Studente: Cecilia Murgia
N° matricola: 121192
Docenti: Claudio Alessandri
Valentina Mazzanti

Materiali per il prodotto industriale

a.a. 2015-2016

I VINCOLI

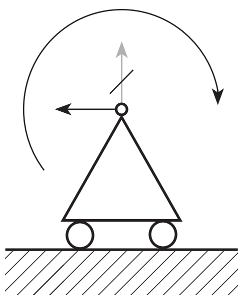
Si dice vincolo un qualunque impedimento che si oppone a una qualunque componente di moto.

Questi si dividono in tre categorie: **vincoli semplici**, **vincoli doppi** e **vincoli tripli**, in base al loro grado di libertà, cioè al numero delle possibili componenti di moto del corpo.
Un corpo nel piano può avere 3 gradi di libertà: traslazione in x, traslazione in y, rotazione rispetto all'asse z.
Per garantire che il corpo sia in stato di equilibrio bisogna applicare dei vincoli che impediscano questi tre gradi di libertà.

VINCOLI SEMPLICI > impediscono 1 componente di moto

Un vincolo semplice può essere un CARRELLO, una BIELLA o un DOPPIO-DOPPIO PENDOLO.

- Il **CARRELLO** (o appoggio semplice) è un vincolo semplice che impedisce lo spostamento del punto vincolato lungo l'asse ortogonale al piano di scorrimento del carrello. Lascia al corpo due libertà di movimento: la traslazione lungo il piano di scorrimento del carrello e la rotazione attorno al punto vincolato. La reazione vincolare corrisponde ad una forza applicata nel punto vincolato e diretta lungo la direzione ortogonale al piano di scorrimento.

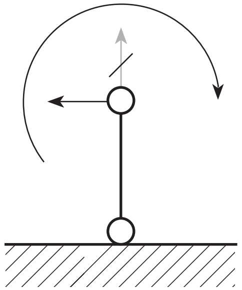


$d\,u \neq 0$	$R_x = 0$
$d\,v = 0$	$R_y \neq 0$
$d\,\varphi \neq 0$	$M_z = 0$

ESEMPIO:

La cerniera lampo è un esempio di vincolo a carrello: se vista lateralmente permette lo slittamento sull'asse x e la rotazione del gancetto, mentre è impedita la traslazione verticale.

✶ La **BIELLA** (o PENDOLO) è un vincolo semplice equivalente del carrello: impedisce gli spostamenti del punto vincolato lungo l'asse della biella e permette al corpo gli spostamenti ortogonali a tale asse e la rotazione attorno al punto. Reagisce con una forza applicata al punto e diretta lungo l'asse della biella.

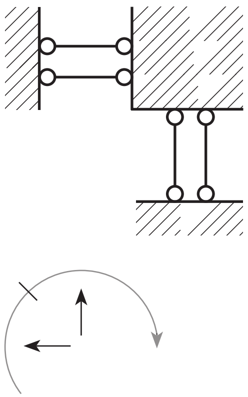


$$d\,u \neq 0 \quad \longleftrightarrow \quad R_x = 0$$
$$d\,v = 0 \quad \longleftrightarrow \quad R_y \neq 0$$
$$d\,\varphi \neq 0 \quad \longleftrightarrow \quad M_z = 0$$

ESEMPIO:

L'asta che permette al garage di aprirsi e chiudersi è una biella: sono permesse la traslazione orizzontale e la rotazione. Tale movimento permette al garage di passare da una posizione verticale a una orizzontale e viceversa.

✶ Il **DOPPIO-DOPPIO PENDOLO** è un vincolo semplice che impedisce la rotazione del corpo, ma lascia libero il corpo di traslare secondo entrambi gli assi.



$$d\,u \neq 0 \quad \longleftrightarrow \quad R_x = 0$$
$$d\,v \neq 0 \quad \longleftrightarrow \quad R_y = 0$$
$$d\,\varphi = 0 \quad \longleftrightarrow \quad M_z \neq 0$$

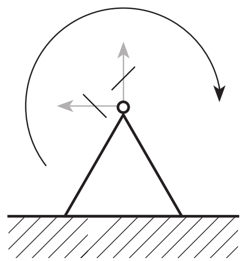
ESEMPIO:

Questa lampada da ufficio è un esempio di doppio-doppio pendolo. Sono presenti due doppie bielle: una permette la traslazione orizzontale (quella in basso) e la seconda permette la traslazione verticale, non è permessa, invece, la rotazione.

VINCOLI DOPPI > impediscono 2 componenti di moto

Un vincolo doppio può essere una CERNIERA o un DOPPIO PENDOLO.

** La **CERNIERA** è un vincolo doppio che impedisce lo spostamento del punto vincolato lungo una qualsiasi direzione del piano. Lascia il corpo libero di ruotare intorno al punto stesso. Reagisce con una forza applicata al punto e diretta secondo una qualsiasi direzione appartenente al piano.

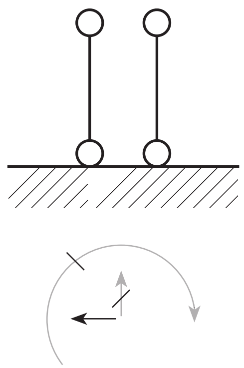


$d\,u = 0 \longleftrightarrow R_x \neq 0$
$d\,v = 0 \longleftrightarrow R_y \neq 0$
$d\,\varphi \neq 0 \longleftrightarrow M_z = 0$

ESEMPIO:

Il meccanismo di apertura della moka è un esempio di vincolo a cerniera: l'unica componente di moto che permette è la rotazione.

** Il **DOPPIO PENDOLO** (o bipendolo) è un vincolo doppio che impedisce la traslazione lungo l'asse dei pendoli e la rotazione del corpo. Permette al corpo di traslare lungo la direzione ortogonale all'asse dei pendoli: in tal senso il vincolo viene detto anche pattino.



$d\,u \neq 0 \longleftrightarrow R_x = 0$
$d\,v = 0 \longleftrightarrow R_y \neq 0$
$d\,\varphi = 0 \longleftrightarrow M_z \neq 0$

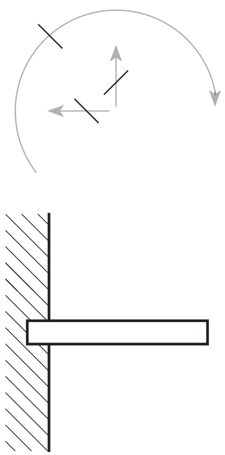
ESEMPIO:

Questo particolare lampadario può essere considerato un doppio pendolo: essendo le aste rigide è impedita la rotazione e la traslazione verticale, mentre è possibile quella orizzontale.

VINCOLI TRIPLI > impediscono 3 componenti di moto

Un vincolo triplo può essere un INCASTRO.

*** L' **INCASTRO** è un vincolo triplo che impedisce al corpo sia le due componenti di traslazione che la rotazione.

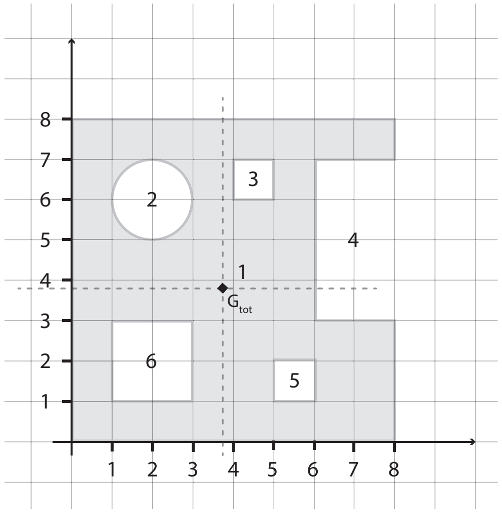


$d\,u = 0 \longleftrightarrow R_x \neq 0$
$d\,v = 0 \longleftrightarrow R_y \neq 0$
$d\,\varphi = 0 \longleftrightarrow M_z \neq 0$

ESEMPIO:

Una vite con un gancio all'estremità fissata al muro tramite un fischer è un esempio di vincolo a incastro: non c'è alcuna possibiità di movimento.

RICERCA DEL BARICENTRO

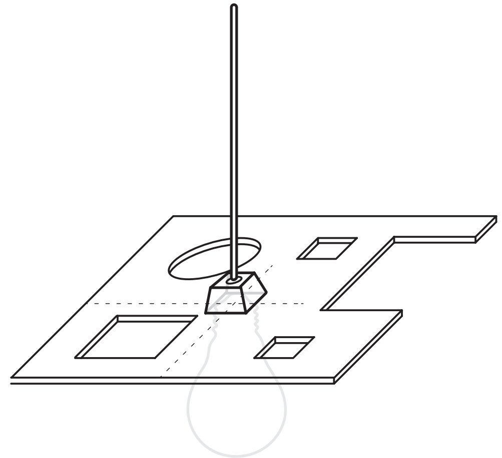


Immaginiamo di dover calcolare il baricentro di un lampadario per stabilire il punto esatto in cui posizionare la barra metallica che andrà fissata a sua volta al soffitto. Il lampadario è costituito da una “mattonella” di materiale plastico, caratterizzato da alcuni fori che provocano effetti di luce inconsueti.

Comincio calcolando le aree di ogni singola figura, scrivendo negative le aree dei vuoti.

Procedo individuando i baricentri di ogni figura con l’ausilio del piano cartesiano, scelto in maniera arbitraria.

A questo punto calcolo le coordinate del baricentro dell’intera figura:



DATI:			Aree	Baricentri
fig 1.	b: 8 cm	h: 8 cm	$A_1 = 8 \cdot 8 =$ **64 cm²**	**G_1** : (4 ; 4)
fig 2.	r: 1 cm		$A_2 = \pi \cdot r^2 =$ **-3,14 cm²**	**G_2** : (2 ; 6)
fig 3.	b: 1 cm	h: 1 cm	$A_3 = 1 \cdot 1 =$ **-1 cm²**	**G_3** : (4,5 ; 6,5)
fig 4.	b: 2 cm	h: 4 cm	$A_4 = 2 \cdot 4 =$ **-8 cm²**	**G_4** : (7 ; 5)
fig 5.	b: 1 cm	h: 1 cm	$A_5 = 1 \cdot 1 =$ **-1 cm²**	**G_5** : (5,5 ; 1,5)
fig 6.	b: 2 cm	h: 2 cm	$A_6 = 2 \cdot 2 =$ **-4 cm²**	**G_6** : (2 ; 2)
			$A_{tot} =$ **46,86 cm²**	

$X_{Gtot} = Sy / \Sigma A$ $\quad$ $Sy = (A_1 \cdot x_{G1}) + (A_2 \cdot x_{G2})...$

$= [(64 \cdot 4)+(-3{,}14 \cdot 2)+(-1 \cdot 4{,}5)+(-8 \cdot 7)+(-1 \cdot 5{,}5)+$
$+(-4 \cdot 2)] / 46{,}86 = (256 - 6{,}28 - 4{,}5 - 56 - 5{,}5 - 8) / 46{,}86 =$
$= 175{,}72 / 46{,}86 = \mathbf{3{,}75}$

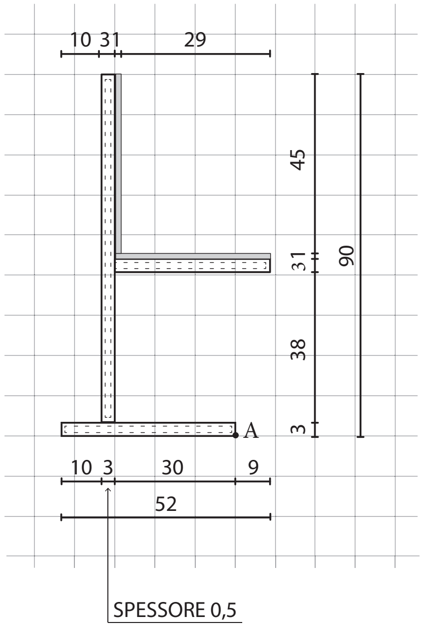
$Y_{Gtot} = Sx / \Sigma A$ $\quad$ $Sx = (A_1 \cdot y_{G1}) + (A_2 \cdot y_{G2})...$

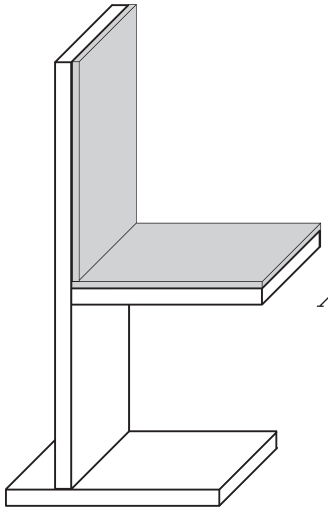
$= [(64 \cdot 4)+(-3{,}14 \cdot 6)+(-1 \cdot 6{,}5)+(-8 \cdot 5)+(-1 \cdot 1{,}5)+(-4 \cdot 2)]$
$/ 46{,}86 = (256 - 18{,}84 - 6{,}5 - 40 - 1{,}5 - 8) / 46{,}86 =$
$= 181{,}16 / 46{,}86 = \mathbf{3{,}86}$

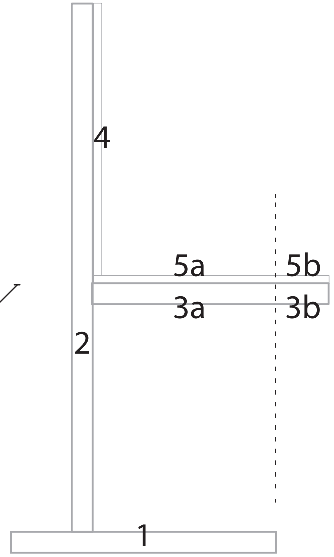
G_{tot} = (3,75 ; 3,86)

Così ho trovato le coordinate del baricentro della figura totale e so dove fissare il supporto per attaccare la lampada al soffitto.

VERIFICA RIBALTAMENTO







Effetueremo un'analisi di ribaltamento di una seduta in legno di abete e $\boxed{\text{alluminio}}$ di spessore 0,5 cm.

Densità Abete: 700 kg/m^3
Densità Alluminio: 2600 kg/m^3

Inizialmente individuo i **baricentri** delle singole figure.

Calcolo, poi, i **volumi** singoli

DATI:			Baricentri	Volumi
fig 1.	b: 43 cm	h: 3 cm	G_1 : (21,5 ; 1,5)	$V_1 = (43 \cdot 3 \cdot 40) - (42 \cdot 2 \cdot 39) = 5160 - 3276 = \mathbf{1884\ cm^3}$
fig 2.	b: 3 cm	h: 87 cm	G_2 : (11,5 ; 46,5)	$V_2 = (3 \cdot 87 \cdot 40) - (2 \cdot 86{,}5 \cdot 39) = 10440 - 6747 = \mathbf{3693\ cm^3}$
fig 3a.	b: 30 cm	h: 3 cm	G_{3a} : (28 ; 42,5)	$V_{3a} = (30 \cdot 3 \cdot 40) - (30 \cdot 2 \cdot 39) = 3600 - 2340 = \mathbf{1260\ cm^3}$
fig 3b.	b: 9 cm	h: 3 cm	G_{3b} : (47,5 ; 42,5)	$V_{3b} = (9 \cdot 3 \cdot 40) - (8{,}5 \cdot 2 \cdot 39) = 1080 - 663 = \mathbf{417\ cm^3}$
fig 4.	b: 1 cm	h: 45 cm	G_4 : (13,5 ; 67,5)	$V_4 = (1 \cdot 45 \cdot 40) = \mathbf{1800\ cm^3}$
fig 5a.	b: 29 cm	h: 1 cm	G_{5a} : (28,5 ; 44,5)	$V_{5a} = (30 \cdot 1 \cdot 40) = \mathbf{1200\ cm^3}$
fig 5b.	b: 9 cm	h: 1 cm	G_{5b} : (47,5 ; 44,5)	$V_{5b} = (9 \cdot 1 \cdot 40) = \mathbf{360\ cm^3}$
			G_{tot} : (19,4 ; 37,4)	

A questo punto calcoliamo i **pesi**, conoscendo la densità dei materiali.

Densità abete:	0,0007 kg/cm³
Densità alluminio:	0,0026 kg/cm³

$\mathbf{P_1}$ = 0,0026 · 1884 = **4,9 kg**

$\mathbf{P_2}$ = 0,0026 · 3693 = **9,6 kg**

$\mathbf{P_{3a}}$ = 0,0026 · 1260 = **3,3 kg**

$\mathbf{P_{3b}}$ = 0,0026 · 417 = **1,1 kg**

$\mathbf{P_4}$ = 0,0007 · 1800 = **1,26 kg**

$\mathbf{P_{5a}}$ = 0,0007 · 1200 = **0,8 kg**

$\mathbf{P_{5b}}$ = 0,0007 · 360 = **0,3 kg**

Calcolo, infine, il **Momento stabilizzante** e il **Momento ribaltante**

$P_1 \cdot (X_A - X_{G1}) + P_2 \cdot (X_A - X_{G2}) \ldots$
(43 - 21,5)

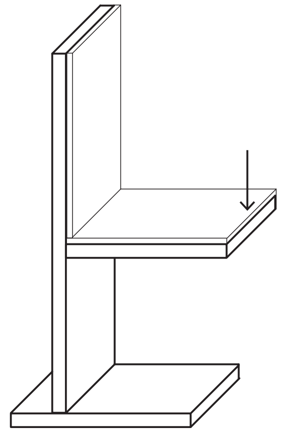
$\mathbf{M_{stab}} = (4{,}9 \cdot 21{,}5) + (9{,}6 \cdot 31{,}5) + (3{,}3 \cdot 15) + (1{,}26 \cdot 29{,}5) + (0{,}8 \cdot 14{,}5) =$

$= 105{,}35 + 302{,}4 + 49{,}5 + 37{,}17 + 11{,}6 = \mathbf{506{,}02\ kg \cdot cm}$

$\mathbf{M_{rib}} = (1{,}1) \cdot (-4{,}5) + (0{,}3) \cdot (-4{,}5) = -4{,}95 - 1{,}35 = \mathbf{-6{,}3\ kg \cdot cm}$

$\mathbf{M_{stab} > M_{rib}}$ **506,02 kg · cm > 6,3 kg · cm**

Il momento stabilizzante è maggiore del momento ribaltante perciò **la struttura sta in piedi.**



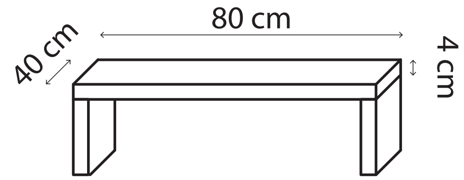
Ipotizziamo una **forza** verticale posta sull'estremità della seduta e calcoliamo **quanto peso può sostenere prima di ribaltarsi.**

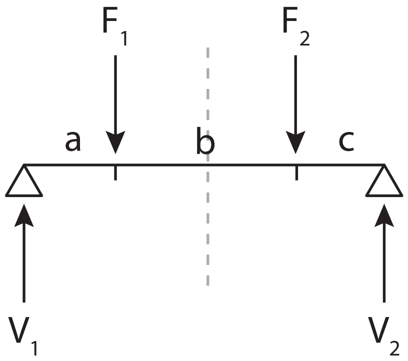
$\mathbf{M_{rib} = M_{stab}}$ => $6{,}3\ kg \cdot cm + F \cdot 9 = 506{,}02\ kg \cdot cm$

$9 \cdot F = (506{,}02 - 6{,}3)/9$

$\mathbf{F = 55{,}5\ kg}$

VERIFICA FLESSIONE





Prendo in considerazione una panchina in legno da due posti con le seguenti caratteristiche:

L = 80 cm (a=20cm ; b=40cm ; c=20cm)
base = 40 cm
h = 4 cm
σ_{amm} legno = 80 kg/cm^2

Ipotizziamo due carichi concentati che rappresentano le forze peso di due persone sedute, simmetricamente al centro:

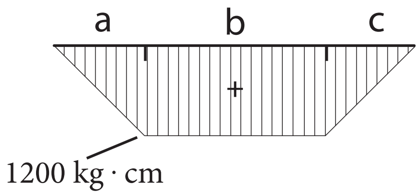
F_1 = 60 kg
F_2 = 60 kg

Ora deduco le due reazioni vincolari:

V_1 = 60 kg
V_2 = 60 kg

Ora vado a calcolare il **Momento flettente massimo**, considerando il punto su cui insiste F_1:

$M_{fmax} = F_1 \cdot a = 60 \cdot 20 = \mathbf{1200\ kg \cdot cm}$



Disegno il diagramma del momento:

Disegno il diagramma di taglio:

Ora determiniamo il **momento d'inerzia della sezione**:

$I_x = (b \cdot h^3)/12 = (40 \cdot 4^3)/12 = 2560/12 = \mathbf{213{,}3\ cm^4}$

Ora posso calcolare la σ :

$\sigma = (M_{fmax} \cdot y)/I_x = (1200 \cdot 2)/213{,}3 = 2400/213{,}3 =$
$= \mathbf{11{,}25\ kg/cm^2}$

A questo punto la confronto con la σ_{amm} e verifico che:

$\sigma_{amm} > \sigma$ perchè $80\ kg/cm^2 > 11{,}25\ kg/cm^2$

Ora calcolo quanto deve essere la **forza applicata massima** che la panchina può sopportare.

$\sigma_{amm} = (M_{fmax} \cdot y)/I_x$

$\sigma_{amm} = [(F \cdot a) \cdot y]/I_x$

$80 = [(F \cdot 20) \cdot 2]/213{,}3$

$80 = (F \cdot 40) / 213{,}3$

F = 426,6 kg

Ora, conoscendo il modulo di elasticità del legno, calcolo a quanto ammonta la **flessione massima**, utilizzando la formula della freccia elastica.

E = 100000 kg · cm²

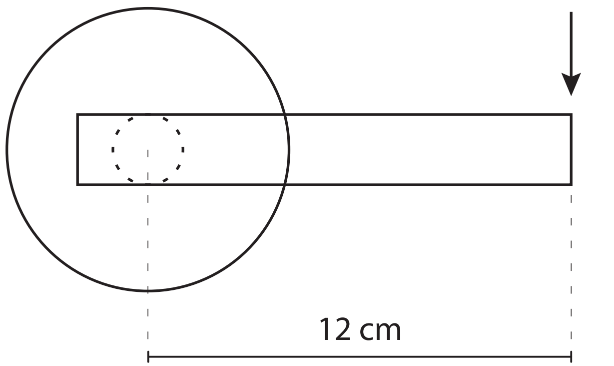
$f = [(F \cdot a^2)/(2 \cdot E \cdot I_x)] \cdot (L - 4/3a) =$

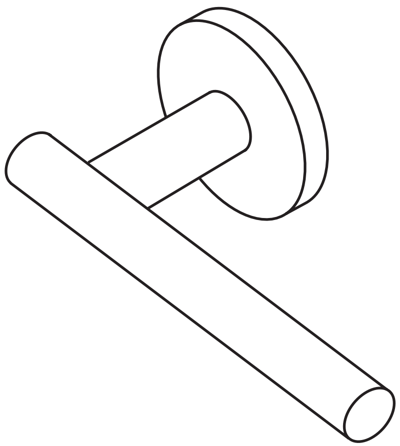
$= [(426{,}6 \cdot 20^2)/(2 \cdot 100000 \cdot 213{,}3)] \cdot (80 - 4/3 \cdot 20) =$

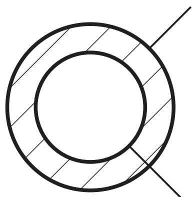
$= (170640/42660000)(80-26{,}6) = 0{,}004 \cdot 53{,}4 = \mathbf{0{,}21\ cm}$

VERIFICA TORSIONE

Per la verifica di torsione prendo in considerazione una maniglia, alla quale applico una forza all'estremità.







Materiale: Fe360
$\sigma_{amm} = 1600$ kg/cm^2

Calcolo il **momento torcente** che agisce sulla sezione cava circolare della maniglia.

$\mathbf{M_t} = F \cdot b = 20 \cdot 12 = \mathbf{240\ kg \cdot cm}$

Calcolo ora il **raggio medio** e **l'area media**:

$\mathbf{r_{med}} = r_e - (s/2) = 1 - (0,4/2) = 1 - 0,2 = \mathbf{0,8\ cm}$

$\mathbf{\Omega} = \pi \cdot r_{med}^2 = \pi \cdot 0,8^2 = \pi \cdot 0,64 = \mathbf{2\ cm^2}$

Con la **formula di Bredt** posso ora calcolare la **tensione tangenziale massima** per la nostra sezione circolare cava.

$\mathbf{\tau} = M_t / (2 \cdot \Omega \cdot s) = 240 / (2 \cdot 2 \cdot 0,4) = 240 / 1,6 = \mathbf{150\ kg/cm^2}$

Secondo il **criterio di Von Mises** eguaglio σ e τ per poter calcolare la resistenza della nostra sezione.

$\mathbf{\sigma_{max}} = \sqrt{(3 \cdot \tau^2)} = \sqrt{3} \cdot \tau = 1,73 \cdot 150 = \mathbf{159,8\ kg/cm^2}$

$\sigma_{max} < \sigma_{amm}$ $\quad$ $259,8\ kg/cm^2 < 1600\ kg/cm^2$

Applicando 20 kg non si rompe. Calcolo, quindi, qual è la **forza necessaria perché si rompa**.

$\sigma_{amm} = \tau \cdot \sqrt{3}$

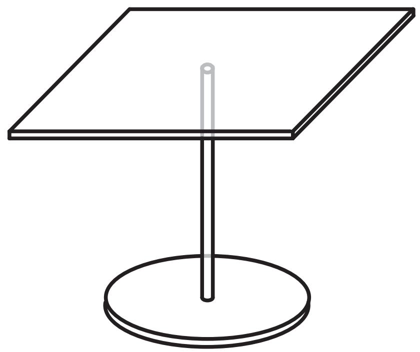
$\sigma_{amm} = [M_t / (2 \cdot \omega \cdot s)] \cdot \sqrt{3}$

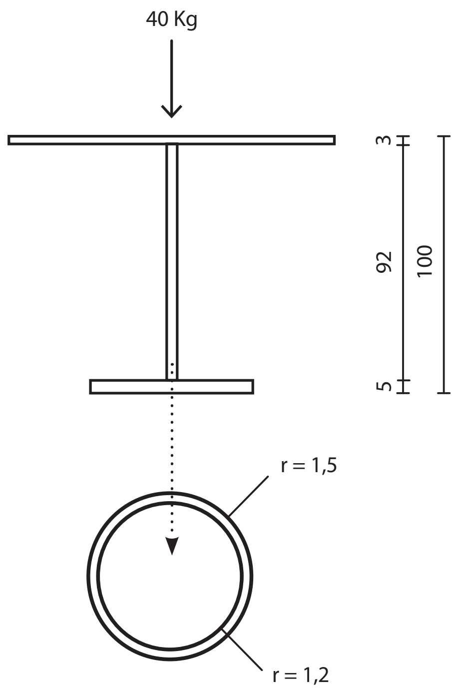
$1600 = (M_t / 1,6) \cdot 1,73$

$\mathbf{M_t = 14797\ kg \cdot cm}$

$F = M_t / b$
$F = 14797 / 12$
$\mathbf{F = 1233\ kg}$

VERIFICA INSTABILITÀ





Materiale: Fe360
$\sigma_{amm} = 1600\ kg/cm^2$

Prendo in considerazione un tavolino da esterno e ne verifico l'instabilità

Calcolo l'**Area della sezione** circolare cava del tubolare di acciaio:

$A_{sez} = (r_1^{\,2} \cdot \pi) - (r_2^{\,2} \cdot \pi) = (1{,}5^2 \cdot \pi) - (1{,}3^2 \cdot \pi) =$

$2{,}25\ \pi \cdot 1{,}69\ \pi = 7 - 5{,}3 = \mathbf{1{,}7\ cm^2}$

Calcolo ora il **momento d'inerzia**:

$\mathbf{I} = [\pi \cdot (r_1^{\,4} - r_2^{\,4})]/4 = [\pi \cdot (5{,}06 - 2{,}86)]/4 = 2{,}2\ \pi/4 =$

$= 6{,}9/4 = \mathbf{1{,}73\ cm^4}$

Ora posso trovare ρ, il **raggio di inerzia della sezione**:

$\boldsymbol{\rho} = \sqrt{(I / A_{sez})} = \sqrt{1{,}73 / 1{,}7} = \sqrt{1{,}01} = \mathbf{1\ cm}$

Con i dati posseduti deduco la sua **lunghezza libera d'inflessione** e successivamente la sua **snellezza**.

$\mathbf{L_0} = 2 \cdot L = 2 \cdot 92 = \mathbf{184\ cm}$

$\boldsymbol{\lambda} = L_0 / \rho = 184 / 1 = \mathbf{184}$

In base alla snellezza cerco ora il valore di **ω**, tabulato in funzione della snellezza, del tipo di acciaio e della curva di instabilità.

$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{4{,}31}$

Calcolo, infine, la **σ** della sezione, accrescendola

con
il valore di ω appena trovato.

$\boldsymbol{\sigma_{sez}} = (F/A) \cdot \omega = (50/1{,}7) \cdot 4{,}31 = \mathbf{126{,}7\ kg/cm^2}$

$\boldsymbol{\sigma_{sez} < \sigma_{amm}} \quad 126{,}7\ kg/cm^2 < 1600\ kg/cm^2$

è verificata la **stabilità** dell'asta rispetto al peso a cui è soggetta.

Calcoliamo ora la **forza** necessaria perchè arrivi a **rottura**:

$\sigma_{amm} = (F/A) \cdot \omega$

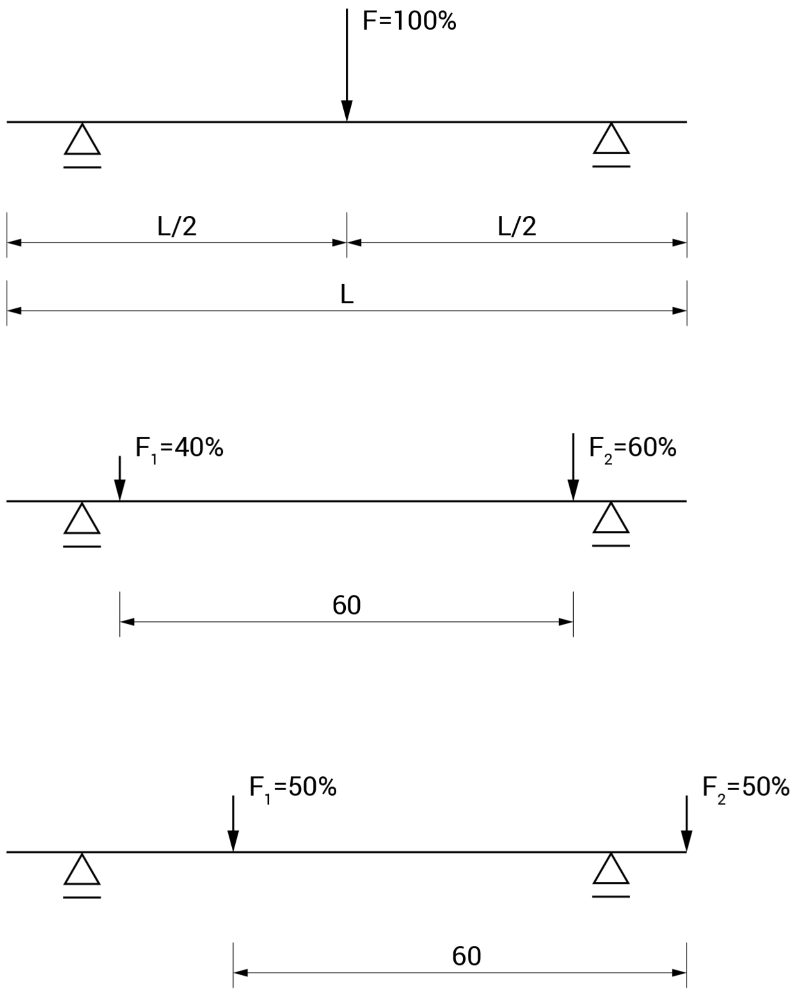
$F = (\sigma_{amm} \cdot A) / \omega$

$F = (1600 \cdot 1{,}7) / 4{,}31$

$\mathbf{F = 631\ kg}$

SKATEBOARD IN MATERIALE COMPOSITO

Studenti: Cecilia Murgia
Isabella Negrisoli
Alessandro Rossi
Gianantonio Vecelli



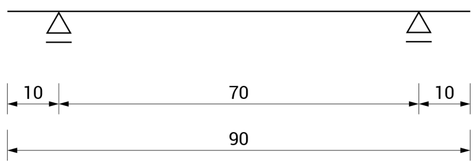
Dati del progetto:

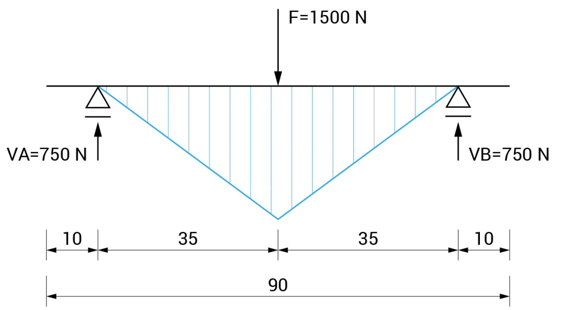
Peso della persona 150 Kg
Distanza tra i piedi 60 cm
Sezione a Sandwich

Richieste:

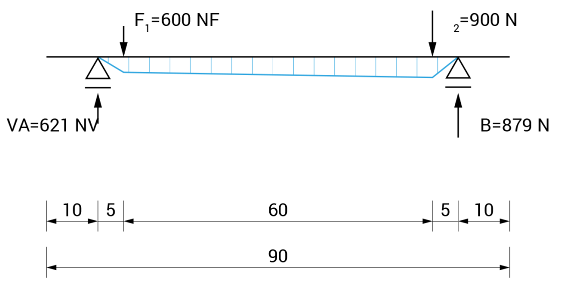
Disegnare la geometria
Scegliere la matrice e il rinforzo
Spessore core e skins
Frazione volumetrica delle fibre
Massa dell’oggetto trascurando i carrelli

Modelli meccanici e diagrammi del momento flettente

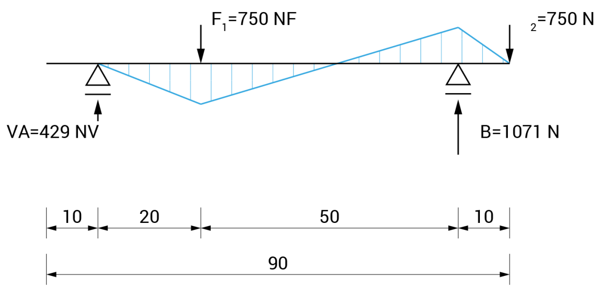




M=26250 N cm



M_1=3105 N cm
M_2=4395 N cm



M_1=8580 N cm
M_2=-7500 N cm

Scelta dei materiali

Skin: 50% Graffite ad alta resistenza + 50% resina epossidica

Core: Poliuretano espanso

Densità

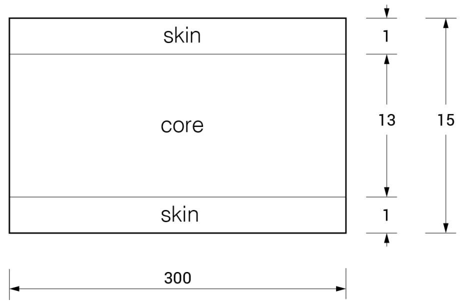
Skin [**Fibre:** 1,78 g/cm^3 / **Resina:** 1,3 g/cm^3] **Composto:** 1,54 g/cm^3

Core PE: 0,02 g/cm^3

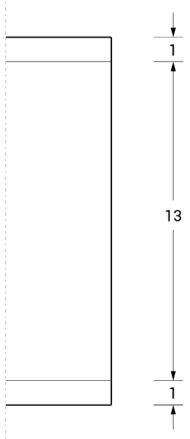
Modulo di resistenza (σ)

Skin [**Fibre:** 3500 MPa / **Resina:** 80 MPa] **Composto:** 1790 MPa

Larghezza della tavola di **300 mm**. Ipotiziamo uno spessore di **15 mm**



Verifica di resistenza



$I_{x_{skin}} = I_x - I_{x_{core}}$

$$I_x = \frac{30\ \ 1,5^3}{12} = 8,4\ cm^4$$

$$I_{x_{core}} = \frac{30\ \ 1,3^3}{12} = 5,5\ cm^4$$

$I_{x_{skin}} = 8,4 - 5,5 = 2,9\ cm^4$

$$\sigma = \frac{26250\ \ 0,75}{2,9} = 6788\ N/cm^2 = 6,8\ MPa$$

$\sigma < \sigma_{amm}$

La struttura è verificata. La sigma ammissibile è estremamente più grande.
Abbassiamo la la percentuale delle fibre all'interno del nostro composto a **10%**

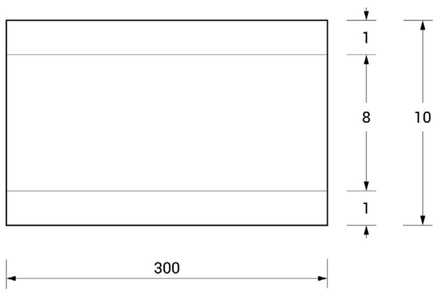
Densità

Composto: 1,35 g/cm^3

Modulo di resistenza

Composto: 422 MPa

Riduciamo lo spessore del Core a **8 mm**



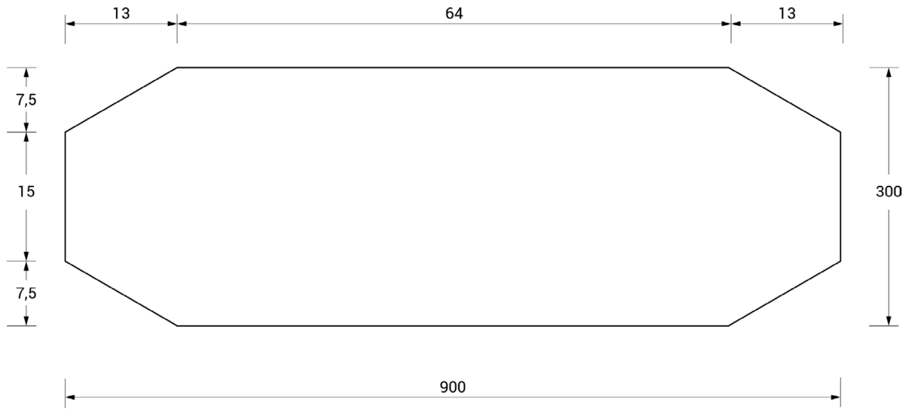
$I_{x_{skin}} = 2,5 - 1,3 = 1,2\ cm^4$

$$\sigma = \frac{26250\ \ 0,5}{1,2} = 10938\ N/cm^2 = 10,9\ MPa$$

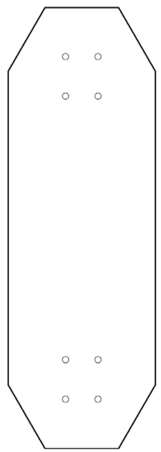
$\sigma < \sigma_{amm}$

Calcolo del peso

Geometria della tavola



Calcolo del peso



$A_{tot} = 2445\ cm^2$

$V_{skin} = 2445\ \ 0,2 = 489\ cm^3$

$V_{core} = 2445\ \ 0,8 = 1956\ cm^3$

$P_{skin} = 489\ \ 1,35 = 660\ g$

$P_{core} = 1956\ \ 0,02 = 40\ g$

$P_{tot} = 660 + 40 = 700\ g = 0,700\ Kg$

In sintesi

Skateboard:

Tavola con sezione a sandwich composta da Skin in **graffite ad alta resistenza** più matrice in **resina epossidica**, percentuali del composto: **90% di matrice e 10% di rinforzo.**
Il Core è realizzato in **poliuretano espanso**.
Lo spessore totale è **10 mm**: 1 mm per ogni Skin più 8 mm di Core; per un peso totale di **0,7 Kg.**