

Lezioni di Geofisica Applicata per l'Archeologia

Prof. Giovanni Santarato.

Il georadar.

Introduzione

Cominciamo dalla definizione di onde elettromagnetiche (e.m.). Si tratta di un fenomeno ondulatorio, del tutto simile nelle modalità di propagazione alle onde elastiche, nel quale però non ci sono particelle materiali vibranti ma, per essere precisi, un campo elettrico ed un campo magnetico oscillanti ed intimamente associati tra loro a formare un campo elettromagnetico. Una caratteristica fondamentale delle onde è la frequenza f , cioè il numero di oscillazioni nell'unità di tempo, espressa in Hz: questo è vero anche per le onde e.m.. Esempi ben noti di onde e.m. sono la luce visibile, i raggi ultravioletti, i raggi X, le onde radio,... Queste onde differiscono tra loro solo per la frequenza, per quelle citate la più bassa è quella delle onde radio, la più alta quella dei raggi X. L'energia trasportata dalle onde è in grado di dar luogo a correnti elettriche nei mezzi attraversati (non nel vuoto): è questo il modo principale col quale esse vengono assorbite. Un mezzo che non assorbe le onde e.m. è un mezzo nel quale non si possono formare correnti elettriche, cioè un mezzo isolante: classico esempio è il vetro.

Nel vuoto la velocità delle onde e.m., c , è data da:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}},$$

dove μ_0 è la già nota permeabilità magnetica assoluta del vuoto e ϵ_0 è una nuova proprietà, detta permittività dielettrica¹. La velocità della luce nel vuoto vale circa 300.000 km/s = $3 \cdot 10^8$ m/s.

Tenuto conto che la permeabilità magnetica dei materiali è, salvo pochi casi (i minerali ferromagnetici), all'incirca uguale a quella del vuoto, e definita la permittività dielettrica relativa come $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$, in un mezzo materiale qualsiasi, non ferromagnetico, la velocità della luce v sarà, con buona approssimazione:

$$v \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

cioè la velocità della luce è divisa per la radice quadrata della permittività dielettrica relativa. Ad es. per l'acqua $\epsilon_r = 81$ e quindi con facile calcolo $v = c/9 = 3,33 \cdot 10^7$ m/s che corrisponde, in cm/ns (centimetri per nanosecondo), a 3,33 cm/ns. Questa, per semplice comodità (i numeri sono più... umani), è la sub-unità di misura della velocità delle onde e.m. che viene comunemente usata nel metodo del georadar.

Nella tabella 1 sono riportati i valori della permittività dielettrica relativa e della velocità delle onde e.m. nei mezzi materiali più comuni.

Nella figura 1 è riportata la dipendenza della velocità delle onde e.m. dalla permittività dielettrica relativa.

¹ La permittività dielettrica è il nome esatto di quella che viene comunemente chiamata "costante dielettrica", che, essendo una proprietà dei mezzi materiali, quindi variabile come si evince dalla tabella 1, costante non è.

materiale	ϵ_r	v (cm/ns)
aria	1	30
Acqua dolce	81	3.3
Sabbia secca	4-6	12-15
Sabbia satura d'acqua	30	5.5
Argilla satura d'acqua	8-12	9-11
ghiaccio	3-5	13-17
granito	5	13
Rocce carbonatiche (calcari, dolomie)	7-9	10-11
cemento	6.4	12

Tabella 1: Permittività dielettrica relativa ϵ_r e velocità v di propagazione delle onde e.m. in alcuni mezzi materiali

Ma non sempre le onde e.m. viaggiano nei mezzi materiali con la velocità data dalla formuletta riportata. Questo è vero solo se la frequenza è sufficientemente alta e dipende anche dalla resistività elettrica del mezzo materiale. Si può dimostrare che più la resistività è alta, minore è il limite di frequenza oltre il quale le onde e.m. si propagano con tale velocità. Per i mezzi materiali più comuni tale limite di frequenza è intorno a 10 MHz. Sotto tale limite sorgono fenomeni complessi di interazione onda-mezzo conduttore e la propagazione non segue più le caratteristiche di un moto ondulatorio, che sia cioè caratterizzato da un fronte d'onda e da un raggio d'onda.

Sopra tale frequenza quindi le onde e.m. si propagano come le onde elastiche, in particolare riflettendosi e trasmettendosi cambiando direzione, cioè rifrangendosi, ogni volta che incontrano una variazione della velocità. Si ricordi il fenomeno del “bastone spezzato”: un bastone, immerso in acqua, dove la velocità delle onde e.m. è molto più bassa che nell'aria, sembra spezzato perché i raggi che partono da esso cambiano direzione al passare dall'acqua all'aria ed al nostro occhio forniscono per l'appunto un'immagine “fuori posto” della parte del bastone in acqua.

Il cosiddetto “georadar”, in inglese “Ground Probing (o Penetrating) Radar” o G.P.R., è uno strumento che trasmette e riceve impulsi di onde e.m. a frequenza compresa normalmente tra 50 MHz e 2000 MHz. Esso sfrutta il principio del radar, con la differenza che l'impulso è diretto nel sottosuolo. Ad ogni superficie di separazione della velocità delle onde e.m., e cioè, in base alla formuletta vista più sopra, della permittività dielettrica, parte dell'energia dell'impulso si rifletterà, tornando in superficie.

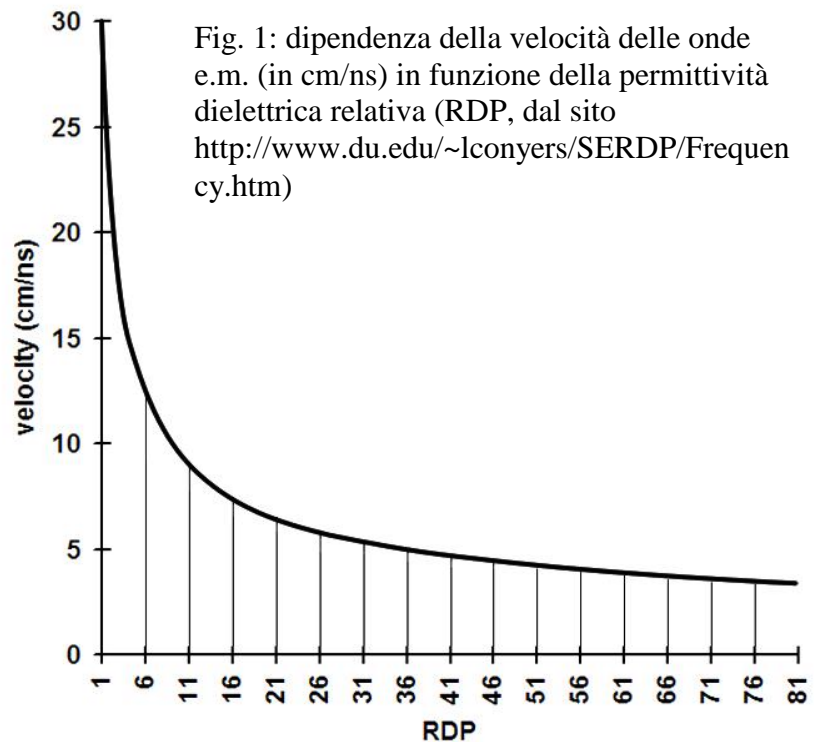
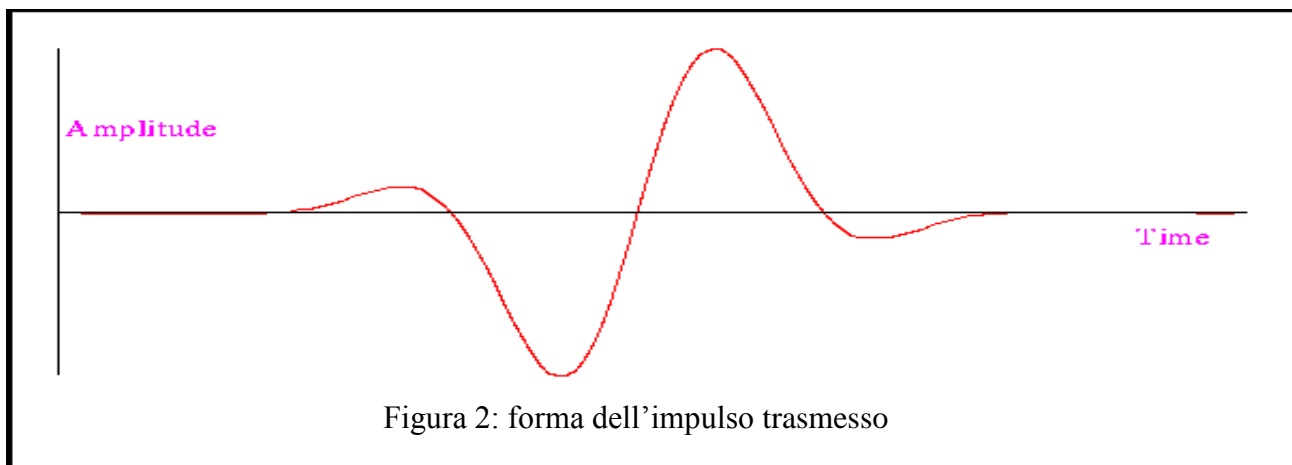


Fig. 1: dipendenza della velocità delle onde e.m. (in cm/ns) in funzione della permittività dielettrica relativa (RDP, dal sito <http://www.du.edu/~lconyers/SERDP/Frequency.htm>)

Lo strumento.

Lo strumento è composto da una consolle, contenente il sistema di selezione della frequenza, di generazione dell'impulso, il sistema di registrazione e di riproduzione video delle immagini ottenute. L'impulso viene inviato ad un'antenna, del tutto simile a quelle radio, e immesso nel corpo da investigare; una seconda antenna riceve le riflessioni e le manda al sistema di registrazione (figura 2).



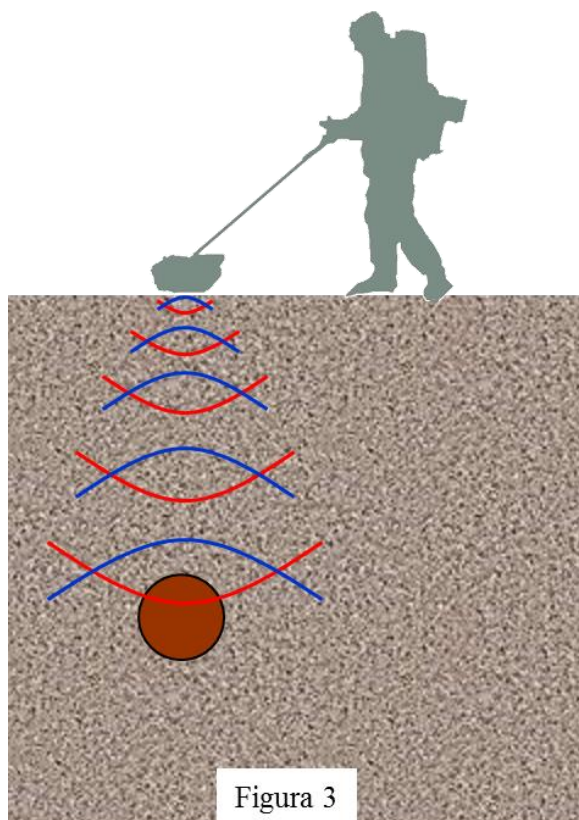
Come si vede dalla figura 2, un impulso è un'oscillazione sinusoidale troncata; la frequenza è la frequenza della sinusoide. Il periodo T , cioè il tempo che impiega l'onda a fare un'oscillazione completa, è il reciproco della frequenza e nella figura 2 è la distanza (in secondi) tra due massimi consecutivi. La lunghezza d'onda, λ , è invece la distanza tra due massimi consecutivi nello spazio (si ricordino le onde che si propagano alla superficie di uno specchio d'acqua): essa è la distanza che un'onda percorre in un tempo pari al periodo T , da cui discende la relazione tra lunghezza d'onda λ , periodo T (o frequenza $f=1/T$) e velocità v di un'onda:

$$v = \lambda/T = \lambda f.$$

Ricordiamo ora che la frequenza è una caratteristica tipica della sorgente (siamo noi che determiniamo la frequenza dell'impulso da trasmettere), mentre, poiché la velocità è una proprietà del mezzo, la lunghezza d'onda dipende da entrambe.

Quanto dura un impulso? La durata dell'impulso è all'incirca pari al periodo dell'oscillazione. Facciamo un esempio: se l'impulso è a frequenza di 1000 MHz, cioè 1 GHz, il suo periodo, e di fatto la sua durata, è di 1 ns.

L'impulso trasmesso subisce una prima riflessione alla superficie del suolo, poi si propaga alla velocità specifica del suolo stesso fino alla prima superficie di discontinuità della permittività dielettrica; parte si riflette e verrà registrata dall'antenna ricevente, parte si trasmette e sarà disponibile per la riflessione ad una successiva discontinuità (figura 3).



Come vengono rappresentati gli impulsi ricevuti? In un diagramma dove l'asse dei tempi è orientato positivamente verso il basso; in questo modo ogni evento di riflessione finisce per fornire un'immagine della superficie su cui si è riflesso, dunque il georadar fornisce un "radargramma" dove ogni riflessione rappresenta una superficie di discontinuità. Il radargramma viene costruito affiancando tante tracce ed eventualmente elaborandole leggermente, come spiegato tra poco. Trascinando la coppia antenna trasmittente-antenna ricevente (che possono essere contenute in scatole separate o nella stessa scatola) sul terreno con continuità, per esempio camminando o con un trattore, si potrà acquisire un radargramma "continuo", dove tutte le molte migliaia di tracce somma vengono affiancate, in modo quasi indistinguibile l'una dall'altra (sono cioè molto "affollate"), così permettendo di inseguire visualmente, anche con una certa facilità, un orizzonte riflettente (figura 4). La caratteristica forma a strisce viene infatti

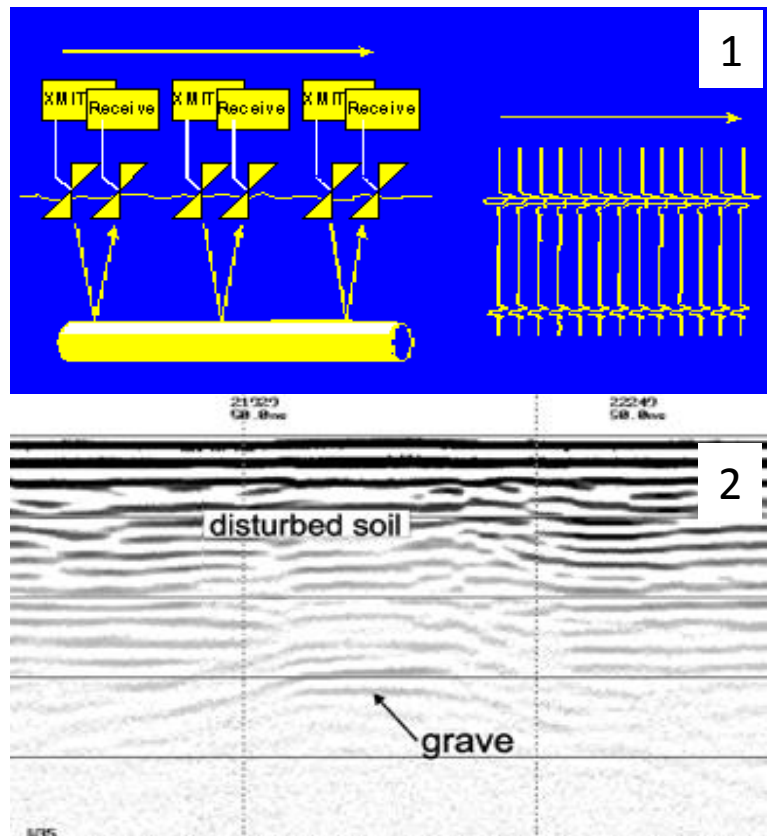


Figura 4: 1: costruzione del radargramma; 2) esempio di radargramma

ottenuta annerendo le semionde positive e negative sopra una soglia scelta dall'operatore e cancellando la stessa traccia quando è piatta. Si possono scegliere anche rappresentazioni a colori, dove si attribuiscono colori diversi alle semionde positive e negative (es.: rosso/blu).

Quanto dura la registrazione delle riflessioni di un impulso? Questa scelta dipende dallo spargimento e dall'assorbimento dell'energia e.m. da parte del mezzo sotto forma di corrente elettrica.

Lo spargimento, o divergenza sferica, è descritto nel capitolo delle onde elastiche; per effetto di questo fenomeno l'ampiezza dell'onda, qualora essa s'irradi in tutto lo spazio circostante la sorgente, si riduce in modo inversamente proporzionale con la distanza. L'assorbimento invece dipende sia dalla resistività del mezzo attraversato che dalla frequenza dell'onda inviata. Minore è la resistività ρ del mezzo, maggiore sarà la quantità di corrente che si produce e di conseguenza minore sarà la profondità dalla quale l'energia e.m. riflessa riesce ad arrivare all'antenna ricevente con ampiezza sufficiente per essere misurata. La corrente elettrica a sua volta si disperde nel mezzo, trasformandosi in calore per effetto Joule. Per comprendere più efficacemente il fenomeno, diamo la definizione della "profondità pelle"² δ (in m), data da:

² Il nome deriva dal fatto che lo stesso fenomeno si presenta anche nei cavi elettrici, dove le onde trasmesse alle diverse frequenze si confinano verso la superficie (la pelle) tanto più quanto la frequenza è elevata.

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu\pi f}} \cong 500 \sqrt{\frac{\rho}{f}}$$

dove μ è la permeabilità magnetica assoluta e f la frequenza dell'impulso e.m. L'approssimazione si ottiene utilizzando per μ il suo valore nel vuoto, $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ (in unità MKS). Essa rappresenta, per definizione, la profondità alla quale l'onda si attenua a circa il 40% della sua ampiezza iniziale (alla superficie libera del suolo). Questa percentuale dipende dal fatto che l'assorbimento dell'energia ha andamento esponenziale decrescente con la profondità. Occorrerebbe tener conto anche del decremento di ampiezza dovuto allo spargimento, ma nel georadar l'onda non è irradiata in tutto il sottosuolo, ma soltanto in un fascio relativamente ristretto (figura 7). Pertanto lo spargimento dell'energia con la distanza è molto più ridotto che per le onde elastiche. Quindi, detta A_0 l'ampiezza in superficie, alla profondità z essa sarà:

$$A(z)=A_0e^{-z/\delta},$$

trascurando, di fatto, la dipendenza anche da $1/z$ (e è la base dei logaritmi neperiani e vale circa 2,6: per $z=\delta$, $e^{-z/\delta}=e^{-1}=1/e\sim 0.4$ o 40%). Dalla formula si vede che la profondità pelle dipende sia dalla resistività che dalla frequenza. Ciò significa che a parità di resistività l'onda e.m. è assorbita, cioè diminuisce la sua profondità pelle, all'aumentare della frequenza e, a parità di frequenza, la profondità pelle aumenta all'aumentare della resistività (il che è l'enunciazione quantitativa del fatto che un mezzo più è resistivo, o isolante, più è trasparente). In mezzi più resistivi si ottengono riflessioni da profondità maggiori a parità di frequenza e ad una data profondità di esplorazione ci si può arrivare con frequenze maggiori.

Questo è un fatto importante, in quanto osservando il radargramma modello di fig. 5 (dal sito <http://www.du.edu/~lconyers/SERDP/Frequency.htm>) è facile convincersi che se nel sottosuolo, lungo la verticale, ci sono due superfici di discontinuità vicine, le vedrò separate solo se la loro distanza in tempi è almeno pari ad un periodo di oscillazione dell'impulso, altrimenti la riflessione successiva si accavalla alla precedente.

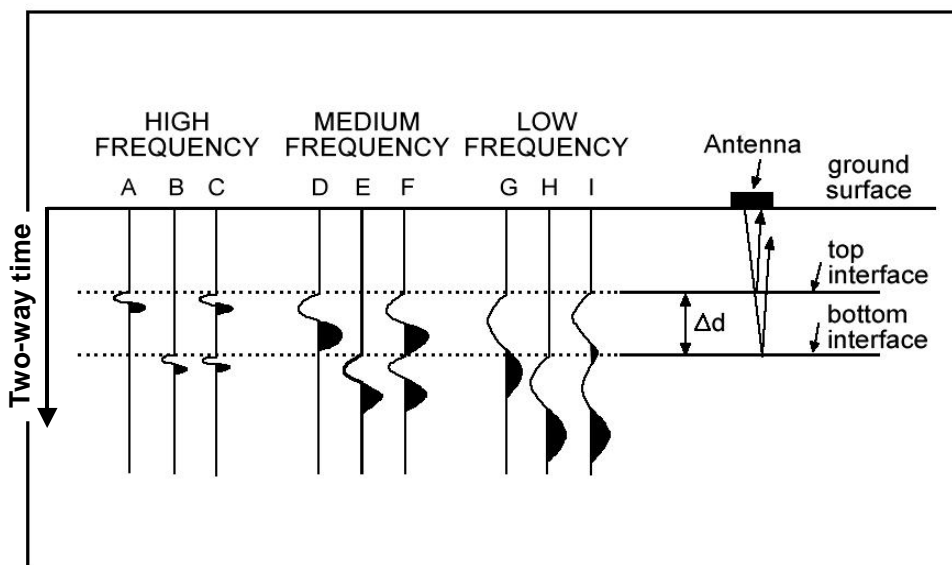


Figura 5: il “potere risolutivo verticale” di un’onda riflessa: da sinistra a destra si passa da una buona risoluzione delle due superfici riflettenti (top e bottom interface) a risoluzione insufficiente (dal sito <http://www.du.edu/~lconyers/SERDP/Frequency.htm>).

Con questo abbiamo definito in maniera intuitiva quello che viene chiamato il “potere risolutivo verticale”, cioè la capacità di vedere distinti due oggetti. In caso di discontinuità a forma di strato, la distanza minima deve dunque essere data da: $d=vT=v/f$, cioè la distanza d deve essere almeno pari alla lunghezza d’onda. Facciamo un esempio. Se abbiamo due superfici a distanza di 10 cm e la permittività dielettrica relativa è, ad es. 9, allora $v=c/3$ e la frequenza minima dell’onda deve essere tale che $f=v/10\text{ cm}=3\cdot 10^8\text{ m/s}/(3\cdot 0.1\text{ m})=10^9\text{ Hz}=1\text{ GHz}$.

Tornando alla domanda “quanto dura la registrazione di un impulso”, abbiamo ora la possibilità di determinarla, tenendo conto del fatto che le antenne riceventi possono registrare un impulso che ha raggiunto in profondità non più di 10 profondità pelle. Come s’è visto la profondità pelle dipende oltre che dalla frequenza, scelta dall’operatore, anche dalla resistività del sottosuolo indagato. Questa spesso non è ben conosciuta in anticipo e dunque sul campo si procederà per tentativi, all’inizio della campagna d’indagine, in modo da non perdere segnale utile da un lato o da acquisire registrazioni inutilmente lunghe, in quanto prive di segnale utile. Facciamo un esempio. Supponiamo di utilizzare un’antenna da 100 MHz e di voler investigare un sottosuolo di resistività di 100 Ωm : avremo

$$\delta = 500 \sqrt{\frac{\rho}{f}} = 500 \sqrt{\frac{100}{10^8}} = 0.5\text{ m} ,$$

cioè saremo in grado di registrare riflessioni dalla profondità massima di 5 m. La profondità massima, dalla quale otteniamo un segnale utile e sufficiente a definire un oggetto sepolto, è detta “profondità d’indagine”. Per arrivare alla profondità di 5 m e tornare indietro, un segnale percorre quindi 10 m ed occorre tenere aperta la registrazione dal momento dell’emissione dell’onda per un tempo sufficiente a percorrere 10 m. Il tempo dipende a sua volta dalla velocità, pure non nota in anticipo. Nel caso di un sottosuolo con velocità media di 10 cm/ns, l’impulso impiegherà 10 ns per fare un 1 m, quindi servono 100 ns. Tempi di registrazione così brevi permettono di acquisire anche milioni di registrazioni o tracce elementari al secondo, permettendo per un verso di sommarne un gran numero prima di graficarle (processo di “stack” delle tracce elementari), incrementando in tal modo il rapporto segnale/disturbo (e dunque la profondità d’indagine) e per un altro di acquisire rapidamente i radargrammi lungo i profili d’indagine.

L’assorbimento dell’energia delle onde e.m. nel sottosuolo non è però dovuto solo all’effetto Joule, legato al passaggio in mezzi conduttori, ma anche all’eventuale presenza dell’acqua. Questa infatti, oltre a condizionare la resistività di rocce porose, e quindi l’effetto Joule già visto, produce un altro fenomeno, analogo a quanto avviene nel forno a micro-onde. Le molecole d’acqua sono “polari”, cioè formano dei “dipoli elettrici”, in quanto la loro struttura spaziale è a “coppia di ciliegie”, dove le ciliegie rappresentano gli atomi di H ed il punto di congiunzione dei gambi l’atomo di O. Quest’ultimo è carico negativamente, in quanto cattura gli elettroni dei 2 atomi di H, di conseguenza lo spazio occupato dai 2 H⁺ rimane carico positivamente. In presenza di un campo e.m. oscillante, la molecola d’acqua può mettersi in oscillazione (fenomeno di “risonanza”), nel senso che il dipolo elettrico corrispondente, allineato al campo e.m., cambia di verso ad ogni inversione di polarità dello stesso. Questa oscillazione avviene con la massima efficacia alla frequenza di 19 GHz, che è la frequenza di lavoro dei forni a micro-onde. L’energia meccanica acquisita dalle molecole d’acqua in questo modo viene dissipata a sua volta in calore per attrito. Il campo di frequenze del georadar è nettamente inferiore, però il fenomeno della risonanza delle molecole dell’acqua comincia ad attenuare le onde e.m. già verso i 500 MHz. Nelle argille, dove l’acqua è legata ai granuli micrometrici dei minerali, la risonanza comincia a frequenze ancora più basse, verso 100 MHz.

Se ricordiamo che le argille imbevute d’acqua, anche dolce, hanno le resistività minori tra tutte le rocce e sedimenti coi quali abbiamo comunemente a che fare, vedremo bene che si avrà un doppio effetto di assorbimento dell’energia e.m. praticamente in tutto il campo di frequenze del georadar. In buona sostanza, quando il sottosuolo è prevalentemente argilloso, l’indagine col georadar diventa

inutile, in quanto la profondità d'indagine può anche diventare inferiore alla lunghezza d'onda del segnale!

Il problema della velocità e la trasformazione della sezione tempi in sezione profondità.

Osserviamo la figura 6 (dal sito internet <http://www.du.edu/~lconyers/SERDP/pointsource.htm>). Un'antenna radar si sta spostando sopra un oggetto sepolto. L'impulso emesso dall'antenna "illumina" un volume a forma di cono piuttosto ampio (figura 7, dal sito internet <http://www.du.edu/~lconyers/SERDP/energycone.htm>).

Di conseguenza l'oggetto viene illuminato e provoca una riflessione ben prima che l'antenna sia sulla sua verticale. Il fenomeno si ripete quando l'antenna ha superato il corpo. Ma nel radargramma l'impulso riflesso che ha impiegato il tempo $\Delta t(1)$ viene graficato sotto la verticale dell'antenna ($\Delta t(2)$). Le riflessioni si disporranno con tempi diversi a seconda della posizione istantanea dell'antenna rispetto al corpo e si dimostra che esse descrivono una figura geometrica detta "iperbole". I due rami dell'iperbole che si allontanano dalla sommità dell'oggetto sono tanto più pendenti quanto minore è la velocità delle

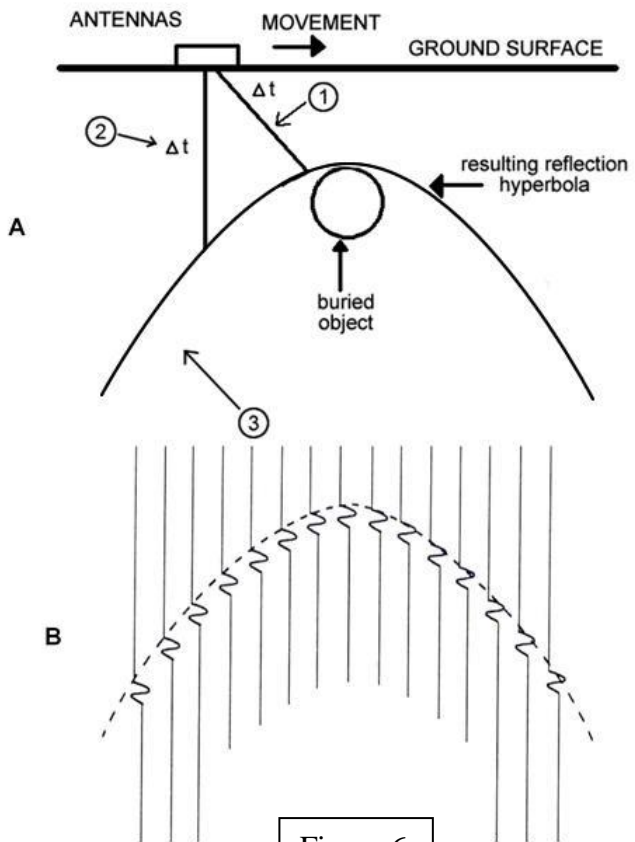


Figura 6

onde e.m. nel mezzo che ospita l'oggetto. Al contrario l'iperbole sarà tanto più "svasata" quanto maggiore è tale velocità. Ciò si comprende facilmente se si pensa che maggiore (minore) è la velocità, maggiore (minore) sarà l'aumento di tempo richiesto per l'onda e.m. a fare il doppio percorso quando l'antenna non sta sopra il corpo. Si dimostra che l'apertura dell'iperbole è funzione diretta della velocità: la sua misura fornisce quindi la velocità v richiesta ed il radargramma, che nasce come sezione tempi, può allora essere trasformato in sezione profondità, in omaggio al fatto che la profondità z del corpo si ottiene dal tempo t della riflessione "apicale" semplicemente così: $z=vt$, come si ricorderà da elementari cognizioni di fisica.

Nella figura a fianco è riportato un esempio reale di stima della velocità tramite l'analisi della

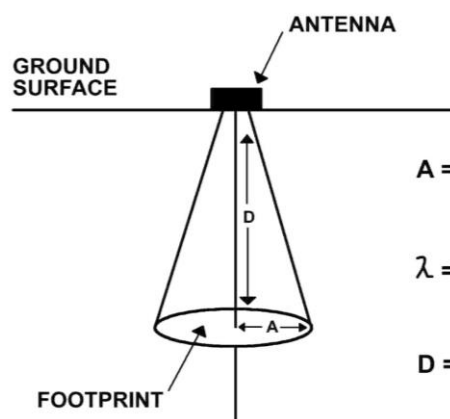


Figura 7

Equation 3

$$A = \frac{\lambda}{4} + \frac{D}{\sqrt{K+1}}$$

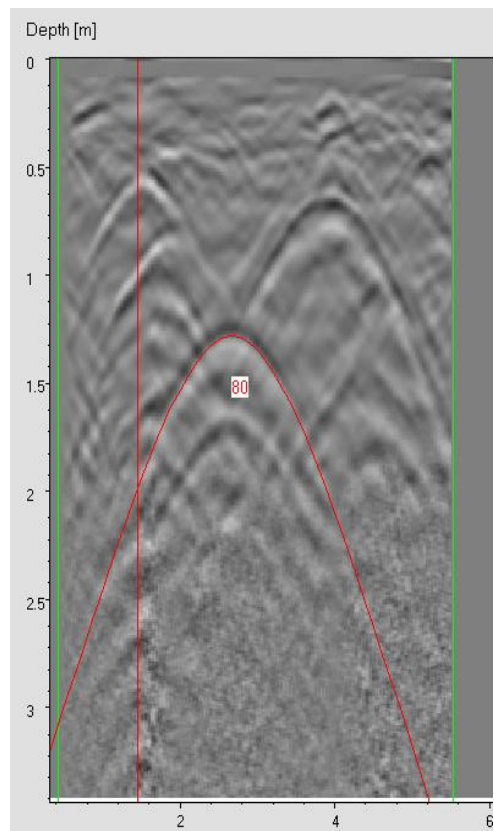
A = approximate long dimension radius of footprint

λ = center frequency wavelength of radar energy

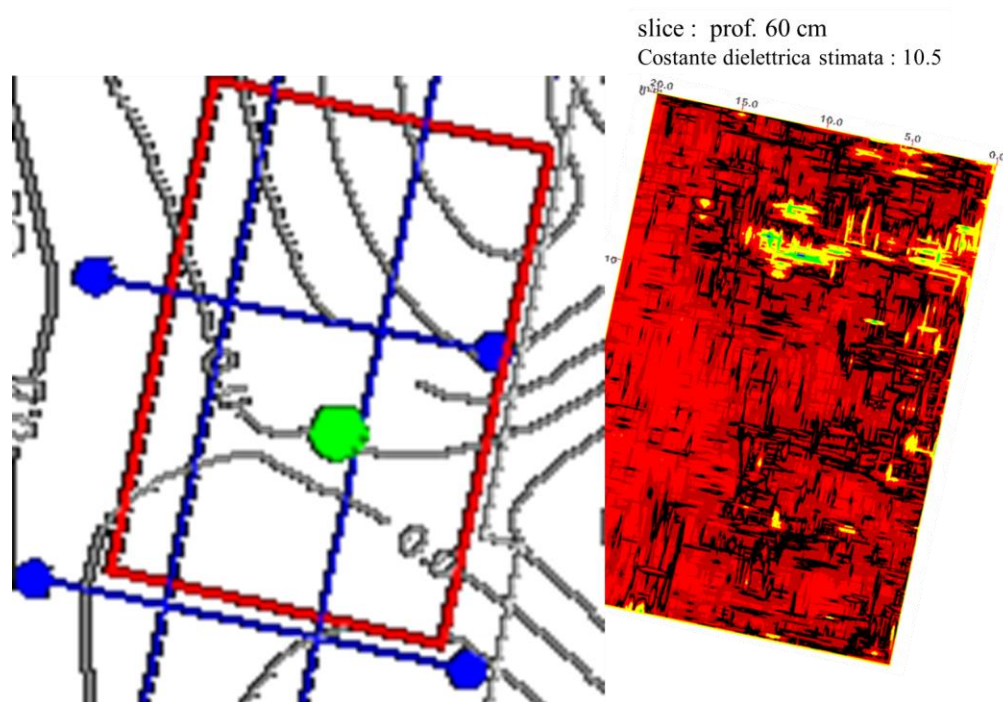
D = depth from ground surface to reflection surface

K = average relative dielectric permittivity (RDP) of material from ground surface to depth (D)

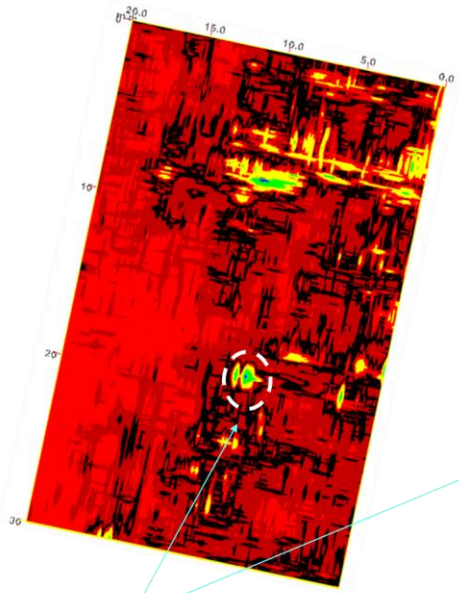
curvatura dell'iperbole.



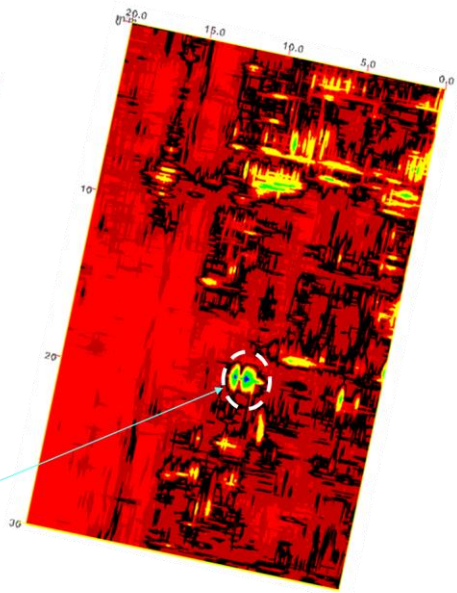
Esempi: Cortile del Liceo Ariosto (Ferrara), rilievo 3D



slice : prof. 80 cm

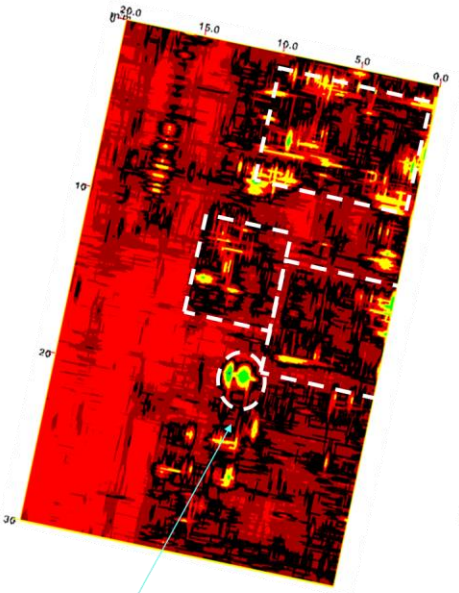


slice : prof. 100 cm

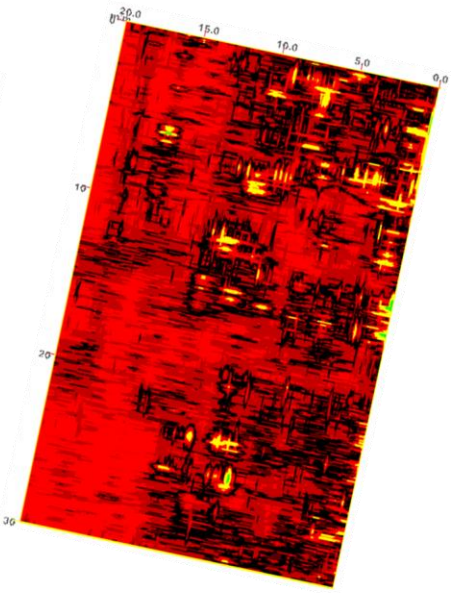


Oggetto metallico isolato

slice : prof. 120 cm

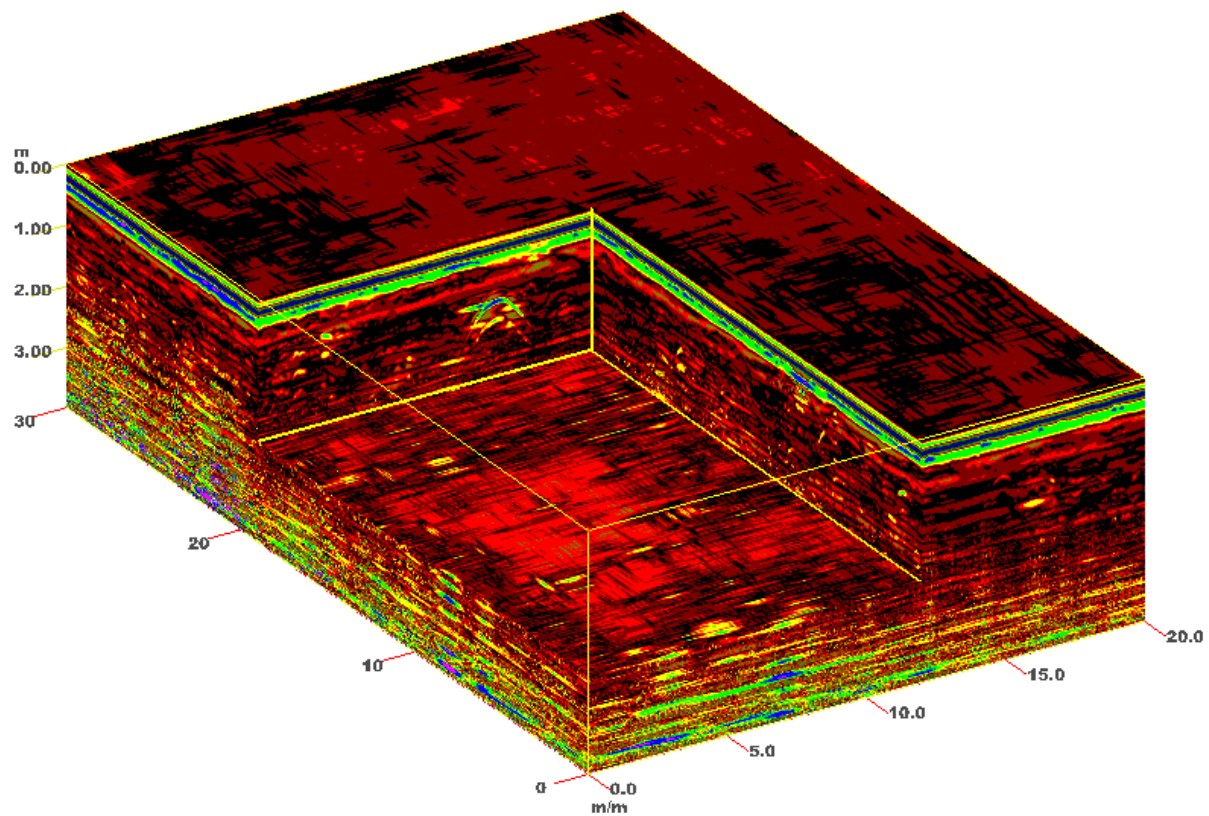


slice : prof. 150 cm



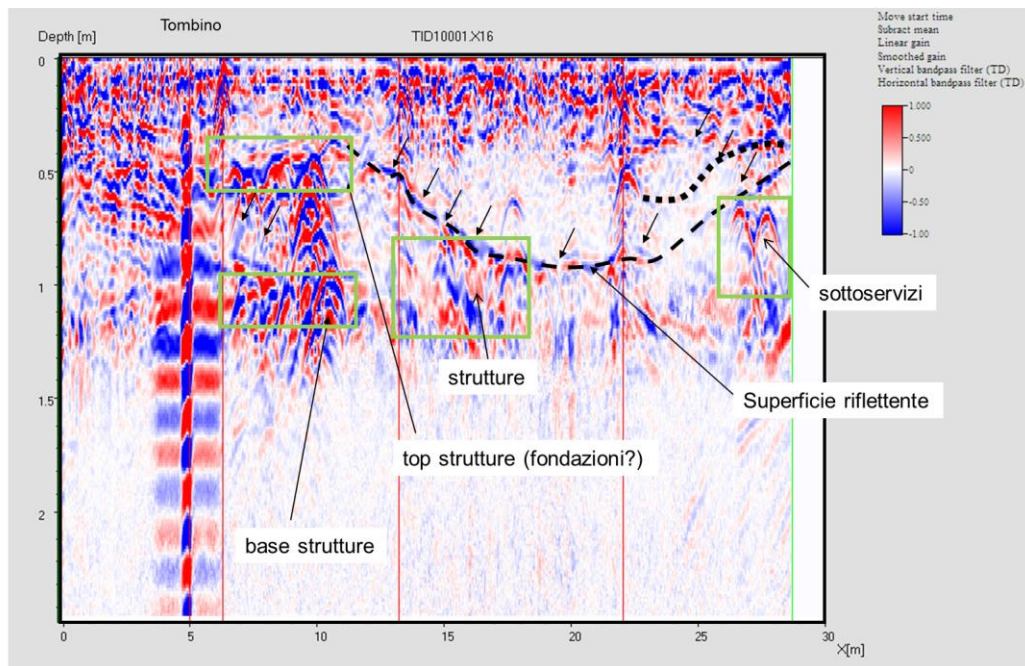
Oggetto metallico isolato

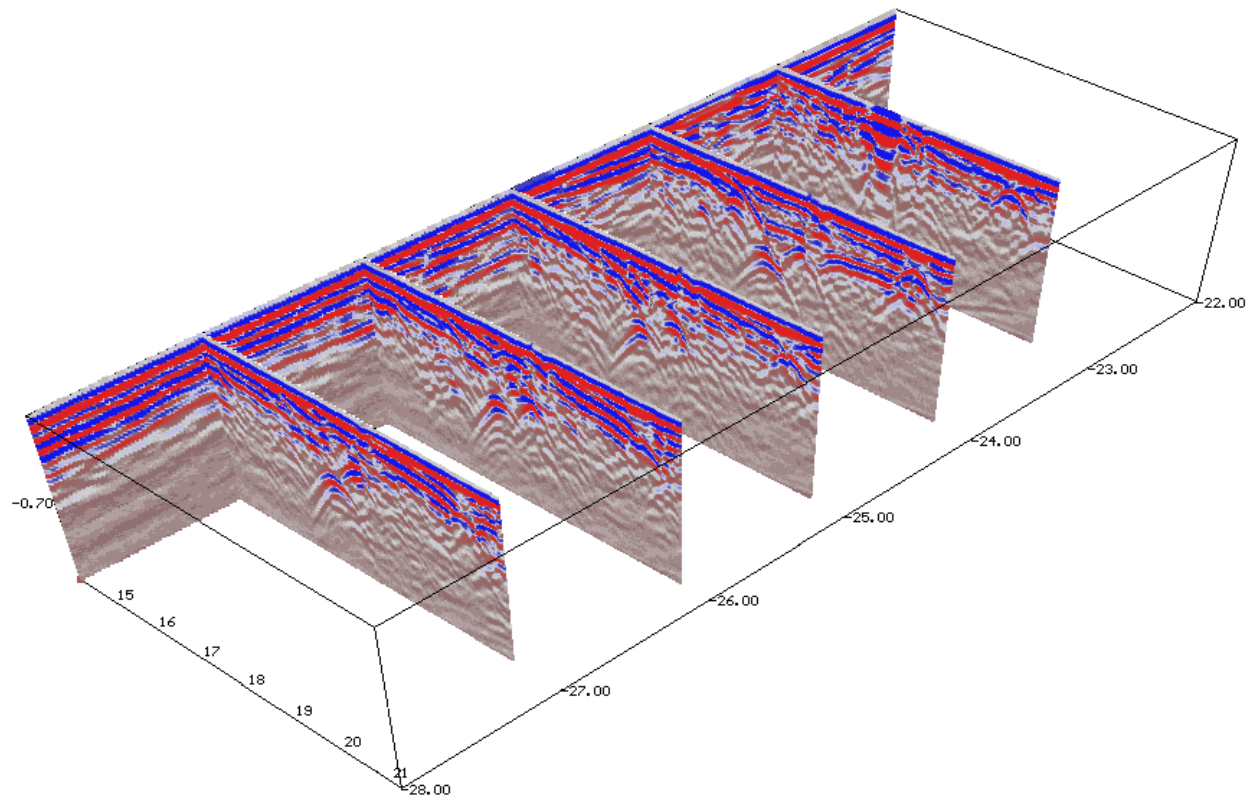
Profilo trasversale alla piazza del Duomo (Ferrara)



Sud/San Romano

Nord





Modelli in 2D "a recinto"