Materiali per il prodotto industriale

Università degli studi di Ferrara

Corso di laurea in
Design del Prodotto Industriale

Professori:
Alessandri Claudio, Mollica Francesco

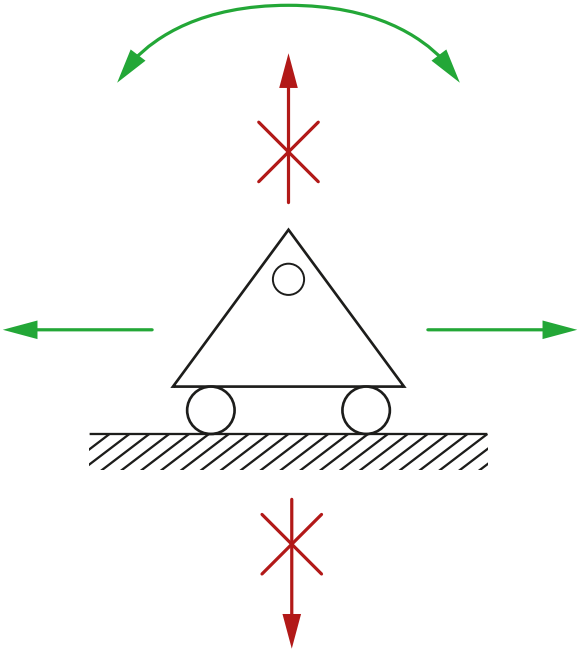
Andrea Zambonini, matricola 115694

Vincoli di primo grado

Grado di libertà: 2
Grado di vincolo: 1

I vincoli di *primo grado* impediscono al corpo col quale interagiscono *una sola componente* di moto, in particolare il *carrello*, vincolo bilatero, impedisce la *traslazione verticale*, mentre invece consente la traslazione orizzontale e la rotazione.

Vincolo	Reazione
v = 0	Rx ≠ 0
u ≠ 0	Ry = 0
φ ≠ 0	M = 0



Esempi

_Mezzo di trasporto ad una ruota stabilizzata

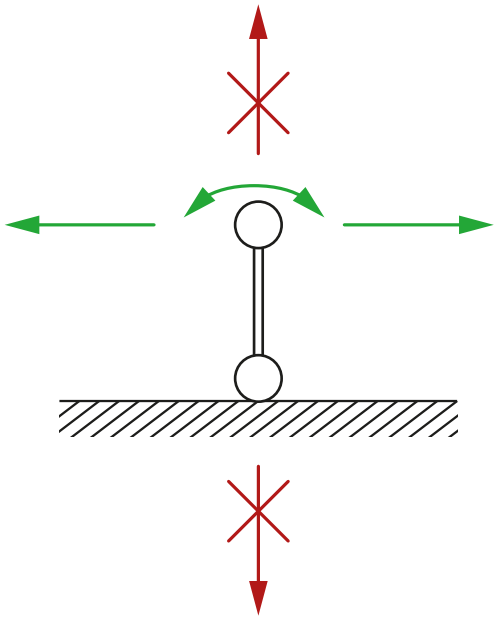
_Carrello

Vincoli di primo grado

Grado di libertà: 2
Grado di vincolo: 1

Un altro vincolo di primo grado è la singola biella, chiamato anche pendolo e anche questo come il carrello impedisce la traslazione verticale, ma differisce dal primo caso in quanto la rotazione avviene nei punti di vincolo.

Vincolo	Reazione
v = 0	Rx ≠ 0
u ≠ 0	Ry = 0
φ ≠ 0	M = 0



Esempi

_Lampade pendenti di Tom Dixon

_Modellino escavatore

Vincoli di secondo grado

Grado di libertà: 1
Grado di vincolo: 2

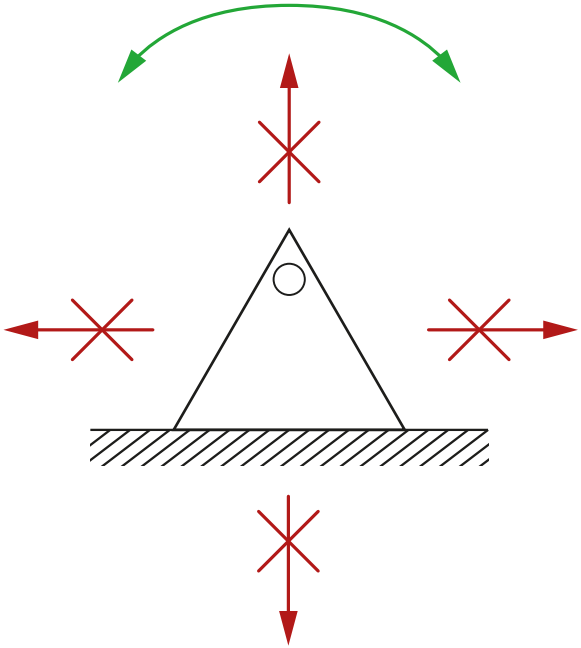
I vincoli di secondo grado impediscono al corpo vincolato di effettuare due movimenti, il primo caso è la cerniera, che impedisce qualsiasi tipo di traslazione e permette unicamente la rotazione attorno al fulcro di vincolo.

Vincolo

$v = 0$
$u = 0$
$\varphi \neq 0$

Reazione

$R_x \neq 0$
$R_y \neq 0$
$M = 0$



Esempi

_Ventola di raffreddamento

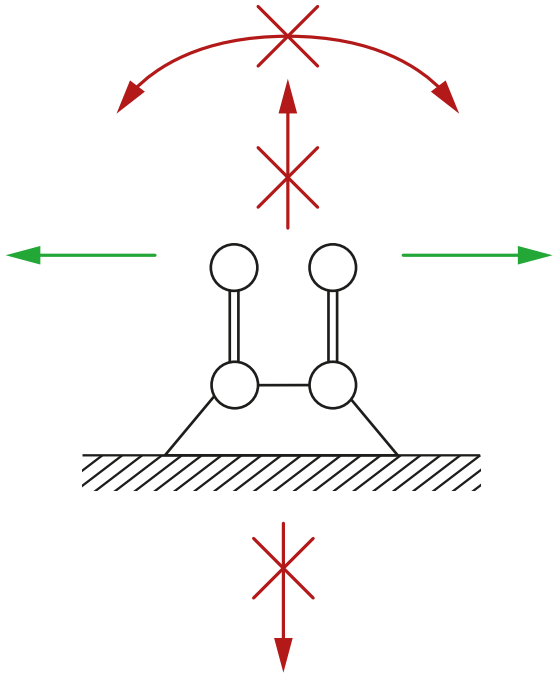
_Cardine di una finestra

Vincoli di secondo grado

Grado di libertà: 1
Grado di vincolo: 2

Un altra tipologia di vincolo di secondo grado è la doppia biella, o doppio pendolo e in questo caso il corpo più unicamente effettuare una traslazione orizzontale siccome la rotazione viene impedita dalla presenza di una seconda biella.

Vincolo	Reazione
v = 0	Rx ≠ 0
u ≠ 0	Ry = 0
φ = 0	M ≠ 0



Esempi

_Orologio pendente

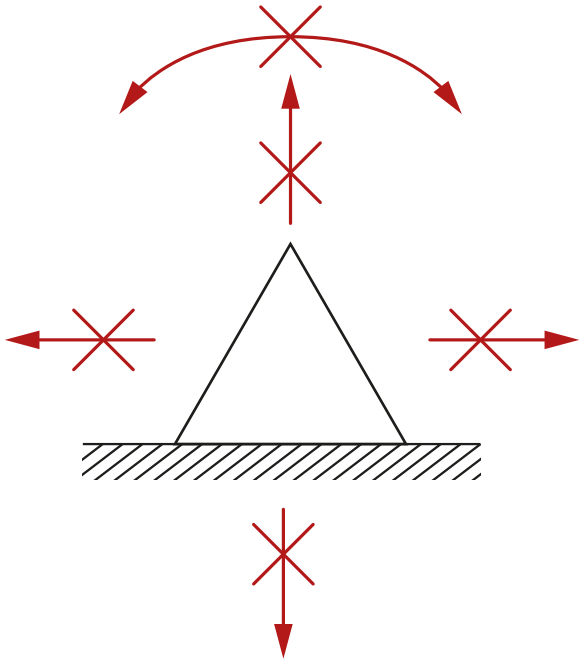
_Giostra

Vincoli di terzo grado

Grado di libertà: 0
Grado di vincolo: 3

L'ultima tipologia di vincolo è l'incastro che impedisce qualsiasi tipologia di movimento da parte del corpo producendo in tutte le direzioni una reazione vincolare.

Vincolo	Reazione
v = 0	Rx ≠ 0
u = 0	Ry ≠ 0
φ = 0	M ≠ 0



Esempi

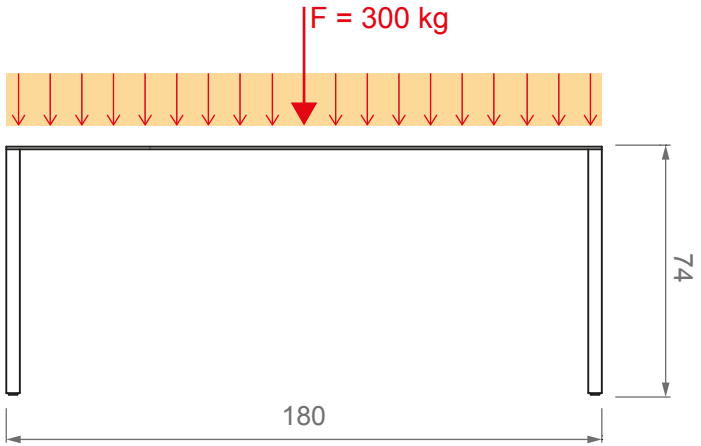
_Mensola con incastro a muro

_Puzzle

Per il primo esercizio ho scelto il tavolo “NAAN”
di Piero Lissoni prodotto da Cassina.

l_0 = 180 cm
d = 95 cm
h = 1 cm

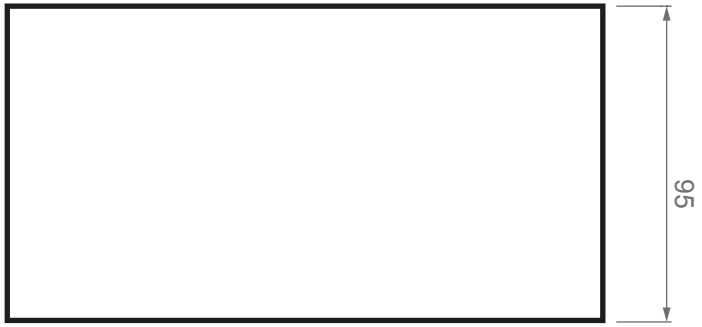
Applico una *forza distribuita* su tutto il tavolo (2d)
di cui la risultante è:
F = 300 kg
$\sigma r_{\text{acciaio}}$ = 510 N/mm^2 = 5098 kg/cm^2
E_{young} = 2243375 kg/cm^2
$P_{\text{peso specifico}}$ = 0,007893 kg/cm^3



Calcolo il *momento* della forza:
M = F · L / 4 = 300 · 180 / 4 = 13500 kg · cm

Calcolo il momento di *inerzia* rispetto ad x:
$I_x = l_0 \cdot h^3 / 12 = 15$ cm^4

Ora posso calcolare la *sigma di sforzo*:
$\sigma = M \cdot y / I_x = M \cdot (h / 2) / I_x = 13500 \cdot 0{,}5 / 15 = 450$ kg/cm^2
$\sigma << \sigma r$ il tavolo è *stabile*



Calcolo a quale carico la sigma di *sforzo supera* quella di *rottura*:
$\sigma r = M \cdot y / I_x$ quindi $M = 5098 \cdot 15 / 0{,}5$
$F \cdot l_0 / 4 = 5098 \cdot 15 / 0{,}5$ quindi $F = 1699$ kg/cm^2

Ora passo alla seconda parte dell'esercizio e calcolo la *flessione* e il *taglio* del tavolo al carico di 50 kg

$M_{flet} = q^* \cdot l^2 / 8$

Per calcolare il momento mi serve sapere il *carico unitario* (q):

$q = F / l_o^2 = 0{,}009\ kg/cm^2$

$q^* = q \cdot d = 0{,}855\ kg/cm$

$M_{flet} = 0{,}855 \cdot 1802 / 8 = 3463\ kg \cdot cm$

$T_{taglio} = q^* \cdot l_0 / 2 = 76\ kg$

$\sigma = M_{flet} \cdot (h / 2) / l_0 = 3463 \cdot 0{,}5 / 180 = 9{,}6\ kg/cm^2$

$\sigma << \sigma r$ il tavolo è *stabile* anche alla flessione

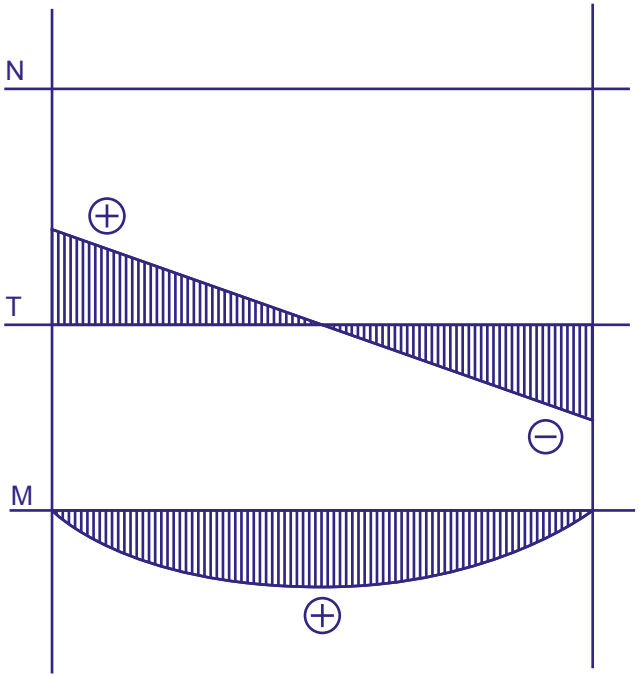
Ricavo la *freccia* (verticale massima):

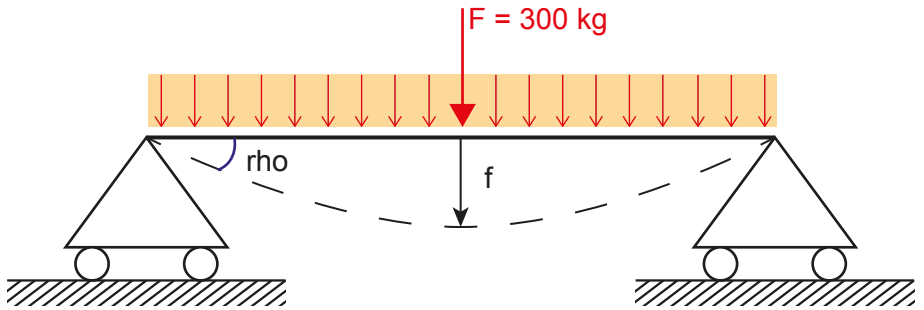
$f = 5 / 348 \cdot q^* \cdot l_0^4 / (E \cdot I_x) =$

$= 5 / 348 \cdot 0{,}855 \cdot 1804 / (2243375 \cdot 15) = 0{,}15\ cm$

Trovo l'*angolo* di rotazione

$\varphi = q^* \cdot l_0^3 / 24\ E\ I_x = 0{,}855 \cdot 1803 / (24 \cdot 2243375 \cdot 50) = 0{,}0018°$





Come esercitazione per la prova a ribaltamento ho scelto il tavolino da letto "Program B117" del gruppo "Thonet" disegnato per potersi spostare con facilità anche rimanendo nel letto, inclinandolo e spostandolo.

Ricavo il baricentro della struttura dividendola ed approssimandola a *due rettangoli complanari*.

T_{1x} = 2 cm / 2 = 1 cm
T_{1y} = 72 cm / 2 = 36 cm
T_{2x} = 2 cm + (50 cm / 2) = 27 cm
T_{2y} = 2 cm / 2 = 1 cm
T_1 (1 ; 36) T_2 (27 ; 1)

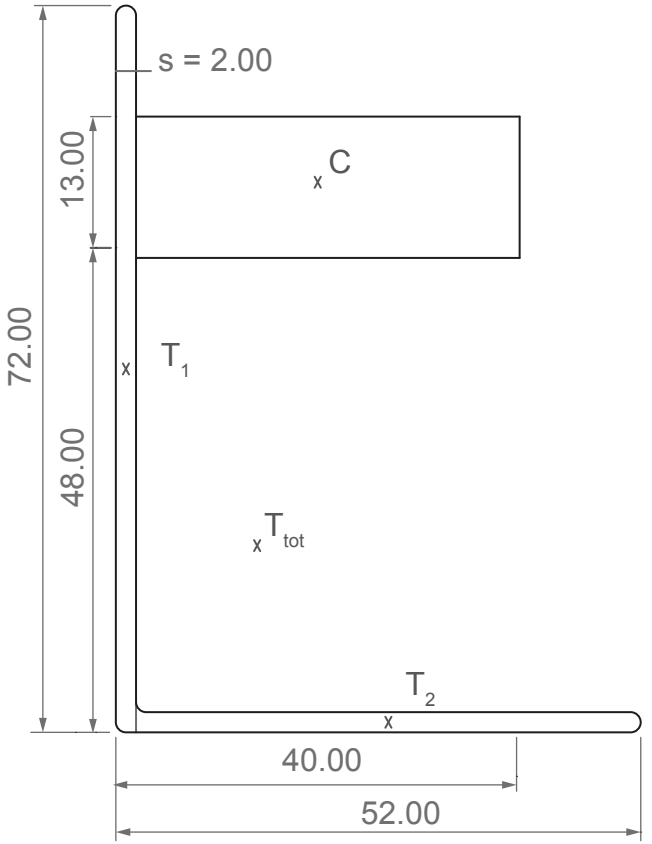
Calcolo l'area dei due rettangoli per poter trovare il *baricentro totale*:
$A_1 = 72 \cdot 2 = 144\ cm^2$ $A_2 = 50 \cdot 2 = 100\ cm^2$
$A_{t\ tot} = 144 + 100 = 244\ cm^2$

$X_t = (\sum An \cdot xn) / Atot = [(144 \cdot 1) + (100 \cdot 27)] / 244 = 11,65$ cm

$Y_t = (\sum An \cdot Yn) / Atot = [(144 \cdot 36) + (100 \cdot 1)] / 244 = 21,65$ cm

C_x = 41 cm / 2 = 20,5 cm
C_y = 48 cm + (13 cm / 2) = 54,5 cm

T_{tot} (11,65 ; 21,65) C (20,5 ; 54,5)



$V_t = 1068\ cm^3$ $V_c = 15399\ cm^3$

$Ps_{alluminio} = 0{,}00786$ $Ps_{faggio} = 0{,}00075$

$P_t = Vt \cdot Ps_{alluminio} = 8{,}39\ kg$ $P_c = Vt \cdot Ps_{faggio} = 11{,}54\ kg$

Applico una forza di *10kg* sulla parte superiore dell'oggetto, come per simulare una mano che prende il manubrio per *spostarlo.*

$F = 6\ kg$

$F_b\ (2\ ;\ 71)$

$M_s = \sum P \cdot b = (Pt \cdot Xt) + (Pc \cdot Xc) =$

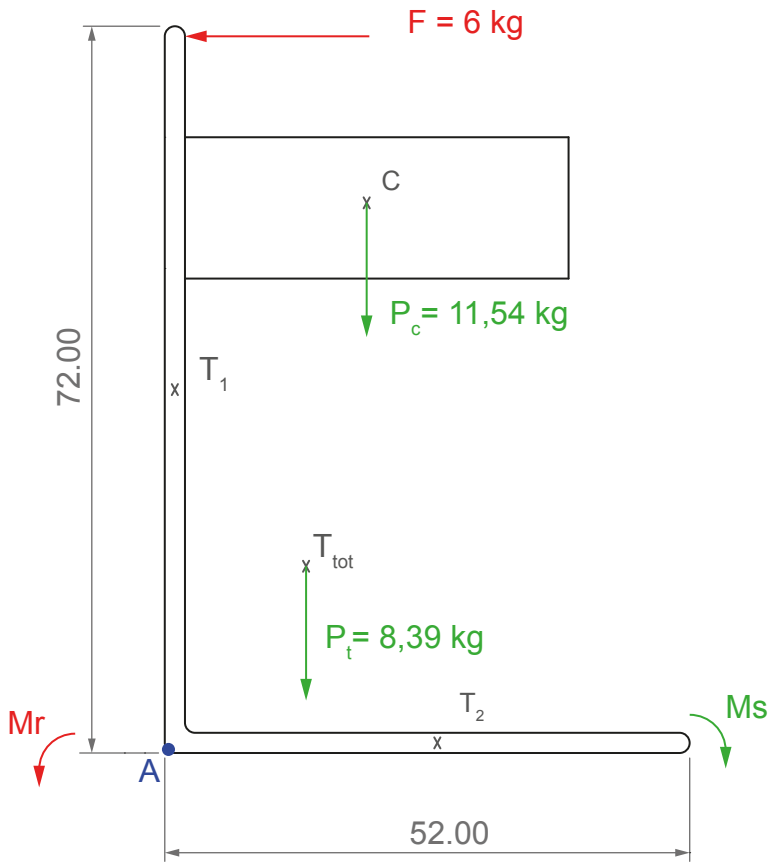
$=(8{,}4 \cdot 11{,}65) + (11{,}5 \cdot 20{,}5) = 333{,}55\ kg \cdot cm$

$M_r = F \cdot yf = 6 \cdot 71 = 426\ kg \cdot cm$

$M_s < M_r$ L'oggetto si ribalta con una forza di *6 kg.*

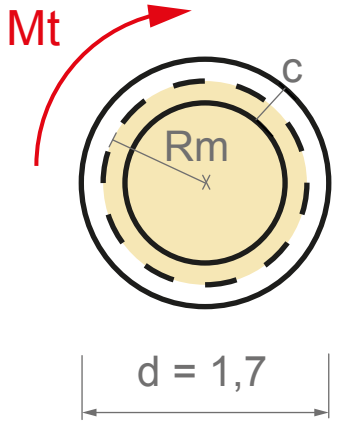
Calcolo il caso limite per ricavare la *minima forza sufficiente* per il ribaltamento:

$F = M_r / y_f = 333{,}55 / 71 = 4{,}69\ kg$

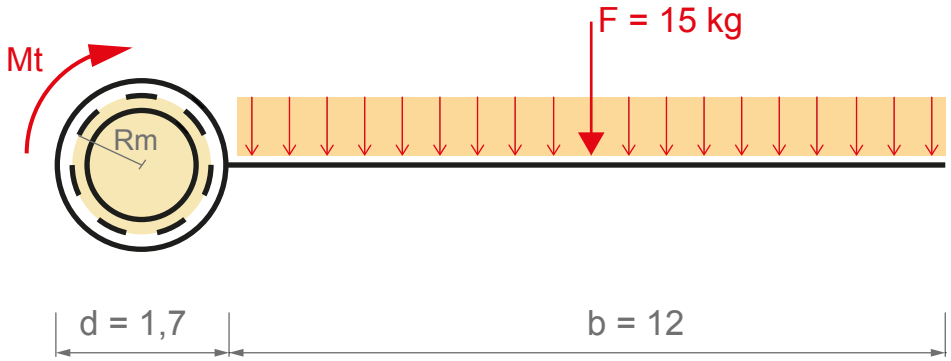


Nel terzo esercizio, dedicato alla torsione, considero una **maniglia di porta** composta da un tubolare cavo di **sezione circolare** in **Ferro 360**

r = 0,85 cm
b = 12 cm
c = 0,3 cm
P = F = 15 kg
Calcolo il *momento torcente:*
$M_t = F \cdot [r + (b/2)] = 15 \cdot 6,85 = 102,75 \text{ kg} \cdot \text{cm}$



Nel nostro caso abbiamo un oggetto cavo e con uno spessore stretto, quindi posso applicare la *formula di Bredt* grazie alla quale ricavo la *tensione tangenziale* che avviene effettuando questa torsione:
$Rm = r - c / 2 = 0,85 – 0,15 = 0,7 \text{ cm}$
Calcolo l'*area interessata* per ricavare la tensione tangenziale:
$\Omega = Rm^2 \cdot \pi = 1,54 \text{ cm}^2$
Ora che ho ottenuto l'area posso applicare *Bredt:*
$\tau = M_t / (2 \cdot \Omega \cdot c) = 102,75 / 2 \cdot 1,54 \cdot 0,3 = 111 \text{ kg} / \text{cm}^2$
Per verificare che la tensione rientri nella tensione ammissibile, posso applicare il teorema di *Von Mises:*
$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 \cdot 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{3 \cdot \tau^2} = \sqrt{3 \cdot 1112} = 192,2 \text{ kg} / \text{cm}^2$
$\sigma_{rottura} = 3670 \text{ kg} / \text{cm}^2$
$\sigma_{am} = \sigma_{rottura} / 3 = 1223 \text{ kg} / \text{cm}^<$

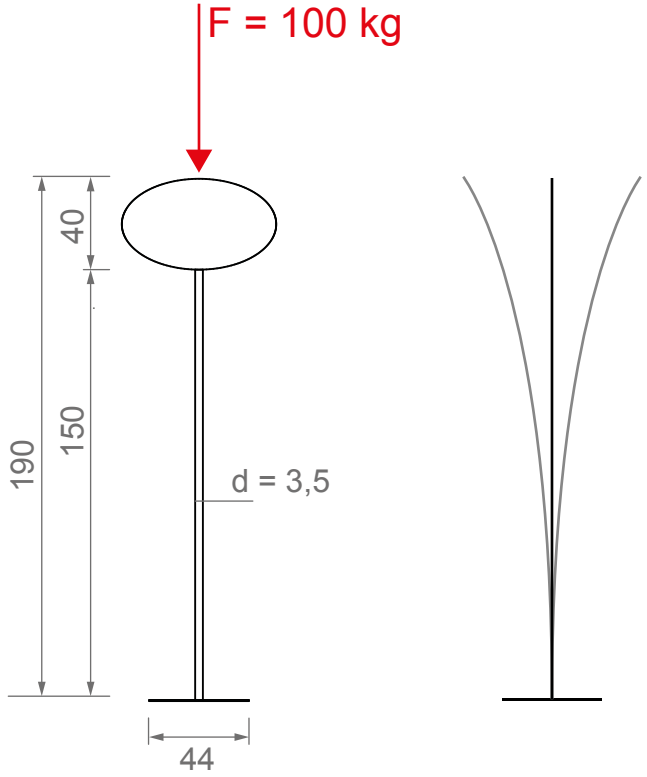


$\sigma_{id} < \sigma_{am}$ la maniglia riesce a sostenere una torsione generata da una *forza di 15 kg*

Per l'ultimo esercizio, quello dedicato all'instabilità, prenderò ad esempio la lampada da terra "gregg" di Ludovica+Roberto Palomba, prodotta da "Foscarini"

d = 3,5 cm
l = 190 cm
Materiale = Ferro 430
$l_0 = 2l = 280$ cm

Calcolo il *momento d'inerzia* minimo che vale sia per x che per y:
$I_{min} = \pi \cdot r4 / 2 = 14,7\ cm^4$
$A = \pi \cdot r2 = 9,6\ cm^2$
$\rho = \sqrt{I_{min}} / A = \sqrt{14,7} / 9,6 = 1,23$ cm
$\lambda = l_0 / \rho = 280 / 1,23 = 227 > 100$
Abbiamo verificato che l'oggetto è *snello*
Ricavo dalla tabella del Fe430 il valore di *omega* in questo caso:
$\omega = 7,38$
Applico una forza di *100 kg*
N = 100 kg
$\sigma = (N / A) \cdot \omega = 100 / 9,6 \cdot 7,38 = 76,87\ kg/ cm^2$
$\sigma_{amm} = 4384\ kg / cm^2$
$\sigma < \sigma_{amm}$ quindi l'oggetto *resiste* a questa forza



Per definire il valore limite al quale questo oggetto può essere sottoposto, ricavo il *carico critico euleriano* per elementi snelli.
$E = 2000000\ kg / cm^2$
$N_{critico} = P_{cr} = \pi \cdot E \cdot I_{min} / l_0^2 = 3701$ kg >> 100kg quindi il nostro oggetto è *stabile*.