Materiali per il prodotto industriale

Modelli meccanici per il design

Università degli Studi di Ferrara
Dipartimento di Architettura
Corso di laurea in Design del Prodotto industriale
A.A. 2015-2016

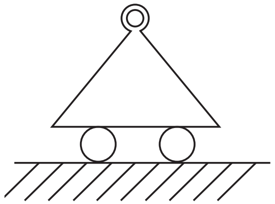
Studente: Isabella Negrisoli
Matricola: 122447
Docente: Claudio Alessandri

I VINCOLI

Un vincolo, in meccanica, è ogni impedimento alla libera mobilità dei corpi.
Essi si dividono in vicoli semplici, doppi e tripli.

Vincoli semplici

I vincoli semplici impediscono solo una delle tre differenti componenti di moto: traslazione orizzontale, traslazione verticale e rotazione. Fra questi troviamo il carrello che impedisce la traslazione perpendicolare dell'oggetto rispetto al piano di scorrimento, la biella che vincola lo spostamento lungo il proprio asse verticale e il doppio doppio pendolo la rotazione.

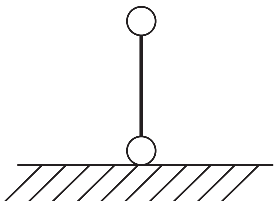


$x \neq 0$
$y = 0$
$M = 0$

Carrello

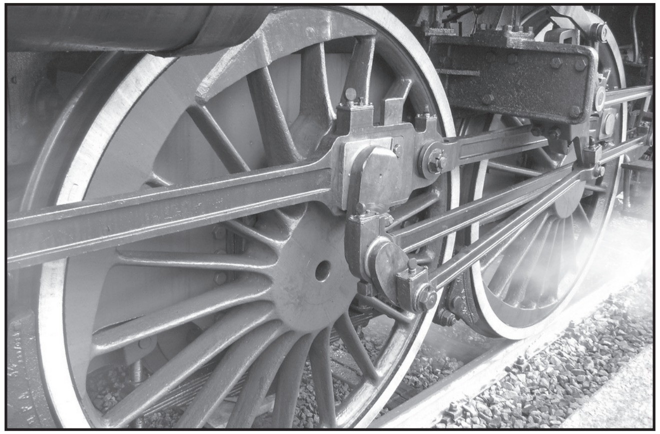
Esempio
Scala da lavoro

Nel caso di questa scala, il giunto metallico che può scorrere lungo il tondino permette la rotazione dell'apppoggio più alto nonchè l'apertura e la chiusura dell'oggetto in questione essendo vincolato solo nella direzione ortogonole rispetto all'asse del tondino stesso.



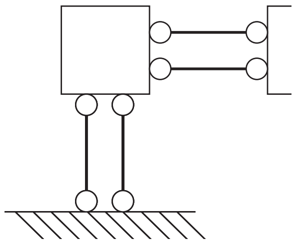
$x = 0$
$y \neq 0$
$M = 0$

Biella (pendolo)



Esempio
Biella treno

Le vecchie bielle costruite per i treni a vapore con un esempio più che logico. Impediscono la traslazione lungo il proprio asse verticale, ma consente quella perpendicolare al proprio asse e la rotazione.



x = 0
y = 0
M ≠ 0

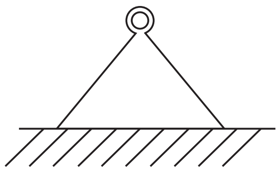
Doppio doppio pendolo

Esempio
Lampada da ufficio

Questa rivisitazione della classica lampada da ufficio consente la traslazione verticale e orizzontale del corpo illuminante, ma non la rotazione essendo un vincolo semplice.

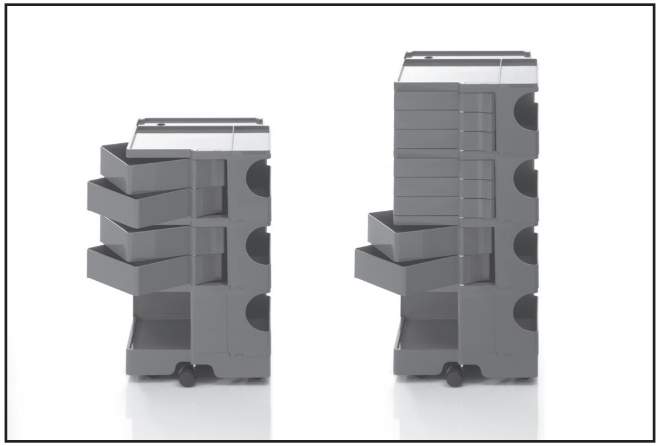
Vincoli doppi

I vincoli doppi impediscono due delle tre differenti componenti di moto. Vi fanno parte la cerniera che impedisce la traslazione sia orizzontale che verticale, permettendo di conseguenza solo la rotazione e il doppio pendolo che vincola lo spostamento perpendicolare al lato di scorrimento e la rotazione.



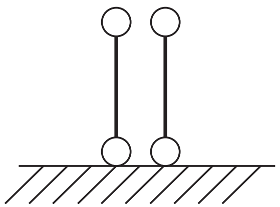
$x \neq 0$
$y \neq 0$
$M = 0$

Cerniera



Esempio
Boby (Joe Colombo)

L'unica componente di moto, se si analizza il meccanismo di apertura dei cassetti della serie di carrelli "Boby" disegnati dal noto designer Jeo Colombo, è la rotazione. Questa è consentita dalla cerniera a lato.



$x = 0$
$y \neq 0$
$M \neq 0$

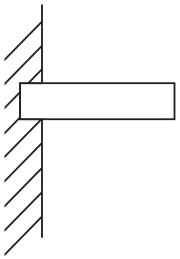
Doppio pendolo

Esempio
Lampada da soffitto

La parte illuminante in esame può traslare orizzontalmente, ma non ruotare e nemmeno spostarsi lungo l'asse verticale.

Vincoli tripli

I vincoli tripli, al contrario dei precedenti, impediscono tutte e tre componenti di moto. L'incastro nega quindi la possibilità di ruotare e la traslazione sia orizzontale che verticale.



$x \neq 0$
$y \neq 0$
$M \neq 0$

Incastro

Esempio
Sanitari ad incastro

In questo caso, i sanitari sono fissati al muro ottenedo così un vincolo ad incastro.

Esempio
Diamond lounge chair (Harry Bertoia)

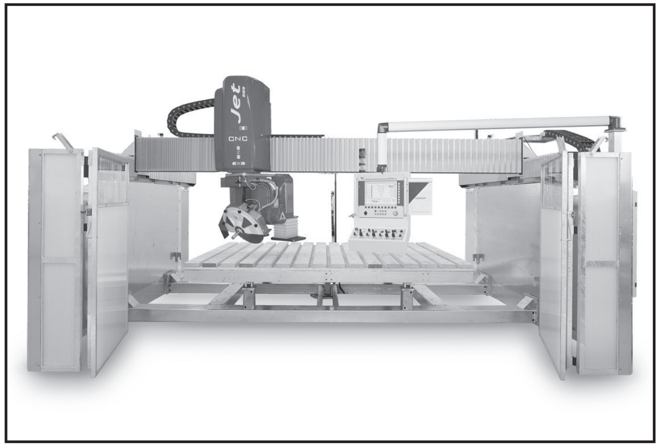
Tutte le componenti di moto sono impedite e la seduta della "Diamond lounge chair" è perfettamente garantita dalla varie parti saldate fra di loro.

Vincoli nel piano 3D

Un corpo rigido nello spazio, a differenza del piano dove questo ha tre gradi di libertà (due alla traslazione e una alla rotazione), possiede sei gradi di libertà (tre alla traslazione e tre alla rotazione).
Si definisce quindi grado di libertà il numero di parametri cinematici necessari a caratterizzare il moto o l’atto di moto di un sistema. In seguito sono riportati due semplici esempi nel campo della lavorazione e lavorazione nel vastissimo mondo del design.

$R_x = 0 \qquad M_x \neq 0$
$R_y = 0 \qquad M_y = 0$
$R_z = 0 \qquad M_z = 0$

Vincolo semplice



Esempio
Macchinario di lavorazione a 5 assi

Questi macchinari stanno rivoluzionando il mercarto attuale dato la vastità di movimenti consentiti; in questo caso è possibile la traslazione lungo i tre assi x, y e z mentre, per quanto riguarda la rotazione, è impedita quella dell’asse delle ascisse.

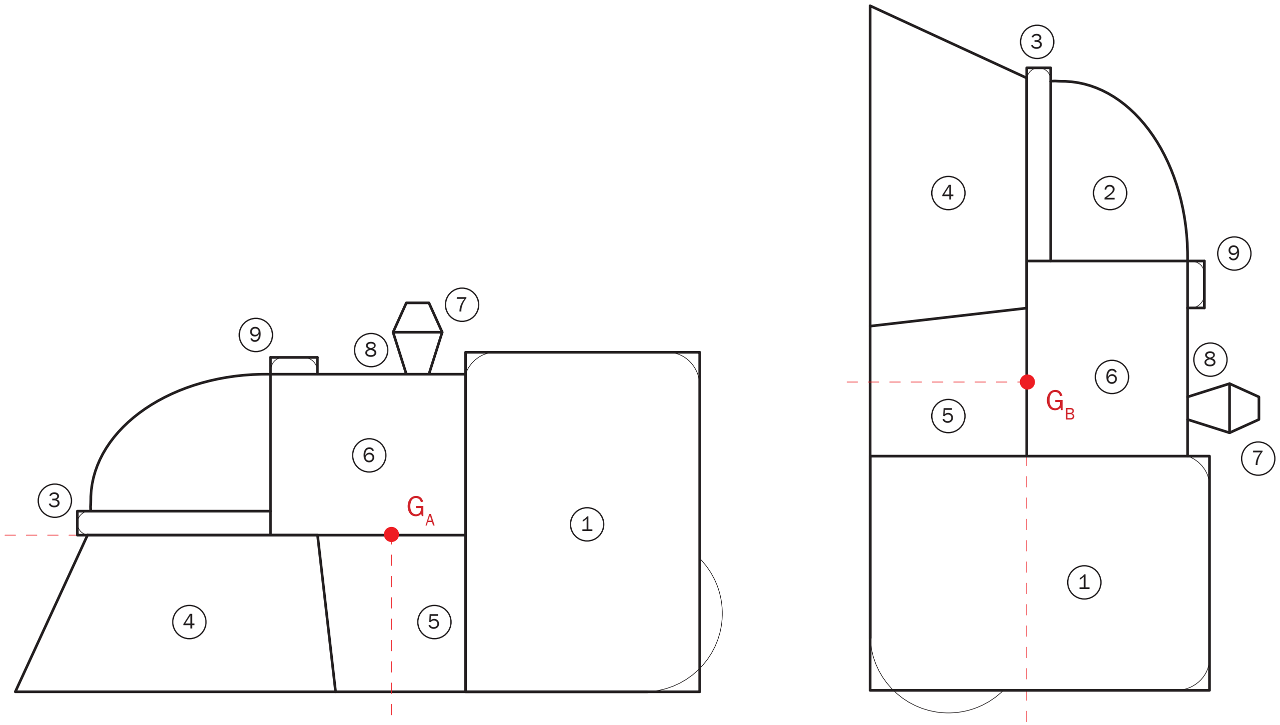
$R_x \neq 0 \qquad M_x \neq 0$
$R_y \neq 0 \qquad M_y \neq 0$
$R_z \neq 0 \qquad M_z \neq 0$

Vincolo sestuplo

Esempio
Morsa da lavoro

In una generica morsa da artigiano tutte e sei le componenti di moto sono impedite, non si ha alcuna possibilità di rotazione o traslazione in modo da consentire la più corretta lavorazione del pezzo.

Analisi baricentro



Geometria dello studio

Scompongo la figura disegnata scala 1:1 in geometrie più semplici e ne calcolo ogni singola area.

$\mathbf{A_1} = b \cdot h = 3{,}2 \cdot 4{,}5 = \mathbf{14{,}4\ u^2}$

$\mathbf{A_2} = (b \cdot B \cdot \pi)/4 = (1{,}9 \cdot 2{,}4 \cdot \pi)/4 = \mathbf{3{,}58\ u^2}$

$\mathbf{A_3} = b \cdot h = 2{,}6 \cdot 0{,}4 = \mathbf{1{,}04\ u^2}$

$\mathbf{A_4} = [(b+B) \cdot h]/2 = [(4{,}2+3) \cdot 2{,}1]/2 = \mathbf{7{,}56\ u^2}$

$\mathbf{A_5} = [(b+B) \cdot h]/2 = [(1{,}5+2) \cdot 2{,}1]/2 = \mathbf{3{,}68\ u^2}$

$\mathbf{A_6} = b \cdot h = 2{,}5 \cdot 2{,}1 = \mathbf{5{,}25\ u^2}$

$\mathbf{A_7} = [(b+B) \cdot h]/2 = [(0{,}7+0{,}4) \cdot 0{,}4]/2 = \mathbf{0{,}22\ u^2}$

$\mathbf{A_8} = [(b+B) \cdot h]/2 = [(0{,}8+0{,}3) \cdot 0{,}6]/2 = \mathbf{0{,}33\ u^2}$

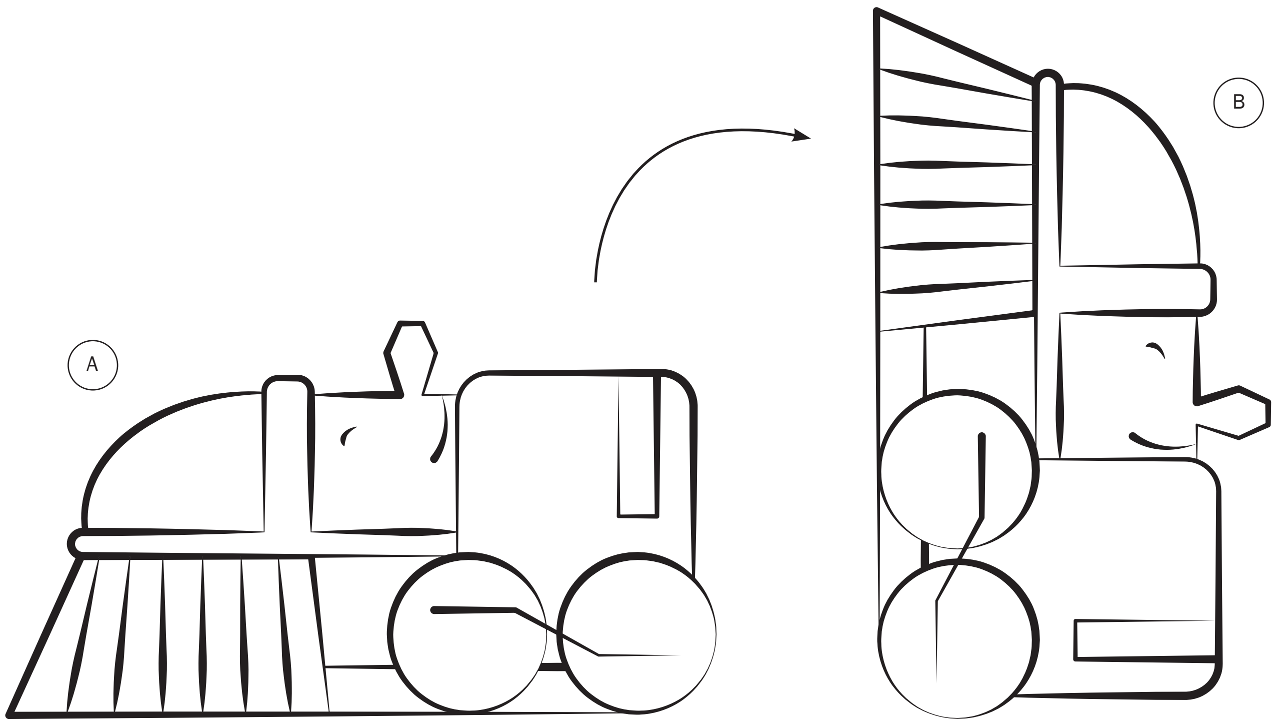
$\mathbf{A_9} = b \cdot h = 0{,}7 \cdot 0{,}2 = \mathbf{0{,}14\ u^2}$

$$A_{TOT} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 =$$
$$= 14{,}4 + 3{,}58 + 1{,}04 + 7{,}56 + 3{,}68 + 5{,}25 +$$
$$+ 0{,}22 + 0{,}33 + 0{,}14 = 36{,}2\ u^2$$

Coordinate delle singole geometrie.

$x_1 = 7{,}3$ u	$y_1 = 2{,}25$ u
$x_2 = 2{,}2$ u	$y_2 = 3{,}15$ u
$x_3 = 2{,}2$ u	$y_3 = 2{,}3$ u
$x_4 = 2{,}4$ u	$y_4 = 1{,}05$ u
$x_5 = 5$ u	$y_5 = 1{,}05$ u
$x_6 = 4{,}45$ u	$y_6 = 3{,}15$ u
$x_7 = 5{,}3$ u	$y_7 = 5$ u
$x_8 = 5{,}3$ u	$y_8 = 4{,}4$ u
$x_9 = 3{,}55$ u	$y_9 = 4{,}3$ u

Analisi baricentro



Locomotiva trenino **Capo pellerossa**

Calcolo il baricentro della figura con Sx e Sy.

$$S_Y = \\ = (14{,}4 \cdot 7{,}3) + (3{,}58 \cdot 2{,}2) + (1{,}04 \cdot 2{,}2) \\ + (7{,}56 \cdot 2{,}4) + (3{,}68 \cdot 5) + (5{,}25 \cdot 4{,}45) \\ + (0{,}22 \cdot 5{,}3) + (0{,}33 \cdot 5{,}3) + (0{,}14 \cdot 3{,}55) = \\ = 178{,}61\ u^3$$

$$\mathbf{x_G} = S_Y / A_{TOT} = 178{,}61 / 36{,}2 = \mathbf{4{,}93\ u}$$

$$S_X = \\ = (14{,}4 \cdot 2{,}25) + (3{,}58 \cdot 3{,}15) + (1{,}04 \cdot 2{,}3) \\ + (7{,}56 \cdot 1{,}05) + (3{,}68 \cdot 1{,}05) + (5{,}25 \cdot 3{,}15) \\ + (0{,}22 \cdot 5) + (0{,}33 \cdot 4{,}4) + (0{,}14 \cdot 4{,}3) = \\ = 77{,}56\ u^3$$

$$\mathbf{y_G} = S_X / A_{TOT} = 77{,}56 / 36{,}2 = \mathbf{2{,}14\ u}$$

Con le coordinate del baricentro G la figura, se ruotata di novanta gradi, assume 2 differenti iconografie. I valori X_G e Y_G rimangono comunque invariati, ma si invertono le cordinate a seconda del caso che analizziamo.

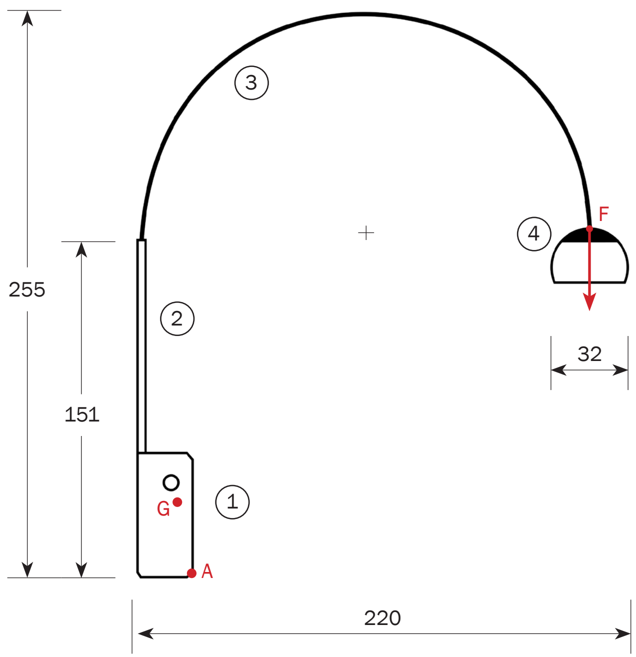
$$\mathbf{G_A} = (x_G ; y_G) = \mathbf{(4{,}93 ; 2{,}14)}$$

$$\mathbf{G_B} = (x_G ; y_G) = \mathbf{(2{,}14 ; 4{,}93)}$$

Analisi ribaltamento
Lampada Arco di Castiglioni

$F = P_4$ (corpo lampada) = 1,5 kg

Materiale: marmo di Carrara
peso sp.= 2716 kg/m^3
Materiale: alluminio
peso sp.= 2700 kg/m^3



Calcolo i singoli volumi, i pesi di ogni singola componente e il peso totale della lampada conoscendo il peso specifico dei differenti materiali.

$V_1 = (A_{1.1} \cdot h_1) - (A_{1.2} \cdot h_2) - (A_{1.3} \cdot h_3) =$
$= (55 \cdot 24 \cdot 18) - (3 \cdot 2 \cdot 55) - (2\pi \cdot 2{,}5 \cdot 18) =$
$= 23147{,}4 \text{ cm}^3$

peso sp.= 2716 kg/m^3 = 0,00271 kg/cm^3

$\mathbf{P_1} = V_1 \cdot$ peso sp.= 23147,4 · 0,00271 = **63 kg**

$V_2 = (A_{2.1} \cdot k_1) - (A_{2.2} \cdot k_2) =$
$= (3 \cdot 2 \cdot 151) - (2{,}8 \cdot 1{,}8 \cdot 151) = 145 \text{ cm}^3$

peso sp.= 2700 kg/m^3 = 0,00270 kg/cm^3

$\mathbf{P_2} = V_2 \cdot$ peso sp.= 145 · 0,0027 = **0,39 kg**

$A_{SEZ} = A_R - A_r = [(1{,}5)^2 \cdot \pi] - [(1{,}3)^2 \cdot \pi] = 1{,}76 \text{ cm}^2$
$l = (2\pi \cdot r\, med)/\, 2 = \pi \cdot r\, med =$
$= \pi \cdot 101{,}25 = 317{,}93 \text{ cm}$
$V_3 = A_{SEZ} \cdot l = 1{,}76 \cdot 317{,}93 = 559{,}56 \text{ cm}^3$

$\mathbf{P_3} = V_3 \cdot$ peso sp.= 559,56 · 0,0027 = **1,51 kg**

$\mathbf{P_4}$ = **1,5 kg**

$P_{TOT} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 63 + 0{,}39 + 1{,}51 + 1{,}5 = 66{,}4 \text{ kg}$

Posso quindi ora definire il momento stabilizzante e quello ribaltante rispetto al punto di ribaltamento A.

$M_R < M_S$
$M_R = P_3 + P_4$
$M_S = P_1 + P_2$

$M_R = (P_3 \cdot b_3) + (P_4 \cdot b_4)$
$= [1{,}51 \cdot (102 - 12)] + [1{,}5 \cdot (204 - 12)] =$
$= 423{,}9 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

$M_S = (P_1 \cdot b_1) + (P_2 \cdot b_2)$
$= (63 \cdot 12) + [0{,}39 \cdot (24 - 1{,}5)] =$
$= 764{,}78 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

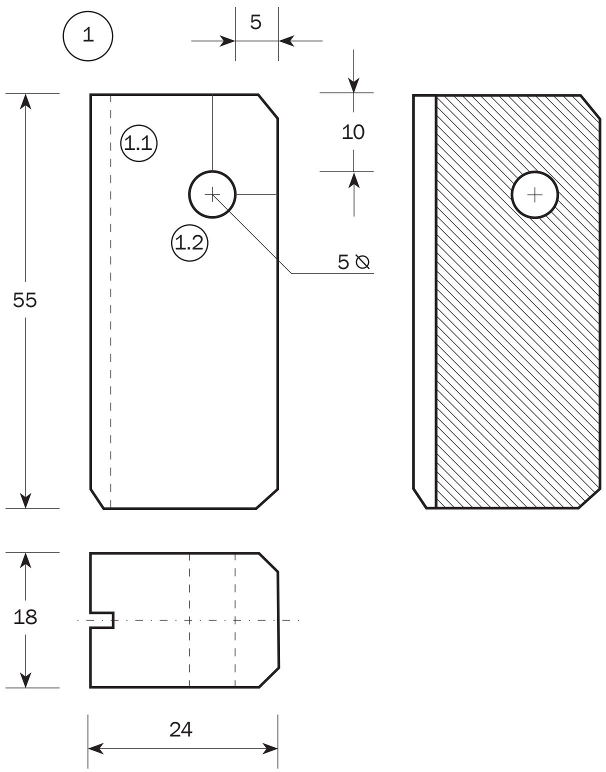
$\mathbf{M_R < M_S}$

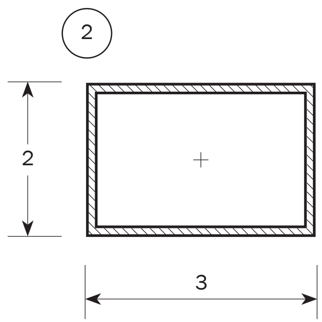
L'oggetto non cade, trovo qui il peso massimo applicabile affinchè rimanga stabile sostituendo il momento ribaltante con quello stabilizzante.

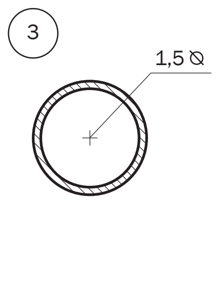
$\mathbf{P_{MAX}} = [M_S - (P_3 \cdot b_3)]/\, b_4$
$= [764{,}78 - (1{,}51 \cdot 90)]/\, 192 =$
= **3,28 kg**

Analisi ribaltamento

Verifica baricentro







Confermo quanto verificato precedentemente con il calcolo del baricentro della lampada. Calcolo Sx e Sy.

$x_1 = 15,96$ cm
$x_2 = 1,5$ cm
$x_3 = 102$ cm
$x_4 = 204$ cm

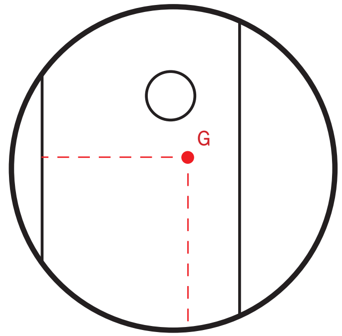
$y_1 = 35,24$ cm
$y_2 = 75,5$ cm
$y_3 = 202$
$y_4 = 151$ cm

$S_Y =$
$= [(64,39 \cdot 12) - (0,89 \cdot 1,5) - (0,77 \cdot 16,5)]$
$+ (0,39 \cdot 1,5) + (1,51 \cdot 102) + (1,5 \cdot 204) =$
$= 1219,22$ kg $\cdot$ cm
$\mathbf{x_G} = S_Y / P_{TOT} = 1219,22 / 66,4 =$ **18,36 cm**

$S_X =$
$= [(63 \cdot 27,5) - (0,77 \cdot 42,5)] + (0,39 \cdot 75,5)$
$+ (1,51 \cdot 202) + (1,5 \cdot 151) =$
$= 2260,73$ kg $\cdot$ cm
$\mathbf{y_G} = S_X / P_{TOT} = 2260,73 / 66,4 =$ **34,05 cm**

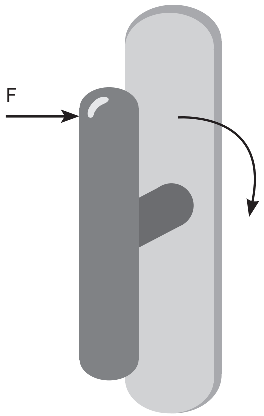
Con le coordinate del baricentro G accerto ulteriormente la stabilità dell'oggetto.

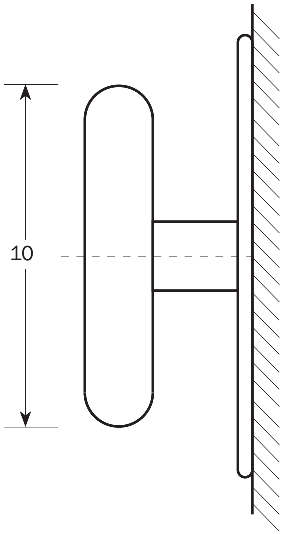
G = $(x_G ; y_G)$ = **(18,36 ; 34,05)**

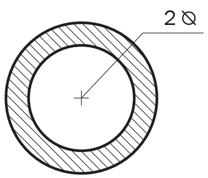


Analisi torsione

Maniglia finestra







spessore costante (s) = 0,3 cm

$l = 10$ cm
$r = 1$ cm
$s = 0,3$ cm
$F = 5$ kg

Materiale: nylon
σ amm = 70 kg/cm^2

Calcolo il momento torcente che agisce sulla sezione circolare della maniglia della finestra.

$\mathbf{M_T} = F \cdot l / 2 = 5 \cdot 10 / 2 = \mathbf{25 kg \cdot cm}$

Poi il raggio medio per ottenere Ω.

$r\ med = r - (s/2) = 10 - (3/2) = 0,85$ cm

$\Omega = r\ med^2 \cdot \pi = (0,85)^2 \cdot \pi = 2,27$ cm^2

Grazie alla formula di Bredt posso ora calcolare la massima tensione tangenziale della sezione circolare sottile.

$\boldsymbol{\tau} = M_T / 2\Omega s = 25 / 2 \cdot (2,27) \cdot 0,3 = \mathbf{18,36\ kg/cm^2}$

Infene, con il criterio di von Mises, calcolo la relazione tra σ e Ω pe verificare la resistenza della maniglia.

$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{[3 \cdot (\tau^2)]} = \sqrt{3} \cdot \tau = \sqrt{3} \cdot 18,36 = \mathbf{31,80\ kg/cm^2}$

σ max < σ amm

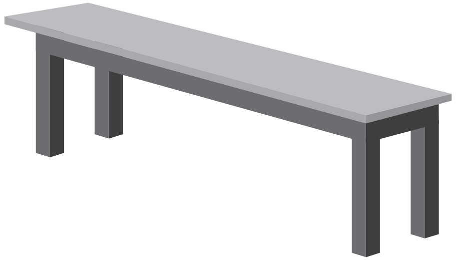
Una volta appurato che la sezione circolare non è soggetta ad una deformazione permanente se sottoposta ad una forza di 5 kg, calcolo quella massima sopportabile.

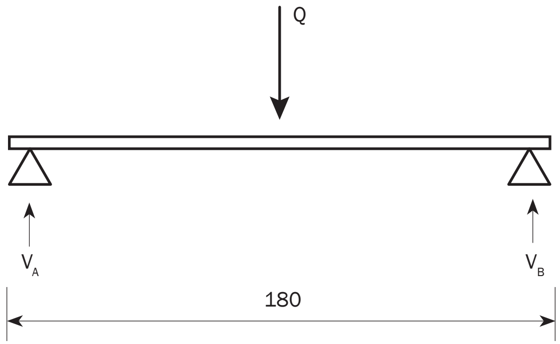
$\sigma\ max > \tau \cdot \sqrt{3}$
$\sigma\ max > M_T / 2\Omega s$
$M_T < (\sigma\ max \cdot 2\Omega s) / \sqrt{3}$
$M_T < (70 \cdot 1,36) / \sqrt{3} = 55,05$ kg cm

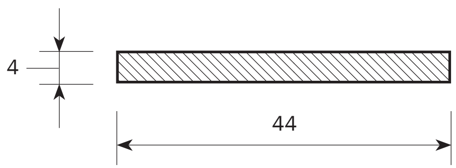
$\mathbf{F\ max} < M_T / b = 55,05 / 5 = \mathbf{10,1\ kg}$

Analisi flessione

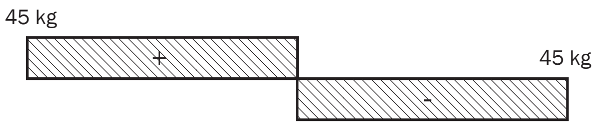
Panca da esterni



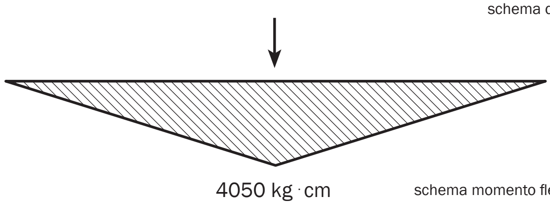




sezione panca



schema di taglio



schema momento flettente

l = 180cm
b = 90 cm
Q = 90 kg (uomo nomo peso)

Materiale: legno frassino
σ amm = 80 kg/cm^2
E = 100000 kg/cm^2

Calcolo le reazioni vincolari che agiscono sulla panchina per controbilancia il peso del carico Q di una persona e successivamente il suo momento flettente.

$V_A - Q + V_B = 0$
$V_A = V_B = Q/\ 2 = 90/\ 2 = 45$ kg

$\mathbf{M_F} = V_A \cdot b = 45 \cdot 90 = \mathbf{4050\ kg \cdot cm}$

Individuo σ a rottura verificandolo poi con quello del materiale.

$I_X = (b \cdot h^3)/\ 12 = [44 \cdot (4)^3]/\ 12 = 234{,}67\ cm^4$
$\boldsymbol{\sigma} = (M_F \cdot y)/\ I_X = (4050 \cdot 2)/\ 234{,}67 = \mathbf{34{,}62\ kg/cm^2}$

σ max < σ amm

La struttura permane nel campo elastico, calcolo quindi il massimo peso sostenibile dalla panchina prima di raggiungere la rottura.

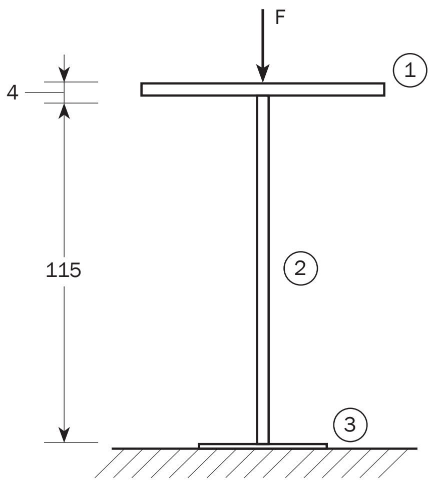
$M\ max = \sigma \cdot W_X = 80 \cdot 117{,}33 = 9386{,}4$ kg
$\mathbf{Qmax} = 2 \cdot Mmax/b = 2 \cdot 9386{,}4/\ 90 = \mathbf{208{,}59\ kg}$

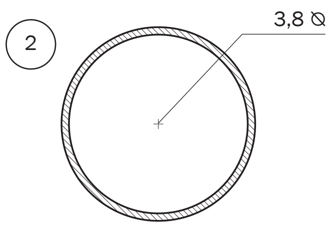
Infine, mi interrogo sulla deformazione subita dal carico concentrato Q conoscendo il modulo di rigidezza ed il momento di inerzia.

$\mathbf{f} = (Q\ l^3)/\ (48 \cdot E \cdot I_X) =$
$= [90 \cdot (180)^3]\ /\ 48 \cdot 100000 \cdot 234{,}67 = \mathbf{0{,}47\ cm}$

Analisi instabilità

Tavolino alto da bar





spessore (s) = 0,2 cm

$\Phi_1 = 80$ cm
$h = 4$ cm
$\Phi_2 = 3{,}8$ cm
$s = 0{,}2$ cm

$l = 115$ cm

Materiale: marmo di Carrara
peso sp.= 2716 kg/m^3
FE 430
σ amm = 1900 kg/cm^2

Calcolo la forza esercita dal peso del piano circolare di marmo nel tavolo dato.

$V_1 = r^2 \pi \cdot s = 40^2 \pi \cdot 4 = 20096 \text{ cm}^2$
$\mathbf{F} = V_1 \cdot \text{peso sp.} = 20096 \cdot 0{,}00271 = \mathbf{54{,}46\ kg/cm^2}$

Calcolo poi la sezione circolare cava del tubolare di ferro che sostiene l'oggetto.

$A_R = \pi R^2 = \pi (1{,}9)^2 = 11.34 \text{ cm}^2$
$A_r = \pi r^2 = \pi (1{,}7)^2 = 9{,}07 \text{ cm}^2$
$A_{SEZ} = A_R - A_r = 11{,}34 - 9{,}07 = 2{,}27 \text{ cm}^2$

Calcolo il momento d'inerzia con il quale posso trovare ρ, raggio d'inerzia della sezione.

$I_X = [\pi (R^4 - r^4)] / 4 = [\pi (1{,}9^4 - 1{,}7^4)] = 3{,}67 \text{ cm}^4$
$\rho = \sqrt{I_X} / A_{SEZ} = \sqrt{3{,}67} / 2{,}27 = 1{,}27 \text{ cm}$

Deduco la lunghezza di libera inflessione e successivamente la snellezza.

$l_0 = 2l = 2 \cdot 115 = 230 \text{ cm}$
$\lambda = l_0 / \rho \min = 230 / 1{,}27 = 181{,}1$

Trovo poi il valore di ω collegato alla snellezza della sezione del tubolare.

$\boldsymbol{\omega = 4{,}17}$

Calcolo la σ della sezione accrescendola con il coefficente moltiplicativo.

$\tau = M_T / 2\Omega s = 50 / 2 \cdot (2{,}27) \cdot 0{,}3 = \mathbf{36,\ 71\ kg/cm^2}$
$\boldsymbol{\sigma} = (\omega \cdot F) / A_{SEZ} = (4{,}17 \cdot 54{,}46) / 4{,}17 =$
$= \mathbf{100{,}04\ kg/cm^2}$

$\boldsymbol{\sigma < \sigma}$ **amm**

La sezione non subisce deformazione in quanto la signa appena calcolata è minore della signa ammissibile. In conclusione definisco la forza massima ammssibile.

F max $< (\sigma \text{ amm} \cdot A_{SEZ}) / \omega = 1900 \cdot 2{,}27 / 4{,}17$
F max $<$ **1034,29 kg**