Sunti delle conferenze

History of Mathematics as a Mathematician's Activity in the Napoleonic Era

BRUNO BELHOSTE
(IHMC, Université Paris I-Paris Panthéon Sorbonne-CNRS-ENS Ulm)
KARINE CHEMLA
(SPHERE, CNRS and Université de Paris)

Several of the French mathematicians who developed the geometrical inquiries that would lead to the creation of projective geometry gave historical and philosophical reflections pride of place in their mathematical practice. This holds true in particular of Jean-Victor Poncelet (1788-1867), and Michel Chasles (1793-1880), but also, more broadly, of Lazare Carnot (1753-1823), Jean Hachette (1769-1834), François-Joseph Servois (1767-1847), and Charles-Julien Brianchon (1783-1864). We argue that these historical and philosophical reflections were central for the development of the new geometry that these practitioners aimed at fashioning. The main goal of our talk will be to explore the wider context in which this practice of mathematics took shape: the development of work in the history and philosophy of mathematics, in particular during the Napoleonic Era. We will focus on some of the actors involved in this development. We will also examine the history of the source material on which they relied in their reflections. We will in particular highlight the key part played by the networks around the Ecole Polytechnique to account for the increased interest in the history and philosophy of mathematics to which these actors attest.

References

Belhoste B., *La Formation d'une technocratie. L'Ecole polytechnique et ses élèves de la Révolution au Second Empire*, Paris, Belin, 2003.
Chemla K., *The Value of generality in Michel Chasles's historiography of geometry*, in *The Oxford Handbook of Generality in Mathematics and the Sciences*, edited by Karine Chemla, Renaud Chorlay and David Rabouin, Oxford, Oxford University Press, 2016, pp. 47-89.
Smadja I., *On two conjectures that shaped the historiography of indeterminate analysis: Strachey and Chasles on Sanskrit sources*, Historia Mathematica 43, no. 3 (2016), pp. 241-87.
Wang Xiaofei, *Greek Texts and the Rigorization of Analysis: An Inquiry into J. L. Lagrange's Work on the History of Mathematics*, Chinese Annals of History of Science and Technology 4, no. 1, 2020, pp. 139-65.
Wang Xiaofei, *How Jean-Baptiste Delambre read ancient Greek arithmetic on the basis of the arithmetic of "complex numbers" at the turn of the 19th century*, Historia Mathematica, (2021 online) https://doi.org/10.1016/j.hm.2020.12.002.

Le fonti di Leonardo Pisano

ENRICO GIUSTI
(Università di Firenze)

Per quanto mi è dato di sapere, il problema delle fonti di Leonardo Pisano non è mai stato affrontato in maniera sistematica. Non mancano, è vero, studi nei quali si mette in luce il debito del Pisano da questo o da quell'autore, ma questo avviene per lo più nell'ambito di ricerche di altro tipo, o dell'edizione di opere di altri autori nelle quali vengono individuati problemi e argomenti che in misura più o meno aderente all'originale si ritrovano poi nelle opere di Leonardo [1]-[8]. Anche gli studi dedicati espressamente a Leonardo [9], sono in genere rivolti solo ai prestiti da un particolare autore e non affrontano il problema delle fonti nella sua integrità. Né possono essere considerate ricerche sulle fonti elenchi di opere che circolavano nei paesi mediterranei nel corso del XII secolo e che Leonardo potrebbe aver conosciuto [10] [11]. Quello che occorre infatti è di individuare le opere che Fibonacci ha effettivamente letto e utilizzato, suffragando le proprie affermazioni con prove certe o quanto meno con indizi ben fondati.

Tra l'altro non c'è una concordanza di vedute tra gli studiosi su quali siano i requisiti che caratterizzano una fonte. In effetti una cosa è una fonte di un testo letterario, altra cosa una fonte di un testo storico, altra ancora, come nel caso che ci riguarda, una fonte di uno scritto matematico. Per non parlare dell'impatto che nuove tecnologie –ad esempio l'invenzione della stampa- hanno avuto sull'uso da parte di un autore delle opere dei suoi predecessori.

Nel corso delle ricerche per l'edizione critica del *Liber Abbaci* da poco pubblicata [12] e di quella in elaborazione della *Pratica Geometrie* e delle altre opere di Leonardo Pisano, ho raccolto quanto era stato trovato da vari autori durante il secolo scorso relativamente alle fonti di Fibonacci, portando altra evidenza a conferma di quelle note e aggiungendone altre non prima individuate. I criteri di selezione utilizzati sono molto stringenti, e consistono essenzialmente nell'analisi comparative dei testi di vari autori.

Bibliografia

[1] Busard Hubert. L.L., *L'algèbre au Moyen Âge* : *le «Liber mensurationum» d'Abû Bekr*, Journal des Savants, 2, 1968, pp. 65-124.
[2] -- *The Mediaeval latin Translation of Euclid's Elements made directly from the Greek,* Stuttgard, Steiner, 1987.
[3] Clagett M., *Archimedes in the Middle Ages. Volume* 1*. The Arabo-Latin Tradition,* Madison, University of Wisconsin Press, 1964; *Volume* 3*. The Fate of the Medieval Archimedes,* 1300 *to* 1565, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1978.
[4] Hughes B., *Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's al-jabr: a critical Edition,* Mediaeval Studies, 48, 1986, pp. 211-263.
[5] Miura, N., *The Algebra in the Liber abaci of Leonardo Pisano,* Historia Scientiarum, 21, 1981, pp. 57-65.
[6] Rashed R., *Fibonacci et le prolongement latin des mathématiques arabes,* Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, XXIII-2, 2003, pp. 55-73.
[7] -- *Abū Kāmil*, *Algèbre et analyse Diophantienne,* Berlin & Boston, de Gruyter, 2012.
[8] Sesiano, J., *La version latine médiévale de l'Algèbre d'Abū Kāmil*, in *Vestigia mathematica. Studies in medieval and early modern mathematics in honour of H.L.L. Busard,* Amsterdam, Rodopi, 1993, pp. 315-452.
[9] Folkerts M., *Leonardo Fibonacci's knowledge of Euclid's Elements and of other mathematical Texts,* Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, XXIV-1, 2004, pp. 93-113.
[10] Hughes B., *Fibonacci's De Practica Geometrie*, New York, Springer, 2008.
[11] Rozza N., *Le fonti di Leonardo Pisano,* Spolia. Journal of Medieval Studies, XII, 2016, pp. 264-281.
[12] Giusti E., d'Alessandro P., *Leonardi Bigolli Pisani*, *vulgo Fibonacci*, *Liber Abbaci*, Biblioteca di Nuncius. Studi e testi LXXIX, Firenze, Olschki, 2020.

Il Rinascimento della matematica nel Duecento

PIER DANIELE NAPOLITANI
(Università di Pisa)

Nel campo della storia della scienza c'è continuità dalla «Renaissance of the Twelfth Century» fino ai primi decenni del XVII. Tre fenomeni favoriscono una riappropriazione creativa della matematica e della scienza greche:
1. recupero dei testi antichi, sia in tradizione arabo-latina che in tradizione greco-latina: inizia nel XII secolo e si sviluppa in vario modo fino ai primi anni del Seicento;
2. diffusione delle tecniche di calcolo importate dagli arabi e introduzione dell'algebra: una nuova cultura gravita intorno alle scuole d'abaco, la cultura dello 'strato culturale intermedio';
3. invenzione della stampa: il sapere si diffonde al di là delle comunità scientifiche locali legate a istituzioni particolari.
In questa conversazione ci soffermeremo soprattutto sul periodo che va dal Duecento al Quattrocento, mostrando come il ricupero della tradizione classica si sia in vario modo intrecciato con la diffusione della cultura matematica delle scuole d'abaco e come sia stato tale intreccio a costituire la base da cui sarebbe germogliata la matematica moderna.

Bibliografia

Haskins C.H., *The Renaissance of the Twelfth Century*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1927 (trad. ital. di P. Marziale Bartole, *Il Rinascimento del XII secolo*, Roma, Castelvecchi, 2015).
Clagett M., *Archimedes in the Middle Ages*, 5 voll.: I. *The Arabo-Latin Tradition*, Madison, The University of Wisconsin Press, 1964; II. *The Translations from the Greek by William of Moerbeke*, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1976; III. *The Fate of the Medieval Archimedes, 1300 to 1565*, ibid., 1978; IV. *A Supplement on the Medieval Latin Traditions of Conic Sections (1150-1156)*, ibid., 1980; V. *Quasi-Archimedean Geometry in the Thirteenth Century*, ibid., 1984.
Rose P.L., *The Italian Renaissance of Mathematics: Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève, Droz, 1975 [ma 1976].
Napolitani P.D., *Il Rinascimento italiano*, in *La matematica: i luoghi e i tempi*, a cura di C. Bartocci e P. Oddifreddi, Torino, Einaudi, 2007, pp. 237-281.

Sunti delle comunicazioni

L'aritmetica e la forma dell'algebra: un'indagine storica e linguistica

MARGHERITA BARILE
(Università di Bari)

Shay', jadhr, māl, mûla, pada: i diversi nomi arabi [1,4,7] e sanscriti [2] per l'incognita di un'equazione, da un lato, dimostrano la natura di scienza dell'indeterminato che ha caratterizzato l'algebra fin dalle sue origini persiane e indiane, dall'altro, la polisemia di questi termini indica più ambiti in cui reperire un fondamento oggettivo alle procedure di manipolazione aritmetica, basate su regole che intervengono soprattutto dall'esterno, essendo incluse solo parzialmente nel sistema di relazioni sottese all'enunciato di un problema. Tali regole non sono necessariamente modellate secondo i passi costruttivi della geometria euclidea, che risultano, pur nella loro applicabilità generale, univocamente determinati, nel numero come nella forma. L'algebra è una materia *aperta*, in tutti i sensi. E la descrizione del sistema di numerazione posizionale in base dieci, che Al-Khwārizmī pone a premessa del suo principale trattato [6], non può essere casuale. Contiene, probabilmente, la chiave di lettura di ciò che segue. Ne interpreta lo spirito profondo, quello dell'*algoritmo*, che, prima di diventare un procedimento di calcolo, nasce come schema di ricerca, un modo dinamico di pensare gli enti matematici e di rappresentarli, predisponendoli a successive manipolazioni, all'interno di un contesto che si va via via dispiegando. I suoi contorni sono delineati da elementi quantitativi, dall'interazione in divenire fra i dati e la soluzione di un problema, che ogni volta dà corpo, completandola, alla struttura logica soggiacente. La trattazione algebrica di un quesito matematico, per quanto astratta, non può fare a meno di un concreto, diretto riferimento al numero inteso come quantità conteggiabile o misurabile, organizzata in parti secondo vari criteri, ispirati all'accumulo o alla suddivisione, e vincolanti per la sua elaborazione.

La comunicazione si propone di sostanziare la precedente affermazione alla luce di alcuni spunti tratti da diverse fonti storiche, tra cui e [3] e [5].

Bibliografia

[1] Alkhateeb H.M., Oaks J.A., *Māl, enunciations and the prehistory of Arabic algebra*, Historia Mathematica, 32, 2005, pp. 400-425.
[2] Datta B., *On the origin of the Hindu term for "root"*, The American Mathematical Monthly, 38, 7, 1931, pp. 371-376.
[3] Descartes R., *Regulae ad directionem ingenii*, a cura di H. G. Gouhier, Vrin, Parigi, 1935.
[4] Gandz S., *On the origin of the term "root"*, The American Mathematical Monthly, 33, 5, 1926, pp. 261-265.

[5] Leibniz G.W., *Nova algebrae promotio*, in *Leibnizens mathematische Schriften*, vol. 7, 1963, Halle, Schmidt, pp. 154-189.
[6] Rashed R., Al-Khwārizmī, *The Beginnings of Algebra*, Saqi Books, Londra, 2010.
[7] Ruska J., *Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst*, Carl Winter's Universitätsbuchhandlung, Heidelberg. 1917.

Il tentativo di Simon L'Huilier di fondare il calcolo differenziale sul concetto di limite

LOREDANA BIACINO
(Università di Napoli)

Come ben noto il concetto di limite ha impiegato molto tempo prima di affermarsi e conquistare la posizione che oggi occupa nell'analisi matematica. Il primo che ne ha sottolineato la forza in vista di una fondazione del calcolo fu d'Alembert. Nella mia relazione si sottolinea il fatto che una delle opere che hanno maggiormente subito l'influenza dell'enciclopedista francese, l'*Exposition Elémentaire* di Simon L'Huilier, imposta gran parte dell'analisi matematica (quale si può trovare in un odierno libro di testo di calcolo) sulla base del concetto di limite, chiarificandone in parte i principi e sviluppandone le applicazioni, in modo tale da rappresentare così secondo il mio parere il momento più significativo nell'evoluzione di questo concetto, ripreso e popolarizzato nel *Traité élémentaire* del 1802 da parte di Lacroix, prima della famosa trattazione di Cauchy. Oltre ad un'esposizione generale delle motivazioni dell'opera, molti passi significativi sono esposti in dettaglio. In particolare si sottolinea il tentativo di dimostrare, passando attraverso la procedura algebrica della teoria delle differenze finite, la formula di Taylor (estesa al caso di funzioni di due o più variabili nella seconda edizione) e di dare a tale formula un ruolo centrale nella trattazione. Sviluppate anche la parte relativa a massimi e minimi, e isoperimetri, a livello elementare, argomento di cui L'Huilier era cultore e le applicazioni alla rettificazione delle curve, alla quadratura di figure piane a contorno curvilineo, al calcolo di volumi di solidi etc….

Non è facile trovare studi dettagliati incentrati sull'*Exposition Elémentaire*: qualche cenno è dato (con ammirazione) da Montucla nel terzo tomo della sua *Histoire des Mathématiques*. Anche Boyer, molto meno entusiasta di Montucla, dedica spazio a tale opera nella sua *History of the Calculus*. Più equilibrato il commento che di essa fornisce Bottazzini in *Infinito*. Uno studio si trova nell'articolo del 1966 di E. S. Shatunova, *Simon L'Huillier's Theory of Limits* (in russo) in Istoriko-matematicheskie issledovaniya, 17 , 325-331.

Bibliografia

Bottazzini, U., *Infinito,* Il Mulino, Bologna, 2018.
Boyer C., *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, Dover, New York, 1949.
L'Huilier, S. A. J., *De relatione mutua capacitatis et terminorum figurarum geometrice considerata: seu de maximis et minimis, pars prior elementaris,* Sumptibus et typis Michaelis Groll, Varsaviae, 1782.
L'Huilier, S. A. J., *Exposition élémentaire des principes des calculs supérieures pour servir à la demande d'une théorie claire et précise de l'infini mathématique,* Berlin, 1787.
L'Huilier, S. A. J., *Principiorum Calculi Differentialis et Integralis Expositio Elementaris,* Tubinga, 1795.
Montucla J. E., *Histoire de Mathématiques* III, Henri Agasse, Paris, 1802.

Il contributo culturale di A. N. Kolmogorov alla teoria dei sistemi dinamici e la nascita della teoria KAM

LUIGI BIASCO, ISABELLA FASCITIELLO, ANA MILLÁN GASCA
(Università Roma Tre)

> My aim is to elucidate ways of applying basic concepts and results in the modern general metrical and spectral theory of dynamical systems to the study of conservative dynamical systems in classical mechanics.
> However, it seems to me that the subject I have chosen may also be of broader interest, as one of the

> examples of the appearance of new, unexpected and profound relationships between different branches of classical and modern mathematics.
> In his famous address at the Congress in 1900, D. Hilbert said that the unity of mathematics and the impossibility of its division into independent branches stem from the very nature of the science of mathematics. [5]

Con queste parole A. N. Kolmogorov (1903-1987) introduce il suo intervento “On the General Theory of Dynamical Systems and Classical Mechanics” il 9 settembre 1954 all’ICM di Amsterdam.
Egli fornisce una riposta sorprendentemente positiva ad un problema lasciato aperto da quasi duecento anni e che aveva eluso gli sforzi dello stesso H. Poincaré (1854-1912), nel tentativo di risolvere il problema dei tre corpi. Si tratta di uno dei più celebri teoremi della matematica novecentesca, le cui origini nel percorso intellettuale del leader della matematica sovietica e il cui significato culturale – a cavallo su temi classici della meccanica celeste del secolo precedente e i nuovi approcci della teoria dei sistemi dinamici – sono una questione storiografica aperta [1], [2]. In questa comunicazione si presenterà lo stato dell'arte, soffermandosi in particolare sugli anni 1953-1957, anche alla luce delle testimonianze dei collaboratori V. I. Arnol’d (1937 - 2010) e Y.G. Sinai (1935).

Bibliografia

[1] Diacu F., Holmes P., *Celestial encounters: The origin of chaos and stability*, Princeton University Press, 1996.
[2] Dumas H.S., *The KAM story: a friendly introduction to the content, history, and significance of classical Kolmogorov-Arnold-Moser theory*, Singapore, World Scientific Publishing, 2014.
[3] *Kolmogorov in perspective*, Providence, R.I., American Mathematical Society, London Mathematical Society, 2000.
[4] Charpentier E. et al, *Komogorov's heritage in mathematics*, Berlin Heidelberg, Springer Verlag 2007 [ed. originale francese Éditions Belin, Paris, 2004].
[5] Kolmogorov A.N., *On the preservation of conditionally periodic motions under small variations of the hamilton function*, in *Selected works of A. N. Kolmogorov*, vol. I, a cura di V.M. Tikhomirov, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1991, pp. 349-354 [articolo originale su Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 98:4, 1954, pp 527-530].
[6] Kolmogorov A.N., *The General theory of Dynamical Systems and classical mechanics*, Ibidem, pp. 355-374 [articolo originale su International Mathematical Congress, Amsterdam, vol 1, pp. 315-333].

Lagrange all'Accademia delle Scienze di Berlino

MARIA TERESA BORGATO
(Università di Ferrara)

Dopo un viaggio in Europa con un soggiorno a Parigi e Londra, Lagrange arrivò a Berlino il 27 ottobre 1766, e prese ufficialmente possesso del suo posto all'Accademia di Scienze e Lettere di Berlino il 9 novembre. Il periodo berlinese di Lagrange è caratterizzato da un’intensa attività scientifica: in vent'anni (1766-1787) produsse circa ottanta memorie matematiche di cui quarantanove pubblicate negli Atti dell'Accademia di Berlino, e compose il primo dei suoi grandi trattati, la *Méchanique Analitique*, che fu poi pubblicato a Parigi. Nonostante la sua tendenza al riserbo, la sua partecipazione alla vita accademica non si limitò ai soli interessi di ricerca matematica, come emerge dalle relazioni accademiche e da alcuni documenti superstiti.

Lagrange seppe mediare tra le varie componenti del corpo accademico, pur restando al di sopra delle parti. Nonostante la sua discrezione, si nota l'aggregazione, non solo alla classe di matematica, di diversi scienziati e studiosi italiani tra i quali: Giovanni Francesco de' Toschi di Fagnano (1772), Lazzaro Spallanzani (1776), Giuseppe Toaldo (1776), Antonio Maria Lorgna (1777), Marsilio Landriani (1783), Alessandro Volta (1786).

Come direttore della classe di Matematica Lagrange promosse nel 1772 un premio riguardante il problema di determinare l'orbita parabolica di una cometa per mezzo di tre osservazioni, che fu condiviso tra Tempelhoff e Lambert. Nel 1784 promosse un premio dedicato ai fondamenti del calcolo infinitesimale, che, anche se non produsse un risultato del tutto soddisfacente, preannunciava la sintesi della *Théorie des Fonctions Analytiques*: si chiedeva "Une théorie claire et précise de ce qu'on appelle Infini en Mathématique".

Il nome di Lagrange non compare frequentemente nei resoconti ufficiali dell'Accademia, tuttavia tre documenti in archivio testimoniano la vasta gamma dei suoi interessi, non limitati alla sfera matematica: il primo è una lettera a Federico II, con la proposta di procurarsi l'abile astronomo di osservazione, Charles Messier (1730-1817), che fu aggregato nello stesso anno 1769. Il secondo è il parere cautamente negativo di Lagrange su un'opera appena pubblicata da un famoso medico, Anton Mesmer (1734-1815), che credeva di aver scoperto straordinarie influenze del magnetismo animale nella cura di varie malattie. Il terzo documento è una lettera di Lagrange al segretario dell'Accademia di Berlino sulla proposta di aggregare alla classe di fisica il giovane chimico Franz Karl Achard (1753-1821), che diverrà noto per i suoi studi sull'estrazione dello zucchero dalle barbabietole.

Ricordiamo che Lagrange durante il periodo berlinese si occupò di teoria dei giochi e di scienze umane, in particolare di pensioni a favore delle vedove e degli orfani, sui quali lesse due memorie. Probabilmente Lagrange fu influenzato dal clima culturale e dai dibattiti che si svolgevano all'Accademia, dove ebbe contatti con Johann Peter Süssmilch, la cui opera di demografia statistica *Die Göttliche Ordnung* si colloca nel filone della teologia razionalista tedesca, e frequentò diversi altri membri appartenenti a famiglie ugonotte, accolte favorevolmente a Berlino da Federico II: tra questi Louis de Beausobre e Johann Heinrich Lambert, che stimava molto ed è considerato, con Eulero, tra i fondatori della moderna demografia.

Bibliografia

Borgato M.T., *Lagrange's Mathematical Life in Berlin and Paris. A Reappraisal*. In *Foreign Lands: The Migrations of Scientist for Political or Economic Reasons,* Birkhäuser 2021, doi: 10.1007/978-3-030-80249-3_2.

Borgato M.T., *Lagrange et les fonds de pension pour les veuves*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 33(1), 2013, pp. 39-150.

L'esagramma mistico di Pascal e le superfici cubiche, l'incontro tra Giuseppe Veronese e Luigi Cremona

ALDO BRIGAGLIA
(Università di Palermo)

Nel 1877 Giuseppe Veronese presentava una tesi su nuovi teoremi relativi all'esagramma mistico di Pascal. Il lavoro veniva immediatamente pubblicato nei Rendiconti Lincei, insieme a un lavoro di Cremona che ne reinterpretava i risultati all'interno su di una superficie cubica.

In questa reinterpretazione se la superfice ha un punto singolare O le 6 rette della superfice passanti per O e giacenti su di un cono quadrico sono proiettati su 6 punti su di una conica. Le intersezioni tra piani tritangenti, se non giacciono sulla superfice, vengono proiettate su rette di Pascal relative ad una delle 60 possibili scelte di esagoni iscritti determinati dai 6 punti. Raggruppando opportunamente i suddetti piani tritangenti in triedri si ha che i loro 3 spigoli vengono proiettati in rette di Pascal che quindi concorrono 3 a 3 in punti speciali, noti in letteratura come punti di Steiner e di Kirkman. Raggruppando i piani in pentaedri (detti di Cremona) si ha una configurazione analoga a quella scoperta da Veronese di 10 rette (di Pascal) concorrenti in 10 punti (di Kirkman) a loro volta allineati 3 a 3 nelle rette.

Nella mia conversazione cercherò di delineare questa inattesa (almeno per me) corrispondenza accennando appena agli ulteriori sviluppi.

Bibligrafia

Conway J., Ryba A., *The Pascal mysticum demystified*, The Mathematical Intelligencer, 34, 2012, pp. 4-8.
Conway J., Ryba A., *Extending the Pascal mysticum*, The Mathematical Intelligencer, 35, 2013, pp. 44-51.
Cremona L., *Teoremi stereometrici dai quali si deducono le proprietà dell'esagrammo di Pascal*, Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, (3), 1, 1876 / 1877, pp. 854-874.
Dolgachev I., *Luigi Cremona and cubic surfaces*, http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/cremona.pdf.
Veronese G., *Nuovi teoremi sull'Hexagrammum mysticum*, Memorie della Reale Accademia dei Lincei, (3) 1 1877, pp. 649-703.

TETRAGONO
Avvegna ch'io mi senta ben tetragono ai colpi di ventura

LUCIANO CARBONE, NICLA PALLADINO
(Università di Napoli, Università di Perugia)

Nel canto XVII del Paradiso, versi 23-24, Dante utilizza l'appellativo "tetragono" in senso traslato, probabilmente per la prima volta nella lingua italiana, per designare, nell'interpretazione dei commentatori, l'uomo che può sopportare tutti gli eventi della sorte.
Vi sono, in realtà due varianti interpretative prevalenti: la prima consiste nel considerare un uomo capace di adattarsi agli eventi pur conservando i suoi valori, a somiglianza di un corpo solido dalla forma cubica che ha sei facce quadrate e può dunque posarsi sulla faccia più opportuna a seconda delle circostanze; la seconda consiste nell'immaginare un uomo fermo nelle sue convinzioni e disposto a sopportare in nome di queste gli eventi contrari senza subire modifiche, a somiglianza di una figura piana quadrata con la sua rigidità, considerando dunque il significato traslato del termine tetragono assimilabile proprio a quello traslato di quadrato.
La prima interpretazione sembra più vicina all'idea di resilienza (o quanto meno, volendo utilizzare una terminologia di origine militare, a quella di difesa elastica), la seconda a quella di resistenza (e più precisamente a quella di una difesa rigida).
Già alcuni dei commentatori più antichi, tra i quali proprio uno dei figli di Dante, propendono per la prima interpretazione. Dall'inizio del Novecento, poi, essa sembra nettamente prevalere.
Così sul vocabolario online della Treccani, a proposito della parola tetragono, dopo la citazione dei versi danteschi, a conclusione della spiegazione del lemma viene affermato:
"il concetto della stabilità, della fermezza viene alla parola dall'accezione, che ebbe anticam., di cubo, figura cubica."
Naturalmente in matematica il senso della parola tetragono è quello di una figura piana con quattro angoli e suggerisce l'idea di un quadrato.
Nascono dunque varie questioni, come ad esempio si sia determinato gradatamente questo profondo scivolamento di significato, se questo scivolamento sia stabile nella lingua italiana, se in esso siano coinvolte altre lingue classiche o moderne.
L'obbiettivo che ci si propone è quello di dare un contributo a questo tipo di questioni.
Nell'esaminarle bisognerà tener conto di affermazioni di vari poeti, pensatori e matematici dell'antichità e del medioevo quali Simonide, Pitagora, Platone, Aristotele, Plutarco, Boezio, Averroè, Tommaso d'Aquino e delle interpretazioni di numerosi commentatori della Commedia. Curiosamente sembra opportuno prendere in considerazione anche alcuni usi traslati proprio nell'ambito della terminologia militare.

Bibliografia

Pasquini E., *Tetragono*, in *Enciclopedia Dantesca* (1970) ad vocem.
Proto E., *Ben tetragono ai colpi di ventura*, Bullettino della Società Dantesca Italiana XIX, 1912, pp.134-137.

Dante ricordato da Bartolomeo Veratti tra i cultori della matematica

FRANCA CATTELANI DEGANI
(Università di Modena)

Bartolomeo Veratti (Modena, 1809 – 89) è stato un noto letterato. Numerosi sono i suoi contributi su gior-nali modenesi e inerenti questioni religiose, giuridiche, storiche, linguistiche e filologiche. Benché laurea-to in giurisprudenza (1831), all'incirca dal 1855 intraprese ricerche sulla storia della matematica, discipli-na scientifica a cui avrebbe voluto dedicarsi fin dall'adolescenza. In merito, ci ha lasciato scritti (vedi Bi-bliografia), il più importante dei quali è *De' matematici italiani anteriori all'invenzione della stampa*, che fu edito più volte. La rassegna parte da Severino Boezio (VI sec.) e prosegue fino a Luca Pacioli (1494).

Giunto al XIII sec., Veratti cita anche Dante per il saper suo in Astronomia e per aver descritto verità geometriche con linguaggio poetico. A tal proposito, egli ricorda i versi della *Divina Commedia* sulla legge di riflessione della luce (Purg. XV, 16-20), sulla proprietà di un triangolo di non poter avere due angoli ottusi (Par. XVII, 14 -15) e quelli ove Dante descrive un angolo maggiore di 450 (Purg. IV, 40-42).

Per avvalorare la scelta di considerare Dante uomo di scienza, si sofferma anche su la *Quaestio de aqua et terra*, l'ultima delle opere latine del Poeta e redazione di una sua pubblica dissertazione.

La formazione scientifica di Dante avvenne attraverso il quadrivio (aritmetica, musica, geometria ed astronomia), ma, nel periodo in cui egli visse, si era sopito l'interesse per il sapere scientifico e Veratti ci presenta il Sommo Poeta rammaricato dal vedere neglette… le matematiche e promotore della ripresa dello studio del vero astratto. Degli insegnamenti del quadrivio, quello che maggiormente contribuì a tener vivo l'interesse per le scienze esatte fu l'Astronomia, ma purtroppo – commenta Veratti – troppo spesso associata e confusa con l'Astrologia, tanto che ne era considerata la parte più importante e veniva applicata perfino alla medicina.

E quando la rassegna storica giunge al '400, viene ricordato il filosofo Pico della Mirandola (1463 – 94), autore di un'aspra battaglia contro l'astrologia giudiziaria.

Bibliografia

Cattelani Degani F., *Bartolomeo Veratti. Un letterato con la passione per la matematica*, La rivista del Centro Studi Nonantolani, (2017), 16-25.
Torri A. (a cura di), *Epistole di Dante Alighieri edite e inedite, aggiuntavi la dissertazione intorno all'acqua e alla terra e le traduzioni …* , Livorno, Tipografia Vannini, 1843.
Veratti B., *De' matematici italiani anteriori all'invenzione della stampa*, in *Opuscoli religiosi, letterari e morali*, Modena, Tip. Eredi Soliani, T.V (1859) pp. 377-405; T.VI (1859) pp. 100-114; 250-267; 374-409; T.VII (1860) pp. 32-47 (riedito A. Forni Editore, Sala Bolognese, 1980).
Veratti B., *Del vaglio d'Eratostene e della illustrazione fattane da Samuele Horsley …*, in Memorie della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Modena, T. III (1861), Sez. Lettere, pp. 41-57.
Veratti B., *Sopra la terminologia matematica degli scrittori latini*, Ibidem, T. V (1863), Sez. Lettere, pp. 3-96
Veratti B., *Ricerche e congetture intorno all'aritmetica degli antichi romani*, in *Opuscoli Religiosi, Letterari e Morali*, Ser. II, T. II (1863) pp. 239-255; 361-375; T. III (1864) pp. 105-119; 413-427; T. IV (1864) pp. 241-251; 419-437.
Veratti B., *Delle parole milione, bilione e trilione*, Ibidem, S.II, T. III (1864) pp. 291-99.
Uranio Sintetico Accademico Tassoniano (pseudonimo di B. Veratti), *Curiosità matematica*, Ibidem, T. V (1859) pp. 318-320.
Uranio Sintetico Accademico Tassoniano (pseudonimo di B. Veratti, *Della divisione aritmetica*, Ibidem, Ser.II, T. II (1863) pp. 129-134.

Aspetti della Corrispondenza Genocchi-Tardy

CINZIA CERRONI
(Università di Palermo)

Placido Tardy (Messina 1816 - Firenze 1914), fu nominato nel 1851 professore di Geometria analitica e Calcolo infinitesimale alla Scuola di Marina di Genova e nel 1859 passò all'Università di Genova. Pur non essendo un matematico di prima grandezza, ha avuto un ruolo fondamentale nella prima fase di formazione della Scuola Matematica Italiana a cavallo del 1860. I suoi ricchi carteggi con i matematici dell'epoca contribuiscono ad analizzare la Storia della Matematica "Risorgimentale" Italiana. La sua vastissima corrispondenza è conservata presso la Biblioteca Universitaria di Genova nella Cassetta Loria. Consiste in 784 lettere e una catalogazione è disponibile in rete presso il sito dell'Università di Genova. Una prima analisi del Carteggio è stata svolta da G. Loria [Loria 1915] e da U. Bottazzini [Bottazzini 1980], ad essa sono seguite molteplici analisi e pubblicazioni delle corrispondenze, parziali o complete.

In questa sede analizzeremo il carteggio con Angelo Genocchi (Piacenza 1817 – Torino 1889), professore dal 1859 di Algebra e Geometria complementare e dal 1862 di Calcolo infinitesimale all'Università di Torino. Le lettere di Genocchi a Tardy si trovano nella Cassetta Loria della Biblioteca Universitaria di Genova, 118 lettere, arco cronologico 1858-1887. Le lettere di Tardy a Genocchi si trovano nella Biblioteca Comunale PASSERINI LANDI – Piacenza, 100 lettere. Il contenuto delle lettere di Genocchi a Tardy è esposto in modo sintetico in [Garibaldi 1991] e alcune lettere sono utilizzate in [Fenoglio, Giacardi 1991]. Nella corrispondenza hanno larga parte: lo scambio di notizie sulle vicende personali e di famiglia; gli argomenti di carattere accademico; gli argomenti matematici quali, teoria dei numeri, differenziali fratti, geometrie non-euclidee. In questa comunicazione si darà notizia dei risultati ottenuti da un primo esame della detta corrispondenza Genocchi-Tardy.

Bibliografia

Bottazzini U., *Tardy's letters and library in Genoa*, Historia Mathematica, 7, 1980, pp. 84-85.
Bottazzini U., *Va' pensiero. Immagini della matematica nell'Italia dell'Ottocento*, Il Mulino, Bologna, 1994.
Fenoglio L., Giacardi L., *La polemica Genocchi-Beltrami sulle superficie pseudosferiche: una tappa nella storia del concetto di superficie*, in *Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici. Contributi dell'epistolario*, a cura di A. Conte e L. Giacardi, Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, 1991, pp. 155-179.
Garibaldi A. C., *Sui rapporti tra Angelo Genocchi e Placido Tardy*, Ibidem, pp. 281-292.
Loria G., *Commemorazione del Socio Placido Tardy*, Rend. della Reale Accademia Nazionale dei Lincei. (5) 24, 1915, pp. 505-531.

Gli ambienti scientifici e culturali di Ferrara e Padova al tempo degli studi di Federico Commandino

ALESSANDRA FIOCCA
(Università di Ferrara)

Dopo un decennio di studi all'Università di Padova, Federico Commandino (1509-1575) decise di addottorarsi in medicina all'Università di Ferrara avendo come promotore il famoso medico Anton Musa Brasavola. A parte il nome di qualche docente di cui seguì le lezioni, non si hanno altre informazioni sul periodo padovano di Commandino, né su quello, certamente più breve, trascorso a Ferrara. Come contributo alla conoscenza della formazione di Commandino, verranno presentati gli ambienti scientifici e culturali di Padova e Ferrara al tempo degli studi universitari del matematico di Urbino.

Bibliografia

Baldi B., *Vita di Federico Commandino*, Giornale dei Letterati d'Italia, 19, 1714, pp. 140-185.
Rose P.L., *Letters illustrating the career of Federico Commandino*, Physis, XV, 1973, pp. 401-410.
Rose P.L., *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, Librairie Droz, 1975, pp. 185-220.
Favaro A., *Le matematiche nello Studio di Padova prima di Galileo*, in Id., *Galileo Galilei e lo Studio di Padova*, Padova, Editrice Antenore, 1966, pp. 78-105.
C. Vasoli, *Le Accademie fra Cinquecento e Seicento e il loro ruolo nella storia della tradizione enciclopedica*, in *Università, Accademie e Società Scientifiche in Italia e in Germania dal Cinquecento al Settecento*, a cura di L. Boehm, E. Raimondi, Bologna, Il Mulino, 1981, pp. 81-115.
Bianca C., *Commandino, Federico*, in *Dizionario Biografico degli Italiani*, XXVII, 1982, pp. 602-606.
Moretti W., Pepe L. (a cura di), *Torquato Tasso e l'Università*, Firenze, Olschki, 1997.
Del Negro P. (a cura di), *L'Università di Padova: otto secoli di storia*, Padova, Signum Padova Editrice, 2001.
Fiocca A., *Le facoltà delle arti e le accademie a Padova e Ferrara al tempo di Federico Commandino*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, anno XL, n.2, 2020, pp. 333-366.

L'ICMI negli anni '50 e '60.
Ricostituzione, assestamento e affermazione della didattica della matematica come disciplina autonoma

FULVIA FURINGHETTI
(Università di Genova)
LIVIA GIACARDI
(Università di Torino)

Lo scopo di questo intervento è delineare e analizzare l'evoluzione degli obiettivi e del campo d'azione della International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) nel periodo che va dall'International Congress of Mathematicians (ICM) di Cambridge (USA) nel 1950, il primo dopo la Seconda Guerra Mondiale, al 1970 che segna la fine del mandato di Hans Freudenthal come presidente della Commissione.
Come è noto, l'ICMI fu creata durante l'ICM tenutosi a Roma nel 1908 ed ebbe come primo presidente Felix Klein che impresse una forte impronta nella prima fase della storia della Commissione, fase che va fino alla Prima Guerra Mondiale. Le sue attività subirono due cesure segnate dalla Prima e dalla Seconda Guerra Mondiale.
I decenni dal 1950 al 1970 che sono oggetto della nostra analisi potrebbero essere giustamente definiti "gli anni ruggenti" per l'insegnamento della matematica a causa di eventi concomitanti in politica, tecnologia, ricerca e società. La Guerra Fredda e il conseguente clima di tensione tra i paesi stimolarono l'interesse per la scienza, inclusa la matematica, e favorirono la nascita di progetti specifici finalizzati alla ricerca e alla didattica. I piani di sostegno per aiutare le nazioni a riprendersi dai disastri della guerra finanziarono iniziative nazionali e internazionali anche nel campo dell'istruzione. L'uso del computer apriva nuove prospettive alla ricerca e alla didattica. La scuola si trasformava in scuola "per tutti", cioè un'istituzione che deve coinvolgere tutti i cittadini. Fenomeni come la progressiva decolonizzazione e la conquistata indipendenza di alcuni paesi portavano, inoltre, a considerare i problemi dell'educazione – ovviamente anche quella matematica – in quei paesi.
È in questo contesto che nel 1952 l'ICMI fu ricostituita come sottocommissione permanente dell'appena rifondata International Mathematical Union (IMU). Gli obiettivi primari della nuova Commissione erano i seguenti: acquisire una propria identità come fucina di idee e progetti sull'educazione matematica e adattare la propria missione al contesto mutato rispetto a quello dei primi anni dopo la sua fondazione.
La vecchia Commissione nasceva e si sviluppava all'interno della comunità dei matematici e dipendeva per il suo mandato dai Congressi Internazionali dei Matematici quadriennali, ma per il resto era libera di scegliere i propri membri e di decidere quali progetti realizzare. La nuova ICMI come sottocommissione dell'IMU dipendeva da essa sia per la scelta dei membri del Comitato Esecutivo, sia per i finanziamenti. La mancanza di precisi "Terms of Reference" per regolamentare i rapporti tra i due organi IMU e ICMI produsse attriti che nascevano principalmente dalla volontà dell'ICMI di ottenere una maggiore indipendenza dall'IMU. Inoltre, la vecchia agenda della Commissione, che poneva l'accento soprattutto sulle questioni riguardanti i curricula e

gli aspetti organizzativi dell'insegnamento della matematica nei vari paesi, era ormai superata. Le nuove esigenze della società, le nuove tendenze nella ricerca matematica e nella tecnologia richiedevano un rinnovamento delle materie da studiare, degli strumenti e dei metodi. La collaborazione con organismi internazionali come l'UNESCO e l'OECE/OCSE favorivano nuove iniziative in ogni continente.

Le tre principali linee di indagine che abbiamo scelto per studiare la storia dell'ICMI nel ventennio del secondo dopoguerra sono le seguenti:

- l'emergere della didattica della matematica come campo di ricerca autonomo;
- e il cambiamento degli obiettivi dell'ICMI,
- i rapporti tra IMU e ICMI, che spesso si configurano come rapporti tra matematici di professione e educatori.

È sotto la presidenza di Freudenthal, che diede vita a due importanti iniziative – una rivista e una tradizione di convegni specificamente dedicati alla didattica della matematica – che la concomitanza di questi tre aspetti ha aperto una nuova stagione per l'ICMI.

Il nostro intervento si basa su un'ampia selezione di lettere e documenti inediti appartenenti al periodo 1952-1974 (dall'IMU Archive e altri), che hanno consentito di mettere in luce aspetti sconosciuti o meno noti della storia dell'ICMI.

Bibliografia

Furinghetti F., Giacardi L., *ICMI in the 1950s and 1960s: Reconstruction, Settlement, and "Revisiting Mathematics Education"*, in *The International Commission on Mathematical Instruction, 1908-2008: people, events, and challenges in mathematics education*, F. Furinghetti, L. Giacardi (eds.), Springer 2022.

Giacardi L., *The voice of the protagonists in ICMI. A selection of unpublished letters*, Ibidem.

Furinghetti F., Giacardi L. (eds.), *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008)*: https://www.icmihistory.unito.it.

Howson, A. G., *Seventy-five years of the International Commission on Mathematical Instruction*, Educational Studies in Mathematics 15, 1984, pp. 75-93.

Schubring, G., *The origins and the early history of ICMI*, International Journal for the History of Mathematics Education 3(2), 2008, pp. 3-33.

Il Traité élémentaire de géométrie analytique di Auguste Comte. Matematica e filosofia della matematica

MASSIMO GALUZZI
(Università di Milano)

La lettura delle parti dell'opera di Auguste Comte dedicate alla matematica lascia, talvolta, piuttosto perplessi. Ciò è vero in particolare per il primo volume dei *Cours de philosophie positive* e soprattutto per il *Traité élémentaire de géométrie analytique* [8].

Questioni elementari, soluzioni di problemi molto semplici, offrono spesso a Comte l'occasione per argomentazioni filosofiche che, a prima vista, sembrano assai al di là di modesti contenuti matematici. Ed a questo si aggiunge la critica feroce delle trattazioni di altri autori, ove i loro argomenti sono spesso caratterizzati dall'aggettivo "vicieux". Anche l'ammirazione incondizionata per Descartes e Lagrange fornisce qualche elemento di perplessità. Viene quasi la tentazione di contrapporre a tutto questo le considerazioni sulla filosofia e la matematica contenute nel celebre saggio di André Weil [15].

Ma quando si considerano con maggior attenzione le argomentazioni di Comte, inquadrandole nella complessità del suo sistema filosofico, ove la matematica ha certo un ruolo importante,- non solo in quanto tale,- ma come elemento di forza per un'evoluzione "positiva" dell'intera società, la perplessità lascia il posto alla necessità di una lettura più attenta.

Mi propongo di esaminare dettagliatamente alcuni luoghi di [8] in quest'ordine di idee.

Bibliografia

[1] Barbin E., Caveing M., (a cura di), *Les philosophes et les mathématiques*, Ellipses, Edition Marketing, Paris, 1996.
[2] Belhoste B., Dahn-Dalmedico A., A. Picon A. (a cura di), *La formation polytechnicienne: 1794-1994*, Dunod, Paris, 1994.
[3] Bertrand J., *Auguste Comte et l'École Polytechnique*, Revue des deux mondes, 4e période, tome 138, 1896, pp. 528–548.
[4] Boudot M., *De l'usurpation géométrique*, Revue philosophique de la France et de l'étranger, 175 (4), 1985, pp. 387–402.
[5] Bourdeau M., *L'idée de mathématiques appliquées chez Comte*, Mathématiques et Sciences Humaines, 193, 2011, pp. 35–44.
[6] Boyer C.B., *History of analytic Geometry*, Scripta Mathematica, New York, 1956.
[7] Brunschvigc L., *Les étapes de la philosophie mathématique*, Blanchard, Paris, 1981.
[8] Comte A., *Traité élémentaire de géométrie analytique à deux et trois dimensions contenant toutes les théories générales de géométrie accessible à l'analyse ordinaire*, Carilian-Goeury et Vor Dalmont éditeurs, Paris, 1843.
[9] Comte A., *Premiers cours de philosophie positive. Préliminaires généraux et philosophie mathématique*, Edités par Y. Clément-Colas avec une postafce et des notes mathématiques par J. Dhombres, Quadrige / PUF, Paris, 2007.
[10] Dhombres J., *L'analogie dans les mathématiques analytiques selon Auguste Comte*, Revue philosophique de la France et de l'étranger, 4, 2007, pp. 451– 470.
[11] Ducassé P., *La pensée mathématique d'Auguste Comte*, Thalès, 1, 1934, pp. 133-143.
[12] Petit A., *L'impérialisme des géomètres à l'École polytechnique : les critiques d'Auguste Comte*. In [2], 1994, pp. 59–75.
[13] Petit A., *Comte et les mathématiques*. In [1], 1996, pp. 174–192.
[14] Petit A., *Le système d'Auguste Comte*, Vrin, Paris, 2016.
[15] Weil A., *History of mathematics: why and how*, Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Helsinki, 1978), Acad. Sci. Fennica, Helsinki, 1980, pp. 227–236.

Perplessità sulla teoria formale dei numeri naturali

DOMENICO LENZI
(Università del Salento)

La teoria formale dei numeri, nel momento stesso in cui considera inadeguata la teoria elementare **N** dei numeri naturali, imposta un discorso che utilizza le basi della teoria che intende perfezionare. Infatti la formalizzazione si basa su particolari sequenze di segni di un alfabeto **A**; così come avviene per la costruzione di parole nella lingua italiana con le classiche lettere dell'alfabeto latino ["mamma", "papà" "casa" …, che hanno un significato; mentre "mqds", "fdhz" e altre ancora un significato non l'hanno]. Ma i numeri naturali sono tutti lì, costituiti da particolari parole messe in un certo ordine: "uno", "due", "tre" … . O meglio, fissata l'attenzione sulle classiche *dieci* cifre [ma basterebbero 0 e 1; o, addirittura, soltanto 1], le allineiamo per ottenere i nostri numeri e per poter dire quale sia il successivo di uno qualsiasi di questi. Avendo così un modello di **N** nel senso dei numeri naturali di Peano.
Ma si può fare di meglio, nel rispetto della nozione di insieme data da Cantor; secondo la quale [il grande maestro non lo dice, ma è ovviamente sottinteso! Qui, per semplicità, lo esprimiamo "alla buona"] "per avere un insieme, bisogna prima averne gli elementi". Perciò un insieme non può pre-esistere a se stesso, non può essere elemento di se stesso. Allora 1, 2, 3 … diventano: $1 = \{\varnothing\}$, $2 = \{ \varnothing \{\varnothing\} \}$ [i cui elementi sono $\varnothing$ e $\{\varnothing\}$], $3 = \{ \varnothing \{\varnothing\} \{ \varnothing \{\varnothing\} \} \}$ [i cui elementi sono $\varnothing$, $\{\varnothing\}$ e $\{ \varnothing \{\varnothing\}$] e così via.
Non solo. Ma, nell'introduzione formale dei numeri naturali, si fa riferimento a due operazioni indipendenti rispetto alla descrizione elementare dei numeri che la Logica vorrebbe formalmente garantire. E con queste operazioni si pretende di descrivere la classica addizione nonché la moltiplicazione, che in aritmetica elementare è una conseguenza dell'addizione. Una pretesa dovuta al fatto che la moltiplicazione elementare non si può esprimere tramite un termine che, oltre a due variabili, utilizzi la sola addizione. Ed è questa la ragione per cui la teoria formale dei numeri non è finitamente

completabile, è indecidibile. Cosa che usualmente viene detto in didattica o nella divulgazione matematica, senza però specificarne il perché.
Ma quella pretesa è un'inutile sottigliezza, poiché le operazioni di addizione e di moltiplicazione sono già all'interno del modello elementare peaniano, a partire dal concetto di "successivo".
Elliot Mendelson – nelle prime righe di pag. 129 del suo testo citato in Bibliografia – per giustificare la teoria formale dei numeri naturali, in relazione agli assiomi di Peano scrive: «Tuttavia gli assiomi sono espressi in termini di alcuni concetti intuitivi, quali quello di "proprietà", che non consentono di considerare questo sistema come formalizzato in modo rigoroso.»
Eppure, è possibile riproporre gli assiomi di Peano addirittura senza "l'assioma di induzione", che sarebbe recuperato facendo ricorso a una proprietà delle strutture operazionali.
E questo non è un abuso, poiché le strutture operazionali hanno piena cittadinanza nelle teorie logiche, essendo essenziali nella scelta delle cosiddette formule "logicamente valide", che rappresentano gli assiomi di base delle usuali teorie della Logica.
Per la teoria di Peano basta utilizzare una sola "lettera funzionale 1-aria" f [che rappresenta una funzione] e una costante 0. Inoltre, alle formule logicamente valide basta aggiungere i due seguenti assiomi: **a)** per ogni x, $fx \neq 0$; **b)** se $fx = fy$, allora $x = y$ [proprietà iniettiva di f].

Bibliografia

Mendelson E., *Introduzione alla logica matematica*, Torino, Bollati Boringhieri, 2002.

Matematica e autarchia culturale: il caso dell'Accademia d'Italia

ERIKA LUCIANO
(Università di Torino)

Durante il ventennio fascista la matematica italiana fu oggetto di una sistematica strategia di promozione all'estero. In questo contesto spicca la Reale Accademia d'Italia, che fu espressamente investita del compito di valorizzare su scala mondiale i risultati raggiunti dalle Scuole di geometria algebrica, logica matematica e analisi.
Inaugurata il 28 ottobre 1929, l'Accademia d'Italia è un organo consultivo del regime nelle questioni scientifiche, nelle manifestazioni artistiche e letterarie, ed è un centro di coordinamento delle forze intellettuali del Paese. Sotto la sua egida ricadono infatti, nel corso degli anni, centri di studio e fondazioni come la Fondazione Volta, costituita nell'aprile del 1930 da parte della Società Generale Edison di Elettricità. Nella prospettiva internazionale, l'Accademia è invece concepita come un ente di propaganda, cui è affidato il compito di "porre in luce e valorizzare gli immensi tesori ancora sconosciuti o sperduti" prodotti dalla scienza e dalla cultura italiane, affinché non accada che "le scoperte dei nostri scienziati ricevano fuori dai confini il primo riconoscimento e le prime vaste applicazioni" [Annuario 1929, p. 305].
Protagonista indiscusso delle iniziative dell'Accademia d'Italia inerenti alla matematica è Francesco Severi. Non vi è aspetto scientifico e culturale della matematica, affrontato dall'Accademia, su cui egli non sia intervenuto. Le collezioni periodiche edite da questa istituzione sono dominate dai suoi contributi. Altrettanto imponente è la sua attività nelle commissioni per il conferimento dei premi. È Severi, poi, a pilotare le nomine dei nuovi accademici, favorendo i colleghi con cui è in maggior sintonia e ostracizzando quelli a lui non graditi. L'ultima sfera in cui Severi esercita la propria azione è quella editoriale, appoggiando il progetto dell'Accademia di pubblicare una collana di monografie illustrative del contributo italiano alle diverse discipline, nell'intento di esimere gli studiosi dal ricorrere a trattati stranieri e sostenendo l'iniziativa di pubblicare e aggiornare un Dizionario di termini scientifici "per introdurre nomi italiani per termini e concetti creati sì da stranieri, e nondimeno già pienamente accettati nella nostra lingua". [Annuario 1940-41, 158].
Grazie alla posizione di potere ritagliatasi all'interno dell'Accademia, Severi consolida il proprio ruolo di leader della matematica italiana. La sua azione non resta tuttavia limitata all'orizzonte nazionale, anzi. In primo luogo, come rappresentante dell'Italia nei congressi internazionali dei matematici e nei relativi organismi e commissioni, intensifica le collaborazioni con organizzazioni e istituti stranieri e, in qualità di 'ambasciatore di scienza e d'italianità', percorre tutto il mondo, tenendo conferenze e corsi di contenuto matematico e

ideologico. Come consulente della Fondazione Volta, inoltre, Severi chiede e ottiene il finanziamento di due borse di perfezionamento rivolte a giovani matematici (L. Fantappiè e S. Minetti) intenzionati a trascorrere un periodo di studi all'estero. L'apice del suo impegno accademico per conto dell'Accademia d'Italia è comunque costituito dall'organizzazione, con E. Bompiani, del Convegno Volta Matematica contemporanea e sue applicazioni, previsto per l'ottobre del 1939, che avrebbe dovuto testimoniare "l'importanza che il Governo Fascista attribuisce ai problemi della più alta speculazione scientifica, particolarmente fiorente in Italia [...], in considerazione anche dei benefici che la scienza pura finisce sempre con l'arrecare alle applicazioni e quindi in definitiva al benessere sociale ed alla risoluzione dei problemi autarchici" [CONTI, 1938, 129]. Tutti gli aspetti dell'evento, dalla scelta del tema a quella dei colleghi da invitare, o da escludere, sono gestiti personalmente da Severi e Bompiani. A causa dello scoppio della seconda guerra mondiale, il Convegno sarà più volte rinviato, e infine cancellato, anche se ne verranno pubblicati gli Atti (1943), con interventi di Baker, Hodge, Birkhoff, Nevanlinna, Norlund, Julia, Rey Pastor, Vranceanu, Hlavaty e Blaschke.
In questa comunicazione, dopo aver sinteticamente illustrato le iniziative di diffusione della matematica italiana all'estero coordinate dall'Accademia d'Italia, si focalizzerà l'attenzione su tre aspetti: i viaggi dei borsisti Volta (Fantappié e Minetti) nel 1931-32 e 1934-35, la missione di Severi in Giappone (1936), e l'organizzazione da parte di Severi e Bompiani del Convegno Volta del 1939.

Bibliografia

Convegno "Matematica contemporanea e sue applicazioni" organizzato dalla classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, 1939, in Accademia nazionale dei Lincei, Roma, Archivio della Reale Accademia d'Italia, titolo VIII, bb. 41 e 42.
Annuario, Roma, Accademia d'Italia, 14 voll., 1929-1942.
Bollettino di informazioni, Roma, Accademia d'Italia, 1 vol., 1941-42.
Viaggi di Studio ed Esplorazioni promossi dalla Fondazione Volta, Roma, Accademia d'Italia, 6 voll. 1933-1940.
Capristo A., *L'alta cultura e l'antisemitismo fascista*. *Il Convegno Volta del 1939*, Quaderni di Storia, 64, 2006, 165-226.
Conti A., *Il Convegno Volta 1939 dedicato alla matematica contemporanea e sue applicazioni*, Il Bollettino di Matematica, XXXV, 1938, pp. 129-130.
Luciano E., *Ambasciatori di scienza e d'italianità: l'Accademia d'Italia e la diffusione della cultura matematica all'estero*, Physis, rivista internazionale di storia della scienza, 51, 2016, p. 61-73.
Petrelli M., *Il fascismo e l'immagine dell'Italia all'estero*, Contemporanea, XI, 2008, pp. 221-241.
Severi F., *Giappone d'oggi*, Nuova Antologia, 72, 1937, pp. 151-164.
Severi F., *Valore sociale della scienza e necessità attuali dell'organizzazione scientifica*, Romana, 5, 2, 1941, pp. 81-91.

La biblioteca di Fabio Conforto: spunti per una biografia scientifica

MARIA GIULIA LUGARESI, ELISA PATERGNANI
(Università di Ferrara)

Presso la Biblioteca del Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Ferrara sono conservati oltre 700 volumi ed una raccolta di circa 2600 opuscoli appartenuti al matematico Fabio Conforto (1909-1954). La figura scientifica di Fabio Conforto è una delle più rappresentative del panorama matematico italiano nel complesso periodo storico che va dagli anni trenta all'inizio degli anni cinquanta del Novecento. Oltre all'attività didattica presso l'Università di Roma, Conforto svolse una rilevante attività di ricerca nell'ambito della geometria algebrica, ma anche dello studio delle applicazioni della matematica. Fu infatti uno dei collaboratori di Mauro Picone all'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo e uno dei docenti dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica, fondato a Roma da Francesco Severi nel 1939.
Da un primo esame del fondo ferrarese è possibile mettere in luce la varietà di interessi scientifici di Conforto, che spaziano dalla matematica pura a quella applicata, con contributi di autori non solo italiani, ma anche

stranieri.

Bibliografia

Benedicty M., *Necrologio di Fabio Conforto,* Boll. U.M.I., s. III, vol. 9, fasc. 2, 1954, pp. 227-228.
Di Sieno S., Guerraggio A., Nastasi P. (eds.), *La Matematica Italiana dopo l'Unità. Gli anni tra le due Guerre Mondiali*, Milano, Marcos y Marcos, 1998.
Nastasi P., *I primi quarant'anni di vita dell'Istituto per le Applicazioni del Calcolo "Mauro Picone"*, Boll. U.M.I., s. VIII, vol. IX-A, 2006.
A. P. C. [Antonietta Pellegrini Conforto], *Ricordo del Prof. Fabio Conforto*, Rendiconti di matematica e delle sue applicazioni, XIII, 1954, pp. 200-207.
Roghi G., *Materiale per una Storia dell'Istituto Nazionale di Alta Matematica dal 1939 al 2003*, Boll. U.M.I., s. VIII, vol. VIII-A, 2005, pp. 3-301.
Segre B., *L'opera scientifica di Fabio Conforto,* Rendiconti di matematica e delle sue applicazioni, XIV, 1954, pp. 48-74.

La Matematica Elementare vista dall'alto di Margherita Piazzolla Beloch

PAOLA MAGRONE
(Università Roma Tre)

La prima parte della carriera scientifica di Margherita Piazzolla Beloch (1879-1976), una delle prime donne italiane titolari di un cattedra universitaria di Matematica, si colloca negli anni del fascismo, ed è contraddistinta dall'influsso delle posizioni di Federigo Enriques (1871-1946) sull'unità delle matematiche e il loro inserimento nella cultura – come si desume dall'incisivo discorso di inaugurazione dell'anno accademico 1929-30 – e dall'impegno in un ambito applicativo di avanguardia (derivato dallo sviluppo della fotografia e dell'aeronautica), la fotogrammetria nelle sue applicazioni al rilevamento topografico e alla medicina. Beloch tenne corsi di Matematiche Complementari fin dai primi anni come professore presso l'Università di Ferrara che confluirono nel dopoguerra nell'opera *Lezioni di matematica complementare*: *la matematica elementare vista dall'alto* (1953), elaborata in collaborazione con Egidio Orzalesi, preside del Liceo Scientifico di Ferrara. L'autrice rivisita il classico *Questioni Riguardanti le Matematiche Elementari* (1924-27) di Enriques, offrendo ai futuri insegnanti delle scuole secondarie una visione della matematica elementare (aritmetica, algebra e geometria) che esprime anche la propria esperienza di studiosa.

Bibliografia

Archivio centrale dello Stato, Ministero della Pubblica Istruzione, DGIS, div. 1, Fascicoli personali professori universitari (1900-1940), b. 375, f. Piazzolla Beloch, Margherita.
Piazzolla Beloch M., *La matematica in relazione alle sue applicazioni ed al suo valore educativo*, discorso inaugurale dell'anno accademico 1929-30 dell'Università di Ferrara, in *Annuario dell'Università di Ferrara*, 1930, pp. 25-55.
Piazzolla Beloch M., *Lezioni di matematica complementare. La matematica elementare vista dall'alto*, redatte dal Prof. Egidio Orzalesi. Pubblicazioni dell'Istituto di Geometria dell'Università di Ferrara, Ferrara, 1953; ristampa Libreria Editrice Universitaria, Ferrara, 1973.
Enriques F., *Questioni riguardanti le Matematiche Elementari*, ristampa anastatica della terza edizione, Zanichelli, Bologna (1983/1924-27).
Borgato M.T., Salmi R., *Donne e Matematica in Italia - Women and Mathematics in Italy*, Periodico di Matematiche, 10/1 S. XIV a. CXVIII, 2018, pp. 35-54.
Gambini G., Pepe L., *La raccolta Montesano di opuscoli nella biblioteca dell'istituto matematico dell'Università di Ferrara*, Istituto Matematico, Ferrara, 1982.
Giacardi L., *The Italian School of Algebraic Geometry and Mathematics Teaching: Methods, Teacher Training, and Curricular Reforms in the Early Twentieth Century*, International Journal for the History of

Mathematics Education, 5(1), 2010, 1-19.
Israel G., Nurzia L., *Fundamental trends and conflicts in Italian Mathematics between the Two World Wars*, Archives Internationales d'Histoire des Sciences, 39 (122), 1989, pp. 111–143.
Magrone P., *Margherita Piazzolla Beloch in the Italian Mathematics Education Tradition*, in Magnaghi-Delfino P., Mele G., Norando T. (eds), *Faces of Geometry,* Lecture Notes in Networks and Systems, vol 172, Springer, Cham, 2020, pp. 209-221.

Meccanismi per risolvere graficamente equazioni differenziali: evoluzione e nuove prospettive

PIETRO MILICI
(Università dell'Insubria)

La storia della risoluzione grafica di equazioni differenziali tramite strumenti può essere divisa in quattro fasi: fondazionale (fine XVII sec.), dimostrativa (inizi XVIII sec.), pratica (a cavallo tra XIX e XX sec.) e didattica (XXI sec.) In ognuno di questi periodi si pone l'accento su alcuni aspetti e se ne trascurano altri.
Nel periodo fondazionale (Huygens, Leibniz) la ricerca è orientata verso l'ideazione astratta di meccanismi per affrontare in modo "esatto" e "puramente geometrico" il problema inverso della tangente. Il processo di invenzione si concretizza in schizzi in cui la semplicità dello strumento risulta una componente essenziale (lo strumento deve incarnare chiaramente un'idea matematica) e in cui manca un'attenzione alla reale progettazione.
Nel secondo periodo (Perks, Poleni, Suardi) le macchine non sono più atte a giustificare il "calcolo" ma a rendere concrete delle curve trascendenti universalmente accettate dai matematici del tempo. Il bisogno non è pratico (strumenti a volte abbastanza imprecisi) ma dimostrativo. La semplicità non ha più un ruolo indispensabile, quello che è imprescindibile è l'utilizzo di strumenti materiali. Rivolgeremo un'enfasi particolare agli strumenti di Poleni, di cui si è effettuata una ricostruzione con l'Università di Brest (Francia).
Dopo un periodo di oblio, simili soluzioni tecniche vengono ideate in maniera indipendente dal passato per effettuare calcoli analogici. Per tale finalità pratica risulta essenziale la precisione ingegneristica e l'usabilità, anche a discapito della semplicità: sono gli "integrafi", ideati e realizzati anche in Italia da E. Pascal.
A distanza di secoli, Poleni e E. Pascal hanno adottato i loro strumenti anche nella didattica: oggigiorno si sta riscoprendo l'uso didattico e divulgativo di questa tipologia di macchine non solo riprendendo macchine esistenti ma anche ideandone nuove con una speciale attenzione alla semplicità del design (per fare focalizzare sul ruolo matematico delle componenti) e alle nuove possibilità costruttive (es. stampa 3D). Ci soffermeremo su una semplificazione e variazione degli integrafi potenzialmente interessante per l'insegnamento dell'analisi.

Bibliografia

Dawson R., Milici P., Plantevin F. (in press), *Gardener's hyperbolas and the dragged-point principle,* American Mathematical Monthly, DOI: 10.1080/00029890.2021.1982634.
Huygens C., *Letter to H. Basnage de Beauval*, *february 1693*, in *OEuvres complètes de Christiaan Huygens*, The Hague, Martinus Nijhoff, 1888-1950, vol. 10, pp. 407-422 and in *Histoire des ouvrages des savants* (or Journal de Rotterdam), pp. 244–257.
Leibniz G.W., *Supplementum geometriae dimensoriae*, Acta Eruditorum, settembre 1693, pp. 385–392 (also in Leibniz G. W., *Mathematische Schriften*, vol. V, edited by C. I. Gerhardt and H. W. Schmidt. Halle, 1858. Reprint: Olms, Hildesheim, 1962, pp. 294–301).
Milici P., *A Geometrical Constructive Approach to Infinitesimal Analysis: Epistemological Potential and Boundaries of Tractional Motion*, in Lolli G., Panza M., Venturi G. (eds), *From Logic to Practice,* Boston Studies in the Philosophy and History of Science, vol. 308, Springer, 2015.
Pascal E., *I miei integrafi per equazioni differenziali*, B. Pellerano, 1914.
Perks J., *The construction and properties of a new quadratrix to the hyperbola*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 25, 1706, pp. 2253–2262.
Suardi G., *Nuovi istromenti per la descrizione di diverse curve antiche e moderne e di molte altre, che servir possono alla speculazione de' geometri, ed all'uso de' pratici*, Brescia, Rizzardi, 1752.

Poleni J., *Epistolarum mathematicarum fasciculus*, Patavii, Typographia Seminarii, 1729.
Tournès D., *La construction tractionnelle des équations différentielles*, Paris, Blanchard, 2009.

Antonio Ròiti a 100 anni dalla morte: le prime ricerche e i rapporti con Enrico Betti

IOLANDA NAGLIATI
(Liceo Scientifico "A. Ròiti" di Ferrara)

L'8 novembre 2021 ricorrono i 100 anni dalla morte dello studioso a cui è intitolato il Liceo scientifico di Ferrara, nato ad Argenta nel 1843. Il Liceo è impegnato da alcuni anni in attività di studio e ricerca (in parte finanziati da progetti nazionali) rivolte a farne conoscere la figura e l'opera agli studenti e alla cittadinanza.
Antonio Ròiti è conosciuto per la sua attività nell'ambito fisico, dove fu professore in varie università e istituti, particolarmente attento all'aspetto sperimentale. Nell'estate 1866, già studente a Pisa, partecipò alla terza guerra d'indipendenza nel Corpo volontari italiani di Giuseppe Garibaldi e fu decorato con la medaglia d'argento al valor militare. La sua formazione e i primi studi si svolsero nel campo della fisica matematica a cui si dedicava all'epoca il suo maestro Enrico Betti. Si laureò infatti in matematica a Pisa nel 1868 sotto la direzione di Betti con la tesi *Sull'espressione della temperatura variabile media degli strati concentrici d'una sfera omogenea*. Una copia manoscritta della tesi è contenuta nelle *Lezioni su Calore e magnetismo* tenute da Betti nell'anno 1867/68 e raccolte dallo stesso Ròiti, conservate ora presso la Biblioteca del Dipartimento di Matematica dell'Università di Firenze. Nello stesso anno Ròiti divenne aiuto alla cattedra di fisica di Riccardo Felici. Conseguì poi nel 1871 sotto la direzione dello stesso Betti l'abilitazione all'insegnamento alla Scuola Normale, e la sua tesi *Sul movimento dei liquidi* venne pubblicata nel primo numero degli Annali della Scuola. Rimase in contatto con Betti anche negli anni seguenti, nelle prime fasi della sua vita professionale rivolta alla fisica, che si svolse poi prevalentemente a Firenze, dove diresse l'Istituto Tecnico. Le collezioni dell'Istituto costituirono i nuclei principali del Museo Galileo e della Fondazione Scienza e Tecnica. Furono significativi anche in questo ambito i suoi rapporti con la Germania, iniziati in gioventù come insegnante di lingua italiana, poi come studioso e collaboratore per la nascita del Deutsches Museum di Monaco. Nel suo lavoro sperimentale si avvalse anche dell'aiuto di Vito Volterra, studente dell'Istituto, consentendogli di non abbandonare la carriera universitaria. L'impegno nella didattica e per la promozione di giovani allievi furono costanti durante tutta la sua attività. Fu socio delle principali accademie e società scientifiche dell'epoca, ebbe numerosi incarichi nella municipalità di Firenze, fu membro del Consiglio superiore per la Pubblica Istruzione e della Commissione reale per la riforma universitaria istituita nel 1910.
Morì a Roma l'8 novembre 1921 e lasciò disposizioni testamentarie in cui chiese di non avere «nessuna commemorazione, né parlata, né stampata».

Bibliografia

Bianchi, S., *Ròiti Antonio*, in *Dizionario Biografico degli Italiani*, Treccani, 88, 2017.
Giusti E. - Pepe L. (eds.), *La matematica in Italia (1800-1950)*, Polistampa, 2001.
Pepe, L., *Matematica e matematici nella Scuola Normale di Pisa 1862-1918*, Annali di Storia delle Università Italiane, 15, 2011, pp. 67-79.
Selleri, S., *Antonio Ròiti*, Il Colle di Galileo, 8(1), 2019, pp. 5-20.

Napoleone matematico. Fu vera gloria?

LUIGI PEPE
(Università di Ferrara)

La Rivoluzione francese portò alla ribalta, nella funzione di insegnanti, matematici come Lagrange, Laplace, Monge, Fourier, Legendre, Vandermonde. Napoleone, che fin dai suoi primi studi alla scuola militare aveva dimostrato grande interesse e predisposizione per la matematica e la storia, scelse tra gli scienziati gran parte dei suoi collaboratori. Nominato membro dell'Institut nel 1797, interveniva su varie questioni. Primo Console

nominò Laplace ministro dell'interno, e senatore (insieme con Lagrange, Monge, Cousin). Diverse testimonianze attestano l'interesse del generale per la matematica: la sua dura reprimenda al fratello Luigi che non era riuscito a calcolare log 44, lo stupore di Lagrange e di Laplace quando insegnò loro a trovare il centro di un cerchio con il solo ausilio del compasso. Si trattava in questo caso di uno dei problemi della *Geometria del Compasso* che Lorenzo Mascheroni gli aveva dedicato nel 1797. In vari momenti della sua vita Napoleone dimostrò grande interesse alle scienze e in particolare alla matematica. Nel 1799 quando si accingeva a partire dall'Egitto dichiarava che nella sua adolescenza aveva sognato di diventare un secondo Newton. Alla vigilia del colpo di stato del 18 brumaio, in un momento di crisi, disse che voleva tornare alla vita privata e studiare matematica. All'Elba si portò tra i suoi libri le lezioni di Monge, Lagrange e Laplace all'Ecole Normale. Dopo la seconda abdicazione, quando sperava di essere accolto in America, espresse a Monge il desiderio di dedicarsi allo studio della matematica, sotto la sua guida. A Bernardin de Saint Pierre, letterato allora famoso, rimproverò di non conoscere il calcolo differenziale.
Tutte le testimonianze su Napoleone matematico comportano tuttavia l'uso di strumenti matematici elementari, che si possono trovare in un buon manuale di matematica in uso nelle scuole di artiglieria, ad esempio il Bézout (come notava Chaptal). Se per matematico si intende invece chi, in qualche modo, ha esteso i confini della scienza in modo significativo, Napoleone non fu un matematico. Ebbe ben altri motivi per passare alla storia.

Bibliografia

Grattan-Guinness I., *Convolutions in French Mathematics, 1800-1840*, vol. 3, Basel, Birkhauser,1990.
Dhombres N. et J., *Naissance d'un nouveau pouvoir. Sciences et savants en France, 1793-1824*, Paris, Payot, 1989.
Gillispie C.C., *Science and Polity in France: the Revolutionnary and Napoleonic Years*, Princeton University Press, 2004.
Patergnani E., Pepe L., *Les mathematiciens français et italiens du «siecle long»: 1700-1814* (traduzione di Natasa Raschi e Cristina Trinchero), Bollettino di storia delle scienze matematiche 41, n. 1, 2021, pp. 163-179.

La matematica ricreativa dalla storia alla scuola di oggi

LUIGI REGOLIOSI, LUCA BIASCO, ANA MILLÁN GASCA
(Università Roma Tre)

Nella scuola di oggi è possibile un approccio alle matematiche elementari attraverso il gioco?
Nella tesi di dottorato in fase di conclusione del dott. Luigi Regoliosi si è affrontata la questione pedagogica delle matematiche elementari nella scuola secondaria dell'obbligo oggi, partendo da una riflessione sulla matematica ricreativa, sul suo significato all'interno del pensiero matematico e sul suo rapporto con le matematiche elementari, collegando questa riflessione all'antropologia del gioco. Per indagare i lineamenti pedagogici che dovrebbero caratterizzare un simile approccio nella direzione di una "matematica per tutti" ci si è rivolti all'indagine storica. Lavori storici recenti propongono la matematica ricreativa non solo come enorme contenitore di singoli quesiti, ma soprattutto come fenomeno culturale in grado di ampliare la nostra visione sull'universo matematico.
In questa comunicazione si descriverà prima l'evoluzione della storiografia sulla matematica ricreativa e successivamente si cercherà di delineare alcune fasi nella storia della matematica ricreativa moderna, dalla circolazione di quesiti ricreativi nella tradizione orale oppure in opere di aritmetica a stampa o manoscritte alla prima opera a stampa del Seicento di Bachet (1612), fino al rilancio e al rinnovamento nel collegamento con l'istruzione matematica grazie a Lucas (1842-1891) e altri.
In conclusione, si cercherà di mettere in evidenza gli elementi culturali – e antropologici – che la storiografia della matematica ricreativa offre alla didattica della matematica.

Bibliografia

Caillois R., *I giochi e gli uomini. La maschera e la vertigine* (tit. orig. *Les Jeux et les hommes: le masque et le vertige* 1958), Milano, Bompiani, 1994.
Chabaud G., [Tesi di dottorato] *Sciences en jeux: les «récréations mathématiques et physiques en France du xviie au xviiie siècle»*, Paris, EHESS, 1994.
Chemla K. (a cura di), *Explorations on the History of Recreational Mathematics*, Historia Mathematica, 41(4), 2014, pp. 367-517.
De Guzman M., *Juegos matemáticos en la enseñanza*, in *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas Santa Cruz de Tenerife, 10-14 Septiembre 1984*, Santa Cruz de Tenerife, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton, 1984.
Ernest P., *Games. A Rationale for Their Use in the Teaching of Mathematics in School*, Mathematics in School, 15 (1), 1986, pp. 2-5.
Heeffer A., *Récréations Mathématiques (1624). A Study on its Authorship, Sources and Influence*, Gibecière: Journal of the Conjuring Arts Research Center, 2, 2006, pp. 77-167.
Høyrup J., *Mathematics Practical and Recreational*, in *Encyclopaedia of the History of Science, Technology and Medicine in Non-Western Cultures*, 1997, pp. 660-663.
Huizinga J., *Homo ludens*, Torino, Einaudi, 1938 (ediz. 2002).
Pelay N., *Jeu et apprentissages mathematiques: élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*, [Tesi di dottorato], Lyon: Université Claude Bernard – Lyon 1, 2011.
Smith D. E., *History of mathematics*, Boston, Ginn and Company, 1925 (rivista da May Luse Smith E. 1953).
Tropfke J., *Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung mit besonderer Berücksichtigung der Fachwörter*, vol. 1: *Arithmetik und Algebra*, (rivista da Vögel, Kurt, Reich, Karin, Gericke, Helmuth), Berlin, de Gruyter, 1980.

Weingarten e il problema dell'applicabilità: dieci anni di lavoro

RACHELE RIVIS
(Università di Milano)

In *Théorie de la déformation des surfaces* Bour riuscì a scrivere un'equazione differenziale del secondo ordine di cui lui stesso disse: "*è persino curioso che uno possa ottenere un'equazione [...] dotata di una così grande generalità*". Essa descrive, infatti, tutte e sole le superfici applicabili, cioè localmente isometriche, ad una superficie assegnata. Si tratta, però, di un'equazione che risultava integrabile, con metodi allora noti, solo nel caso di superfici sviluppabili.

Julius Weingarten nel 1884 mise in luce una criticità dell'equazione di Bour: essa ammette soluzioni che non corrispondono a superfici reali. Tra il 1863 e il 1891, inoltre, erano state individuate classi di superfici applicabili la cui esistenza non poteva essere dedotta direttamente a partire dall'equazione di Bour (si veda Bianchi, 1910).

In una memoria premiata al *Grand Prix de Mathématiques* assegnato nel 1894 dall'Accademia di Parigi, Weingarten riuscì a elaborare un nuovo approccio al problema dell'applicabilità che lo condusse a sostituire l'equazione di Bour con una nuova equazione. Essa, oltre a risolvere il problema della sovrabbondanza delle soluzioni che affliggeva la teoria di Bour, risultava integrabile con metodi noti in tutti i casi di classi di superfici applicabili allora conosciuti.

Il percorso scientifico che condusse Weingarten a sviluppare un tale approccio è ben documentato, oltre che dalle pubblicazioni degli anni 1884-1894, anche dalla cospicua corrispondenza che Weingarten intrattenne con Luigi Bianchi.

Attraverso l'analisi di tali fonti, l'intervento si propone di ripercorrere ed analizzare alcune tappe fondamentali del processo che condusse Weingarten a riformulare la teoria dell'applicabilità tra superfici immerse nello spazio euclideo.

Bibliografia

Bianchi L., *Opere* (corrispondenza), vol. XI, ed. Cremonese, Roma, 1959.

Bianchi L., *Vita ed opera scientifica di Julius Weingarten*, Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, (5), 19, 1910, pp. 470-477.
Bour E., *Théorie de la déformation des surfaces*, Journal de l'École Impériale Polytechnique, XXII, 1862, pp. 1-148.
Weingarten J., *Über die Theorie der aufeinander abwickelbaren Oberflächen*, in *Festschrift der Königlich technischen Hochschule zu Berlin*, Berlin, Reichsdruckerei, 1884, pp. 1-43.
Weingarten J., *Eine neue Classe auf einander abwickelbaren Flächen,* Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1887, pp. 28-31.
Weingarten J., *Sur la théorie des surfaces applicables sur une surface donnée,* Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, 112, 1891, pp.706-710.
Weingarten J., *Sur une équation aux différences partielles du second ordre,* Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, 106, 1893, pp. 493-496.
Weingarten J., *Sur la déformation des surfaces*, Acta Mathematica, 20, 1897, pp. 159-200.

L'epistolario di Quintino Sella tra scienza, politica e istruzione

CLARA SILVIA ROERO
(Università di Torino)

L'edizione critica dei carteggi di matematici e scienziati che nel corso della loro vita si sono dedicati all'istruzione, alla politica e all'organizzazione culturale della propria nazione è utile sotto molti aspetti, se viene curata con la debita attenzione. In particolare, nell'epoca post-napoleonica, del risorgimento e del primo periodo unitario, l'epistolario di Quintino Sella permette di documentare la rete di colleghi, politici e collaboratori che contribuirono all'organizzazione degli studi scientifici e all'avviamento alle professioni tecniche in vari settori, con un attento confronto con le altre nazioni.
Nel mio intervento intendo evidenziare alcune delle tematiche relative ai legami fra scienza, politica e istruzione nei carteggi di Sella con i matematici C. I. Giulio, G. V. Schiaparelli, L. Cremona, L. F. Menabrea A. Genocchi e P. Conti, con gli ingegneri, i mineralogisti e gli accademici.

Bibliografia

Bonzo C., *Il carteggio fra Federigo Sclopis di Salerano e Q. Sella*, Rivista di Storia dell'Università di Torino (RSUT), VII.2, 2018, pp. 329-378.
Brigaglia A., Di Sieno S., Roero C.S., Testi S., *Il carteggio fra Luigi Cremona e Q. Sella 1861-1884*, RSUT, VIII.2, 2019, pp. 179-292.
Carbone L., Cardone G., Faella L., *L'epistolario Genocchi-Sella 1851-1883,* Rend. Acc. Sci. Fis. Mat. Napoli, 68, 2001, pp. 147-201; 69, 2992, pp. 93-135.
Del Negro P., Pepe L. (a cura di), *Le università napoleoniche. Uno spartiacque nella storia italiana ed europea dell'istruzione superiore*, Bologna, Clueb 2008.
Ferraris C., Weinert O., Ferraris G., *La correspondance entre Alfred Des Cloizeaux et Quintino Sella*, RSUT, VII.1, 2018, pp. 1-98.
Ferraris C., Weinert O., Ferraris G., *La correspondance entre Henri Hureau de Sénarmont et Quintino Sella*, RSUT, IX.2, 2020, pp. 51-127.
Pizzarelli C., Roero C.S., *Il carteggio fra Giovanni V. Schiaparelli e Q. Sella 1857-1884*, RSUT, V.1, 2015, pp. 1-124.
Pizzarelli C., *Il carteggio fra Carlo Ignazio Giulio e Quintino Sella 1851-1858*, RSUT, VI.1, 2017, pp. 1-43.
Roero C.S., *Il sodalizio fra Giovanni V. Schiaparelli e Quintino Sella all'Accademia dei Lincei nel carteggio inedito 1875-1884*, RSUT, VIII.1, 2019, pp. 69-132.
Scoth R., Dal Piaz G., *Le lettere di Felice Giordano a Quintino Sella. Parte prima 1847-1859*, RSUT, IX.2, 2020, pp. 145-272.

L'algebra dell'ottica nei lavori di Felice Casorati

RICCARDO ROSSO
(Università di Pavia)

Dal 1868 al 1875 Felice Casorati tenne un corso di Geodesia all'Istituto Tecnico Superiore, succedendo a Giovanni Virginio Schiaparelli. Uno dei temi portanti del corso, la teoria degli strumenti ottici, gli fornì la possibilità di accostarsi all'ottica gaussiana. Proprio in questo settore egli diede dei contributi originali in lavori pubblicati nel 1872 dove introdusse per primo i determinanti come ausilio per ottenere i parametri della traiettoria di un raggio luminoso rifratto in funzione delle caratteristiche dello strumento ottico e del raggio incidente. Casorati non si limitò a considerare strumenti ottici a rifrazione centrati, in cui cioè le superficie sferiche che separano i vari mezzi costituenti lo strumento hanno i centri allineati ma si concentrò anche sul caso non centrato, pur rimanendo nei limiti dell'approssimazione parassiale imposti dalla teoria di Gauss. In particolare, egli determinò la posizione della retta cardinale, destinata a svolgere la funzione dell'asse ottico negli strumenti centrati. In questa comunicazione espongo ricerche condotte in collaborazione con Arrigo Pisati che permettono di apprezzare il ruolo pionieristico di Casorati nell'applicazione dell'algebra lineare all'ottica geometrica.

Bibliografia

Casorati F., *Le proprietà cardinali degli strumenti ottici anche non centrati*, Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, 5 (S. II), 1872, pp. 179-192.
Casorati F., *Le proprietà cardinali degli strumenti ottici anche non centrati*, in Casorati F., Cremona L., *Per le nozze di Camilla Brioschi con Costanzo Carcano*, Bernardoni, Milano, 1872, pp. 1-99.
Casorati F., *Alcuni strumenti topografici a riflessione e le proprietà cardinali dei cannocchiali anche non centrati*, Bernardoni, Milano, 1872.
Ferraris G., *Le proprietà cardinali degli strumenti diottrici. Esposizione elementare della teoria di Gauss e delle sue applicazioni*, Loescher, Torino, 1877.
Gauss C.F., *Dioptrische Untersuchungen*, Abhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1, 1838-1841.
Gerrard A., Burch J.M., *Introduction to Matrix Optics*, Dover, New York, 1994.
Herzberger M., *Gaussian Optics and Gaussian Brackets*, Journal of the Optical Society of America, 33, 1943, pp. 651-655.
Jadanza N., *Teorica dei cannocchiali esposta secondo il metodo di Gauss*, Loescher, Torino, 1885.
Kloos G., *Matrix Methods for Optical Layout*, SPIE Press, Bellingham, Washington, (U.S.A.), 2007.
Neesen F., *Ueber die Abbildung von leuchtenden Objekten in einem nicht centrirten Linsensystem*, Georgi, Bonn, 1871.
Stavroudis O.N., *The Optics of Rays, Wavefronts, and Caustics*, Academic Press, New York and London, 1972.
Tanaka K., *Paraxial theory in optical design in terms of Gaussian brackets*, Progress in Optics, XXIII, 1986, pp. 63-111.

Tra le carte inedite di G. Fano: appunti e vedute sulle threefolds

ELENA SCALAMBRO
(Università di Torino)

"Ci consta che il Fano aveva in animo di redigere un'esposizione d'assieme di questi ultimi lavori […]. Non ci è però noto fino a qual punto Egli abbia potuto dare corso a tale progetto; e sarebbe indubbiamente di grandissimo interesse se, fra le Sue carte, si potesse ritrovare qualcosa di conclusivo a riguardo.": così si conclude il necrologio di Gino Fano firmato da Beniamino Segre nel 1952.

L'autore fa qui riferimento alle ricerche sulle varietà algebriche tridimensionali, campo in cui Fano svolse una vera e propria opera di pioniere, dedicando quasi cinquant'anni al loro studio. Uno dei suoi apporti più

importanti è l'introduzione di quelle varietà V di dimensione tre il cui sistema anticanonico $| - K_V |$ è ampio, oggi note come Fano threefolds. I risultati ottenuti da Fano in questo ambito, pur non raggiungendo il pieno rigore, costituiscono uno dei contributi più avanzati della Scuola italiana di geometria algebrica.
Da una recente analisi e rimpaginazione dei manoscritti del Fondo Fano, custodito presso la Biblioteca Speciale di Matematica "G. Peano" dell'Università di Torino, sono venute alla luce alcune carte relative alle indagini di Fano sulle threefolds (Scritti. 4, cc. 45-46, 52, 128-131). L'obiettivo di questa comunicazione è dunque quello analizzare in prospettiva storico-critica queste note manoscritte, ponendole in relazione con i lavori a stampa di Fano dedicati alla classificazione di tali varietà, in base alle sezioni iperpiane, e alla questione della loro razionalità.
La trattazione di Fano, caratterizzata da uno stile puramente sintetico e dal metodo della "doppia proiezione", costituisce la base degli attuali risultati di classificazione di V.A. Iskovskih (1977) and S. Mori and S. Mukai (1981). Nella geometria algebrica contemporanea le varietà di Fano rappresentano uno degli elementi fondamentali per la classificazione delle varietà algebriche di dimensione qualsiasi: le loro radici storiche meritano quindi di essere approfondite.

Bibliografia

Collino A., Conte A., Verra A., *On the life and scientific work of Gino Fano*, La Matematica nella Società e nella Cultura, Rivista dell'UMI, 7(1), 2014, pp. 99–137.
Fano G., *Sulle varietà algebriche a tre dimensioni aventi tutti i generi nulli*, in *Atti del Congresso Internazionale dei matematici*, Bologna 3-10 settembre 1928, Bologna, Zanichelli, 4, 1931, pp. 115–121.
Fano G., *Irrazionalità della forma cubica generale dello spazio a quattro dimensioni*, Rendiconti del Seminario Matematico Università e Politecnico di Torino, 9, 1950, pp. 21–45.
Iskovskih V.A., *Fano threefolds*, I, Mathematics of the USSR-Izvestiya, 11(3), 1977, pp. 485–527.
Mori S., Mukai S., *Classification of Fano 3-folds with* $B_2 \geq 2$, Manuscripta Mathematica, 36, 1981, pp. 147–162.
Murre J.P., *On the work of Gino Fano on three-dimensional algebraic varieties*, in Brigaglia et alii (eds.), *Algebra e geometria (1860-1940): il contributo italiano*, Supplemento ai Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, s.2, 26, 1994, 219–229.
Segre B., *Gino Fano. Necrologio*, Archimede, 4, 1952, pp. 262–263.

La disputatio (debate) in matematica: una pratica antica per lo sviluppo delle competenze matematiche in chiave moderna

MATTEO TORRE
(Liceo Scientifico "G. Peano" di Tortona)

Il Debate è una strategia didattica che si sta diffondendo sempre più nelle scuole italiane per la sua forte valenza formativa ed educativa. Si tratta di un confronto tra posizioni diverse (pro e contro), strutturato da ben precise regole, su una tematica di carattere generale (sia curricolare che extracurricolare, di attualità o di altro genere), da cui scaturisce una mozione, vale a dire un'affermazione dibattibile, che quindi ammetta la possibilità di uno schieramento a favore o contro.
La matematica non si è mai accontentata di misurare la realtà che appare, con strumenti che si sovrappongano a essa dall'esterno, ma si è proposta di andare oltre le apparenze, per conoscere le cause. Questa è la funzione della dimostrazione, come sosteneva Aristotele. Sono convinto che utilizzando il debate in matematica (di cui presenteremo due format) si potrebbero sviluppare competenze chiave sull'argomentazione e la confutazione in matematica, imparando ad usare la propria "voce matematica" e con l'obiettivo di migliorare il linguaggio specifico della matematica, nonché conoscere nuovi aspetti legati alla storia della matematica. Il debate in matematica non è certamente una scoperta della pedagogia moderna: sin dal XVI secolo le dispute e le sfide su problemi algebrici e geometrici costituivano il modo per ottenere la cattedra. In queste sfide uno studioso inviava a un altro alcuni problemi e lo sfidato doveva cercare di risolverli entro un termine prestabilito, proponendo a sua volta all'avversario ulteriori quesiti. Vi erano inoltre specifici libri detti tesari, ovvero

raccolte di tesi che venivano discusse e sostenute dagli studenti nelle antiche università. Questo contributo vuole proporre due format per il debate in matematica, già apprezzate dalla Società Nazionale Debate Italia (https://www.sn-di.it/), che tenta di utilizzare in ambito didattico aspetti di storia della matematica inquadrabili nel solco della tradizione degli algebristi italiani del '500 e senza dimenticare l'insegnamento di Imre Lakatos nel suo meraviglioso testo *Dimostrazioni e Confutazioni*: "la matematica non è l'accumulo costante di verità, ma il progressivo miglioramento di ipotesi creative per prove ed errori e attraverso le loro confutazioni". Infine, sono convinto che il debate in matematica costituisca un rinforzo delle competenze metacognitive (cognizione più profonda), come sostenuto anche da Carpenter, Franke e Levi: "Gli studenti che imparano ad articolare e giustificare le proprie idee matematiche, ragionano attraverso spiegazioni matematiche proprie e altrui e forniscono una motivazione per le loro risposte sviluppano una profonda comprensione che è fondamentale per il loro futuro successo in matematica e campi correlati".

Bibliografia

Bottazzini U., *La "grande arte": l'algebra del rinascimento*, in Franco Abbri (a cura di) *Storia della scienza moderna e contemporanea*, UTET, Torino, 1988.

Carpenter T.P., Franke M.L., Levi L., *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*, Portsmouth, NH: Heinemann, 2003, p. 6.

De Conti M., Giangrande M., *Debate. Pratica, teoria e pedagogia*, Pearson, Milano, 2017.

Lakatos I., *Dimostrazioni e confutazioni. La logica della scoperta matematica*, Feltrinelli, Milano, 1979.

Lolli G., Tortoriello F.S., *L'arte di pensare*, UTET, Torino, 2020.

Il carisma di Bourbaki nell'Oulipo
Analisi storica e comparativa di due realtà parallele

ELENA TOSCANO, MARIA ALESSANDRA VACCARO
(Università di Palermo)

Dopo avere delineato la figura di François Le Lionnais (1901-1984) analizzando i lavori più rappresentativi della sua concezione sul profondo legame esistente tra matematica e letteratura [8], con questo contributo investighiamo le relazioni storiche tra Bourbaki e il movimento artistico-letterario Oulipo attraverso un esame comparativo tra i due gruppi che evidenzia l'esistenza di un innegabile carisma del "matematico policefalo" su Oulipo [6-7].

Le Lionnais, erudito dalla cultura poliedrica, pur non essendo né un matematico né un letterato "di professione" nell'arco della sua vita ha indirizzato i suoi interessi verso la teorizzazione della cosiddetta "letteratura potenziale" [5] fondando a tal fine l'Oulipo nel 1960 insieme a Raymond Queneau (1903-1976) [2]. Negli stessi anni in cui nasce l'Oulipo, Bourbaki è una realtà già consolidata che, con il pretesto di rinnovare e riorganizzare l'insegnamento superiore della matematica, aveva creato una vera e propria rivoluzione nel modo di concepire e fare matematica [1]. Bourbaki contribuisce con un articolo [3] a *Les grands courants de la pensée mathématique* [4], un'opera sullo stato dell'arte, gli sviluppi e le influenze delle ricerche in matematica per realizzare la quale Le Lionnais coinvolge e coordina alcuni dei più grandi matematici dell'epoca, tra cui i bourbakisti André Weil e Jean Dieudonné, ma anche artisti e intellettuali del calibro di Le Corbusier e Louis De Broglie. Tale lavoro si può considerare il manifesto ideologico del gruppo bourbakista come si evince dall'affermazione «l'evoluzione interna della matematica, malgrado le apparenze, ha rafforzato più che mai l'unità delle sue diverse parti e ha creato una sorta di nocciolo centrale più coerente di quanto sia mai stato. L'essenziale di questa evoluzione è consistito in una sistematizzazione delle relazioni esistenti tra le diverse teorie matematiche e si riassume in una tendenza che è generalmente conosciuta sotto il nome di "metodo assiomatico"».

Il tema dell'influenza delle idee e delle metodologie bourbakiste su discipline che trascendono l'ambito matematico è stato frequentemente affrontato e, in particolare, la riflessione sul rapporto tra Bourbaki e Oulipo ha animato un appassionato dibattito in seno alla critica letteraria. Nonostante tale relazione sia addirittura suggerita da alcuni oulipiens, l'argomento sinora è stato spesso trattato in modo incompleto suggerendo tout court che vi sia una "relazione di subordine" di Oulipo nei confronti di Bourbaki basata su motivazioni meramente cronologiche.

Bibliografia

[1] Beaulieu L., Bourbaki N., *Une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934-1944)*, PhD Thesis (Histoire et sociopolitique des sciences), Université de Montréal 1989.
[2] Bloomfield C., *Raconter l'Oulipo (1960-2000). Histoire et sociologie d'un groupe*, Honore Champion Editeur, Paris 2017.
[3] Bourbaki N., *The Architecture of Mathematics*, The American Mathematical Monthly, 57 (4), 1950, pp. 221-232.
[4] Le Lionnais F. (ed.), *Les Grands Courants de la pensée mathématique*, Cahiers du Sud, Marseilles, 1948.
[5] Oulipo, *La Littérature potentielle: créations, re-créations, récréations*, Gallimard, Paris, 1973.
[6] Queneau R., *Bourbaki et les mathématiques de demain*, Critique 18 (176), 1962, pp. 3-18.
[7] Roubaud J., *Bourbaki and the Oulipo*, Journal of Romance Studies 7(3), 2007, pp. 123-132.
[8] Toscano E., Vaccaro M.A., *François Le Lionnais and the Oulipo. The Unexpected Role of Mathematics in Literature*, in M. Emmer, & M. Abate (ed.), *Imagine Math 7: between culture and mathematics*, Springer Nature Switzerland AG, Heidelberg, 2020, pp. 383-408.

Di gruppo … in gruppo

VERENA ZUDINI
(Università di Trieste)
NATALE STUCCHI
(Università di Milano-Bicocca)

La teoria dei gruppi è una delle branche della matematica che si è rivelata più ricca di sviluppi nel corso della storia, dalle sue origini in relazione al problema della ricerca di formule risolutive per le equazioni algebriche, ai suoi primi modelli ("gruppi di permutazioni"), alla sua estensione, in vista della classificazione delle varie geometrie - resasi necessaria dopo l'avvento delle geometrie non euclidee -, alle sue diverse applicazioni nei più svariati ambiti.
Il concetto di gruppo ha trovato, in effetti, applicazione nelle discipline più varie, dalla fisica alle scienze naturali, dalle arti visive alla musica. In particolare, la psicologia se ne è servita per rappresentare i propri oggetti e le strutture che li legano: ad esempio, in psicologia sociale si è fatto uso del concetto di sottogruppo (derivato da quello di gruppo) nella rappresentazione delle "reti sociali", nell'ambito della cosiddetta "algebra relazionale" o "algebra delle reti sociali" ; nella teoria dello sviluppo cognitivo sviluppata da Jean Piaget, ci si riferisce, in relazione al dominio delle "operazioni proposizionali", al concetto di "gruppo INRC" (acronimo di "identità", "negazione", "reciprocità", "correlatività"), inteso come un sistema di possibili "forme di mobilità di pensiero" di cui un soggetto si dimostra capace nell'esecuzione di un compito; in psicologia della percezione, si utilizza, altresì, la teoria dei gruppi per trattare della simmetria.
La simmetria può essere considerata come un indice di misura della regolarità percettiva della forma di un oggetto, connessa anche alla sua valenza estetica. In quest'ottica, si può quindi pensare a una classificazione delle forme fenomeniche sotto l'aspetto della simmetria, utilizzando come base il criterio dell'invarianza per le forme percettive. Un esempio di applicazione del principio degli invarianti nello studio della visione è quello delle costanze percettive (di forma e di grandezza): esse si possono interpretare come una invarianza rispetto al gruppo di trasformazioni che lasciano, appunto, invarianti le proprietà metriche, ossia i movimenti rigidi nello spazio tridimensionale euclideo.
In generale, si parla di "approccio trasformazionale alla visione" per tutti gli ambiti della psicologia della percezione dove si usa il concetto algebrico di gruppo di trasformazioni, per problemi che possono riguardare, nello specifico, tanto la psicologia descrittiva della percezione (intesa come studio dei risultati dell'attività percettiva) quanto quella genetica (ossia lo studio dei processi di formazione dei risultati dell'attività percettiva).

Bibliografia

Cassirer E., *The concept of group and the theory of perception*, Philosophy and Phenomenological Research, 5 (1), 1944, pp. 1-36.

Musatti C. L., *Teoria dei gruppi matematici e percezione*, Rivista di Psicologia, 51(4), 1957, pp. 331-341.

Musatti C. L., *Les caractères perceptifs des objets et la théorie mathématique des groupes*, Acta Psychologica, 14 (1), 1958, pp. 41-53.

Musatti C. L., *Di alcune analogie fra problemi della percezione e problemi logico-matematici*, Rivista di Psicologia, 52 (1), 1958, pp. 3-21.

Stucchi N., Graci V., Toneatto C., & Scocchia L., *The perceptual salience of symmetrical and asymmetrical sections of a line*, Perception, 39, 2010, pp. 1026-1042.

Stucchi N., Scocchia L., & Carlini A., *When geometry constrains vision: Systematic misperceptions within geometrical configurations*, PLOS ONE, 11(3), 2016, pp. 1-19.

Weyl H., *Symmetry*, Princeton University Press, 1952 (traduzione italiana *Simmetria*, Milano, Feltrinelli, 1962).

Zudini V., Antonelli M., Stucchi N., *Il gruppo. Un concetto trasversale dalla matematica alla psicologia*, Teorie & Modelli, 16 (1), 2011, pp. 79-100.