglie che hanno come persona di riferimento un lavoratore dipendente extra-agricolo (operaio o impiegato);
- *c*) l'indice armonizzato su base comunitaria (IPCA): è riferito alla generalità delle famiglie presenti, ma considera soltanto consumi di beni e servizi che hanno regimi di prezzo comparabili nei diversi paesi dell'Unione Europea.
- I tre indici si basano sulla stessa metodologia di calcolo. NIC e FOI si basano sullo stesso paniere, ma il peso attribuito a ogni bene o servizio è diverso, a seconda dell'importanza attribuita a questi ultimi nei consumi della popolazione di riferimento.

Un esempio: NIC e FOI nel periodo dal gennaio 2000 al novembre 2003 (scansione bimestrale). BASE 1995=100