

# MATERIALI PER IL PRODOTTO INDUSTRIALE

PROF : **Caudio Alessandri ; Francesco Mollica**  
STUDENTE : **Lorenzo Marchionni**

01. ANALISI RIBALTAMENTO

02. ANALISI FLESSIONE

03. ANALISI TORSIONE

04. INSTABILITA'

## L'AVVENTURA DI PAOLO

Questa è la simpatica storia di Paolo, un ragazzino curioso e sensibilmente interessato a come " funziona il mondo ". Uscendo di casa quel giorno, dovendo comprare al supermercato alcune cose richieste dalla mamma, **Paolo trova la sua bicicletta a terra [ analisi ribaltamento ]**. Risultava strano dato che era appoggiata al solito cavalletto centrale tanto che subito pensò che non fosse possibile che la sola forza del vento l'avesse fatta cadere. Dubbioso su quanto accaduto ed un po' scocciato la tira su per partire. A metà strada incontra Sara, la ragazza per cui ha un debole e con la quale non riesce a dichiararsi. Questa lo ferma e gli chiede un passaggio.

Sebbene in preda all'imbarazzo, Paolo non poteva rifiutare. ( sarebbe stato sicuramente poco carino! ).

**Sara decide di salire sulla canna della bici, [ flessione ]** avvolgendosi dunque tra le braccia del giovane che una volta partito riscontrò seri problemi ad andar dritto, a causa dell'emozione.

Salutata Sara all'uscio di casa sua, Paolo riparte alla volta del supermercato che ormai è vicinissimo. Dopo aver dato un'occhiata all'orario essendosi reso conto di quanto si era fatto tardi, lascia frettolosamente la bici appoggiata ad una transenna. Una volta uscito, facendo per riprendere la bici, nota che **uno dei due pedali si era incastrato alla transenna [ torsione ]** ed in preda alla rabbia tira un forte calcio sull'altro.

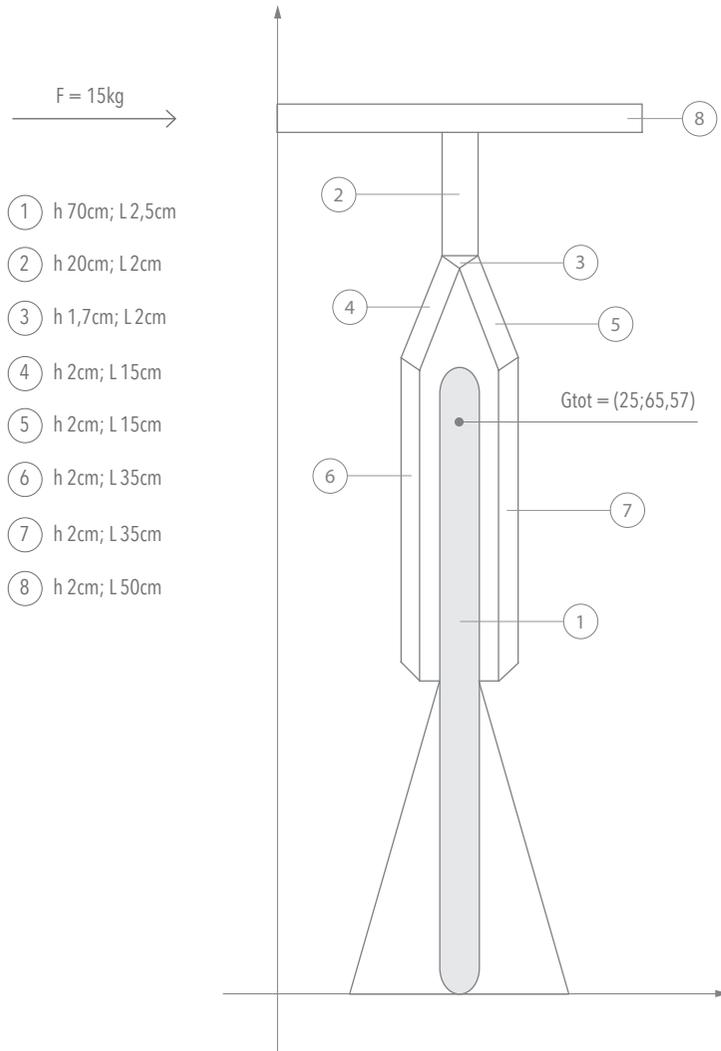
Riuscito, dopo varie prove, a liberare la bici, Paolo riparte a tutta velocità verso casa pensando di trovare la mamma furiosa che lo aspettava alla porta. In effetti fu proprio così.

Quella sera, dopo aver passato un intero pomeriggio in bicicletta, Paolo si domanda come siano successe certe cose, cercando di calcolare valori, possibilità e analizzando le sue ricorrenti disavventure.

Alla luce dei suoi studi Paolo scopre che

- sarebbe bastata una forza di circa 1 kg per ribaltare la sua bici,
- Sara con il suo peso ha abbassato la canna della bicicletta di 0,15 cm che poi è tornata al suo posto dato il comportamento elastico del materiale,
- sarebbe servita una forza di circa 145kg per torcere il tondino del pedale della bici fino a spezzarlo.

# 01. ANALISI RIBALTAMENTO



Perche la bici di Paolo è caduta? Quanta forza sarebbe bastata per farla cadere?

Dovendo calcolare il baricentro totale della bicicletta, quest'ultima ( vista in prospettiva frontale ) verrà semplificata in figure geometriche riconducibili alla sua forma in modo da poter calcolare l'area di ogni elemento. Si procederà poi con il calcolo del baricentro delle singole parti tracciando le rispettive diagonali ed infine verrà applicata la formula che ci condurrà alle coordinate del baricentro complessivo.

$$A1 = ( 35 * 1,25 * \pi ) = 137 \text{cm}^2$$

$$G1 ( 25; 35 )$$

$$A2 = ( 20 * 2 ) = 40 \text{cm}^2$$

$$G2 ( 25; 96 )$$

$$A3 = ( 2 * 1,7 / 2 ) = 1,7 \text{cm}^2$$

$$G3 ( 25; 85,5 )$$

$$A4 = ( 15 * 2 ) = 30 \text{cm}^2$$

$$G4 ( 23; 77 )$$

$$A5 = ( 15 * 2 ) = 30 \text{cm}^2$$

$$G5 ( 27; 77 )$$

$$A6 = ( 35 * 2 ) = 70 \text{cm}^2$$

$$G6 ( 22,5; 52,5 )$$

$$A7 = ( 35 * 2 ) = 70 \text{cm}^2$$

$$G7 ( 28; 52,5 )$$

$$A8 = ( 50 * 2 ) = 100 \text{cm}^2$$

$$G8 ( 25; 106,5 )$$

$$A_{tot} = 479 \text{cm}^2$$

$$S_x = ( A1y_1 + A2y_2 + A3y_3 \dots ) = ( 137,3 * 35 ) + ( 40 * 96 ) + ( 1,7 * 85,5 ) + ( 30 * 77 ) + ( 30 * 77 ) + ( 70 * 52,5 ) + ( 70 * 52,5 ) + ( 100 * 106,5 ) = 4805,5 + 3840 + 145,35 + 2310 + 2310 + 3675 + 3675 + 10650 = 31410,85$$

$$y_G = S_x / A_{tot} = 31410,85 / 479 = 65,57$$

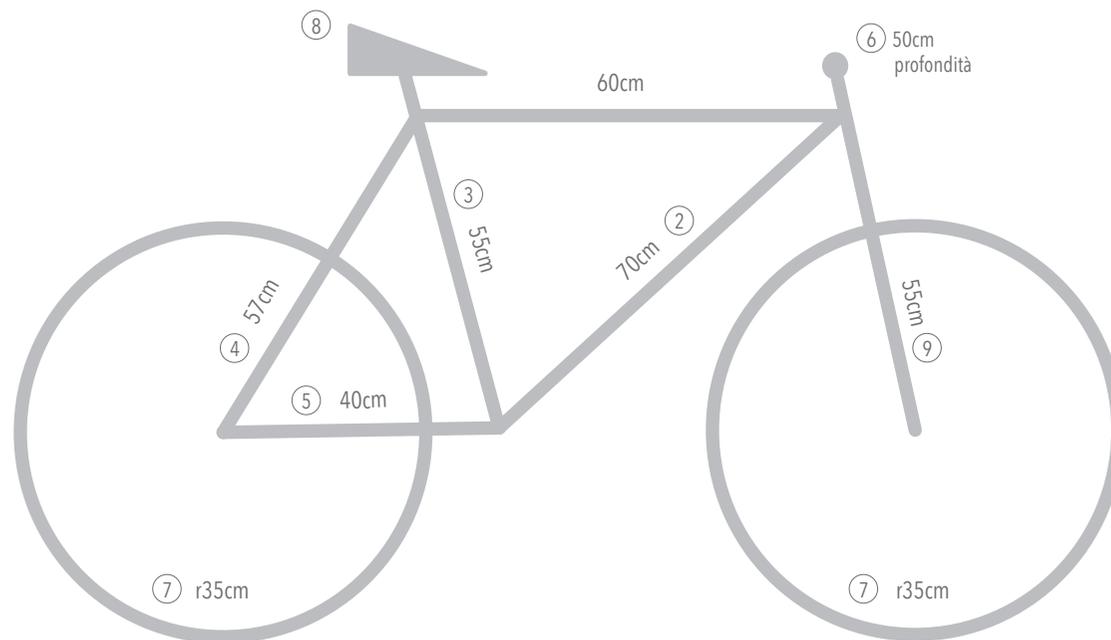
$$S_y = ( A1x_1 + A2x_2 + A3x_3 \dots ) = ( 137,3 * 25 ) + ( 40 * 25 ) + ( 1,7 * 25 ) + ( 30 * 23 ) + ( 30 * 27 ) + ( 70 * 22 ) + ( 70 * 28 ) + ( 100 * 25 ) = 3432,5 + 1000 + 42,5 + 690 + 810 + 1540 + 1960 + 2500 = 11975$$

$$x_G = S_y / A_{tot} = 11975 / 479 = 25$$

$$G_{tot} ( 25; 65,57 )$$

Calcolando i volumi dei singoli pezzi che compongono la bicilcetta se ne potrà calcolare poi il peso che sarà utile per confrontare il momento stabilizzante con quello ribaltante.

- ①  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,25\text{cm}^2 \cdot 60\text{cm} = 420\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1,3\text{cm}^2 \cdot 60\text{cm} = 318,5\text{cm}^3$   
 $\text{Volume1} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 420\text{cm}^3 - 318,5\text{cm}^3 = 102\text{cm}^3$
- ②  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,25\text{cm}^2 \cdot 70\text{cm} = 490\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1,3\text{cm}^2 \cdot 70\text{cm} = 371\text{cm}^3$   
 $\text{Volume2} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 490\text{cm}^3 - 371\text{cm}^3 = 119\text{cm}^3$
- ③  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,25\text{cm}^2 \cdot 55\text{cm} = 385\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1,3\text{cm}^2 \cdot 55\text{cm} = 291\text{cm}^3$   
 $\text{Volume3} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 385\text{cm}^3 - 291\text{cm}^3 = 94\text{cm}^3$
- ④  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,25\text{cm}^2 \cdot 57\text{cm} = 399\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1,3\text{cm}^2 \cdot 57\text{cm} = 302\text{cm}^3$   
 $\text{Volume4} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 399\text{cm}^3 - 302\text{cm}^3 = 97\text{cm}^3$
- ⑤  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,25\text{cm}^2 \cdot 40\text{cm} = 280\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1,3\text{cm}^2 \cdot 40\text{cm} = 212\text{cm}^3$   
 $\text{Volume5} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 280\text{cm}^3 - 212\text{cm}^3 = 68\text{cm}^3$
- ⑥  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 4\text{cm}^2 \cdot 50\text{cm} = 625\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3,6\text{cm}^2 \cdot 50\text{cm} = 510\text{cm}^3$   
 $\text{Volume6} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 625\text{cm}^3 - 510\text{cm}^3 = 115\text{cm}^3$
- ⑦  $\text{Vol Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1225\text{cm}^2 \cdot 2,5\text{cm} = 9621\text{cm}^3$   
 $\text{Vol Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1156\text{cm}^2 \cdot 2,5\text{cm} = 9007,5\text{cm}^3$   
 $\text{Volume7} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 9621\text{cm}^3 - 9007,5\text{cm}^3 = 543,5\text{cm}^3$
- ⑧  $\text{Volume8 prisma} = \text{Abase} \cdot h = 62,5\text{cm}^2 \cdot 15\text{cm} = 937,5\text{cm}^3$
- ⑨  $\text{Volume Cil} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 2,25\text{cm}^2 \cdot 55\text{cm} = 385\text{cm}^3$   
 $\text{Volume Cav} = \text{Abase} \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 1,3\text{cm}^2 \cdot 55\text{cm} = 291\text{cm}^3$   
 $\text{Volume9} = \text{Vol. Cil} - \text{Vol. Cav} = 385\text{cm}^3 - 291\text{cm}^3 = 94\text{cm}^3$



- Peso1 = Volume1\*Ps = 102cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 275,4g  
 Peso2 = Volume2\*Ps = 119cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 345,1g  
 Peso3 = Volume3\*Ps = 94cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 253,8g  
 Peso4 = Volume4\*Ps = 97cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 261,9g  
 Peso5 = Volume5\*Ps = 68cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 183,6g  
 Peso6 = Volume6\*Ps = 115cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 310,5g  
 Peso7 = Volume7\*Ps = 543,5cm<sup>3</sup>\*1,7g/cm<sup>3</sup> = 924g \*2 ( ruote )  
 Peso8 = Volume8\*Ps = 937,5cm<sup>3</sup>\*1,4g/cm<sup>3</sup> = 1312g  
 Peso9 = Volume9\*Ps = 94cm<sup>3</sup>\*2,7g/cm<sup>3</sup> = 253,8g

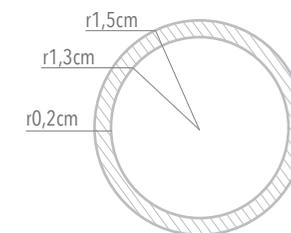
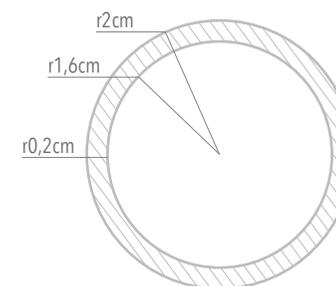
**Ptot Bicicletta = 5044,1g = 5,04 Kg**

- $M_r = F \cdot \text{braccio} = 15\text{kg} \cdot 106,5\text{cm} = 1597,5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$   
 $M_s = F \cdot \text{braccio}G = 5\text{kg} \cdot 22,5\text{cm} = 107,775 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$

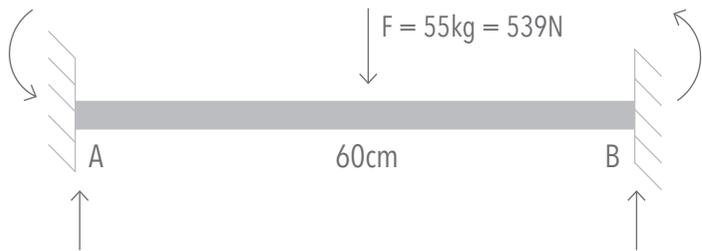
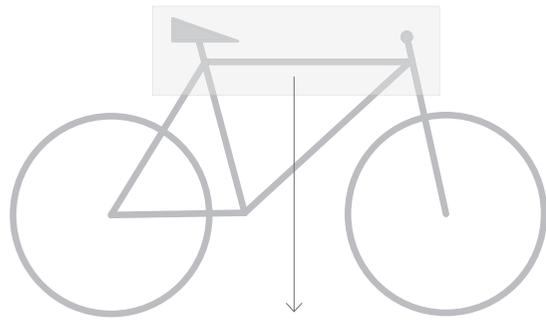
**Ms > Mr : Non essendo soddisfatta la relazione la bici si ribalta.**

**Calcoliamo ora la forza limite entro la quale non si ribalta.**

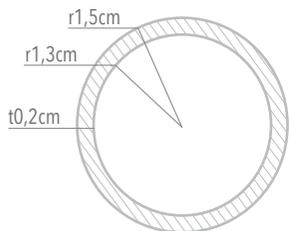
$$F \cdot br < P_{tot} \cdot bG \Rightarrow F < P_{tot} \cdot bG / br \Rightarrow 4790,3\text{g} \cdot 22,5 / 106.5 = 1012,035\text{g} = \mathbf{1,012\text{kg}}$$



## 02. ANALISI FLESSIONE



La canna della bicicletta è iperstatica 3 volte in quanto i gradi di vincoli sono 6 ( due incastri ) e i gradi di libertà dell'asta sono solo 3.



### Formulario e costanti

$R_V = F/2$   
 $M = Pl^3/8$   
 $I = \pi r^3 t$      $t = \text{spessore}$   
 Abbassamento  $f = 2/384 * Pl^3 / EI$   
 Modulo di young =  $E_{all} = 70Gpa$   
 $\sigma_{amm\ all} = 260\ Mpa$

Prendendo in considerazione l'asta AB caricata con peso in mezzeria di 55kg ( il peso di Sara ) verrà verificato l'abbassamento e l'eventuale rottura. L'asta è vincolata da due incastri alle estremità e le reazioni vincolari saranno quindi le forze contrarie applicate in corrispondenza di queste e avranno valore pari alla metà della forza.

### Reazioni Vincolari

$$R_{Ay} = F/2 = 539N / 2 = 269N$$

$$M_A = Pl/8 = 539N * 0,36m^2 / 8 = 24,2\ N * m$$

$$R_{By} = F/2 = 539N / 2 = 269N$$

$$M_B = -Pl/8 = -(539N * 0,36m^2 / 8) = -24,2\ N * m$$

### Momento di inerzia

$$I = \pi r^3 t = \pi * (1,4cm)^2 * 0,2cm = 0,55cm^4$$

### Abbassamento

$$f = 2/384 * Pl^3 / EI = 2/384 * 539N * (60cm)^3 / 7000000N/cm^2 * 0,55cm^4 = 232848000 / 1478400000 = 0,15\ cm$$

Con un peso di 55 kg applicato in mezzeria l'asta di abbassa di 0,15cm.

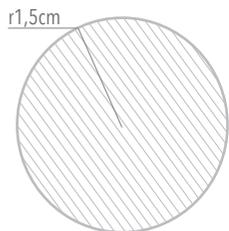
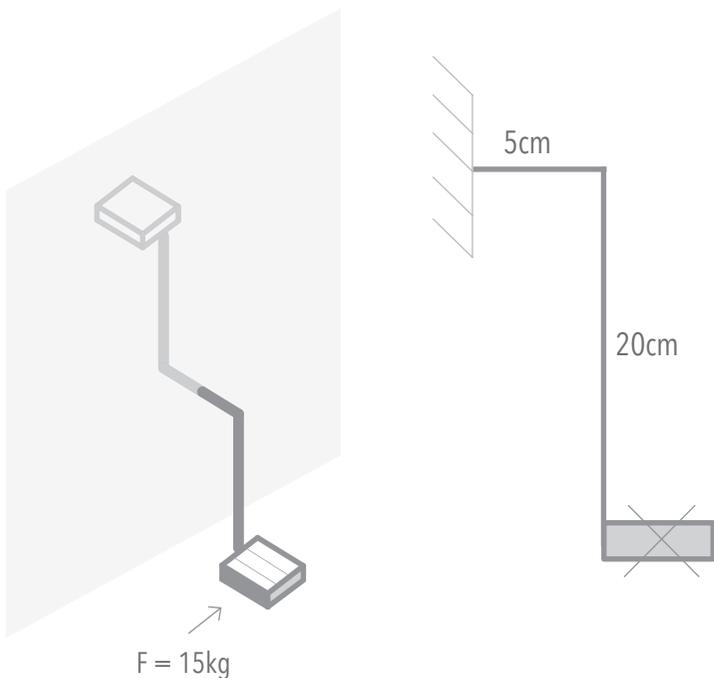
$$\sigma = (F * (l/2)) / \pi * r^3 = 539N * 30cm / \pi * (1,4cm)^3 = 16170 / 8,62 = 1875,8\ N/cm^2 = 18,75\ Mpa$$

$\sigma_{amm} > \sigma \Rightarrow 260\ Mpa > 18,75\ Mpa$

Essendo  $\sigma_{amm}$  maggiore di  $\sigma$  l'asta non raggiunge la rottura.

Avendo l'alluminio un comportamento elastico, una volta scaricato il peso torna alla sua condizione di stabilità.

### 03. ANALISI TORSIONE



Formulario e costanti
Momento torcente $M_t = F \cdot b$
Momento di inerzia $J_g = \pi r^4 / 4$
$T_{max} = M_t \cdot r / J_g$
$\sigma_{amm} \text{ Fe430} = 1900 \text{ Kg/cm}^2$
$\sigma_{eq} = T_{max} \cdot \sqrt{3}$

Si Verifichi se con una F stabilita ( il calcio di Paolo ) il tondino che collega i pedali si spezza e se cosi non fosse si calcoli la F che sarebbe servita per arrivare a rottura. Si analizzi in seguito il caso in cui il tondino sia pieno e quello in cui sia cavo.

#### Momento Torcente

$$M_t = F \cdot b = 15 \text{kg} \cdot 20 \text{cm} = 100 \text{Kg} \cdot \text{cm}$$

#### Momento di Inerzia

$$J_g = \pi r^4 / 4 = \pi ( 1,5 \text{cm} )^4 / 4 = 3,97 \text{ cm}^4$$

#### Tensione tangenziale massima

$$\tau_{max} = M_t \cdot r / J_g = 100 \text{kg} \cdot \text{cm} \cdot 1,5 \text{cm} / 3,97 \text{cm}^4 = 37,7 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^2$$

#### Sforzo normale equivalente

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(3 \cdot \tau_{max}^2)} = \tau_{max} \cdot \sqrt{3} = 37,7 \text{Kg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \sqrt{3} = 65,3 \text{kg} \cdot \text{cm}^2$$

Procedendo con formula inversa si pone come incognita il momento torcente della forza che romperebbe l'oggetto sostituendo  $\sigma_{eq}$  con  $\sigma_{amm}$

$$\sigma = M_t \cdot r \cdot \sqrt{3} / J_g \Rightarrow 1900 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 = M_t \cdot 1,5 \text{cm} \cdot \sqrt{3} / 3,97 \text{ cm}^4 \Rightarrow$$

$$M_t = 1900 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 \cdot 3,97 \text{cm}^4 / 1,5 \text{cm} \cdot \sqrt{3} = 2912 \text{kg} \cdot \text{cm}$$

$$F_{max} = M_t / b = 2912 \text{kg} \cdot \text{cm} / 20 \text{cm} = \mathbf{145,6 \text{kg}}$$

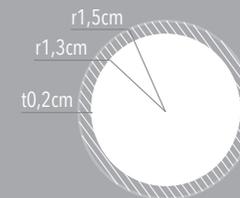
Ipotizziamo che il tondino fosse stato cavo con un diametro di 3cm e con uno spessore di 0,2cm.

#### Calcolo il valore $\Omega$

$$\Omega = \pi (R_{medio})^2 = \pi (1,4 \text{cm})^2 = 6,15 \text{ cm}^2$$

#### Tensione $\tau$

$$M_t / 2 \Omega s = 100 \text{kg} \cdot \text{cm} / 2 \cdot 6,15 \text{cm}^2 \cdot 0,2 \text{cm} = 40,65 \text{ Kg/cm}^2$$



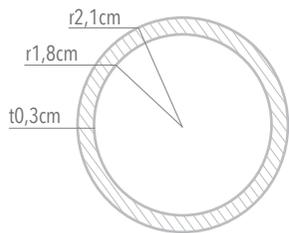
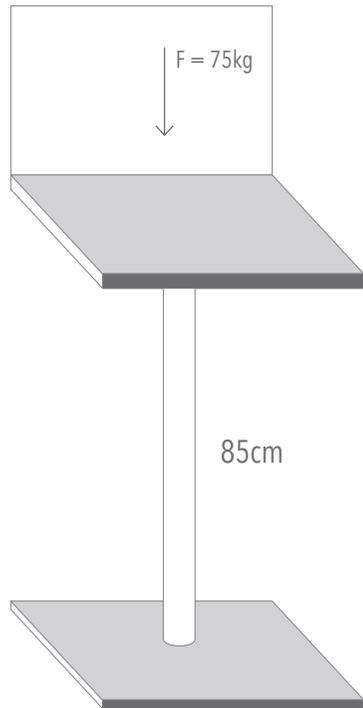
Per rendere confrontabile il  $\tau$  con il  $\sigma_{amm}$  del materiale è necessario convertirlo moltiplicandolo per  $\sqrt{3}$   
 $\sigma_{eq} = \sqrt{(3 \cdot \tau_{max}^2)} = \sqrt{3} \cdot \tau = 309,17 \text{ kg/cm}^2$   $\sigma_{eq} < \sigma_{amm} \Rightarrow$  **Verificata**

#### Calcoliamo ora la F entro la quale l'oggetto non si rompe

$$T \cdot \sqrt{3} < 1900 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow F \cdot b \cdot \sqrt{3} / 2 \Omega s < 1900 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow F \cdot 20 \text{cm} \cdot \sqrt{3} / 2,46 < 1900 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Rightarrow F < 1900 \text{ kg/cm}^2 \cdot 2,46 / 20 \sqrt{3} \Rightarrow \mathbf{F < 135,08 \text{ kg}}$$

## 04. INSTABILITA' (slegata dalle avventure di Paolo)



### Formulario e costanti

Momento di inerzia  $I = \pi r m^4 / 4$

$L_0 = 2l$

$\lambda = L_0 / \rho$

$\sigma_{amm} \text{ Fe360} = 1600 \text{ Kg/cm}^2$

$\omega = 2,04$

Prendendo in considerazione uno sgabello da bar con un peso applicato all'estremità superiore di 75kg (peso medio di un uomo) si verifichi se lo stelo strutturale dell'oggetto sorregge tale peso senza inflettersi.

### Area esterna

$$A_{est} = \pi r^2 = \pi (2,12 \text{ cm})^2 = 14,11 \text{ cm}^2$$

### Area interna

$$A_{int} = \pi r^2 = \pi (1,82)^2 = 10,40 \text{ cm}^2$$

### Area sezione

$$A = A_{est} - A_{int} = 14,11 \text{ cm}^2 - 10,40 \text{ cm}^2 = 3,7 \text{ cm}^2$$

### Momento di Inerzia

$$I = \pi ((r_{max}^4) - (r_{min}^4)) / 4 = \pi (20,19 - 10,97) / 4 = 7,24 \text{ cm}^4$$

### Calcolo $\rho$ Raggio di inerzia

$$\rho = \sqrt{I / A} = \sqrt{7,24 \text{ cm}^4 / 3,7 \text{ cm}^2} = 1,42 \text{ cm}$$

### Calcolo lunghezza libera di inflessione

$$L_0 = 2l = 85 \text{ cm} * 2 = 170 \text{ cm}$$

### Calcolo coefficiente di snellezza

$$\lambda = L_0 / \rho = 170 \text{ cm} / 1,42 \text{ cm} = 119,7$$

Utilizzo il metodo omega per calcolare la tensione con coefficiente  $\omega = 2,04$

$$\sigma = F \omega / A = 75 \text{ kg} * 2,04 / 3,7 \text{ cm}^2 = 41,35 \text{ kg/cm}^2$$

$\sigma < \sigma_{amm} \Rightarrow$  Verificata