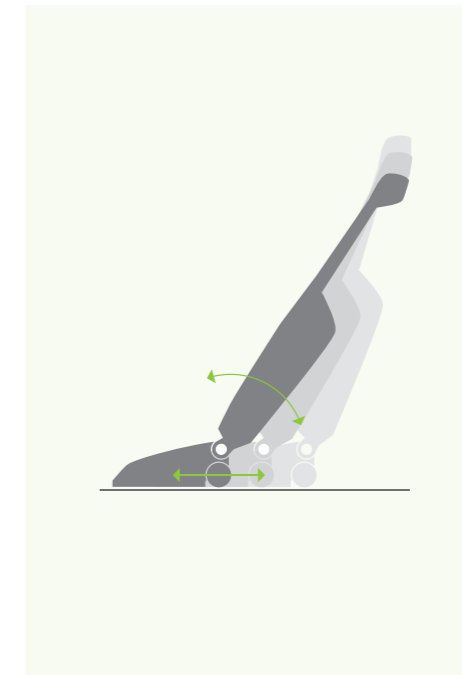


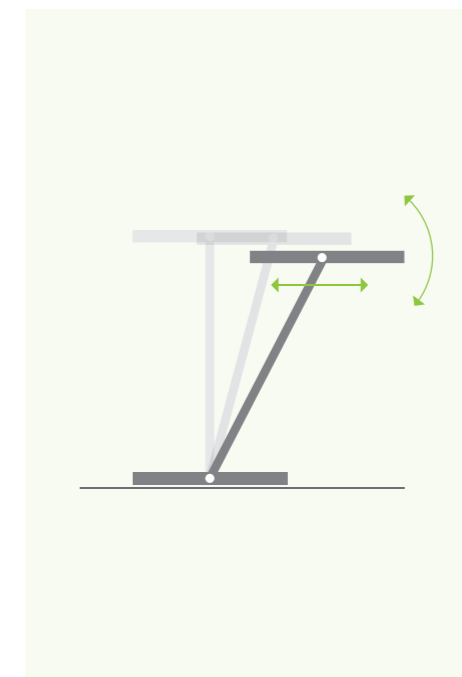
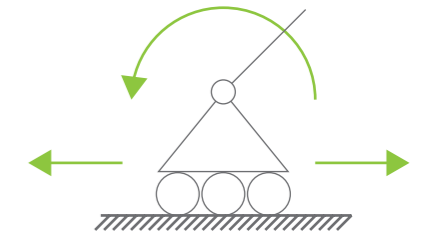
## Vincoli semplici



### Carrello

Aspirapolvere.

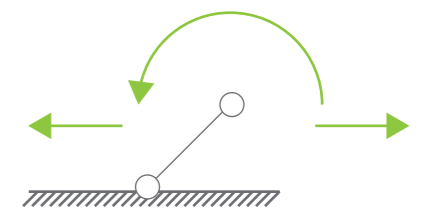
La bocca aspirante dell'aspirapolvere, grazie alla possibilità di scorrere sul piano e al suo snodo col manico, può essere assunta come carrello se si tengono in considerazione le due dimensioni.



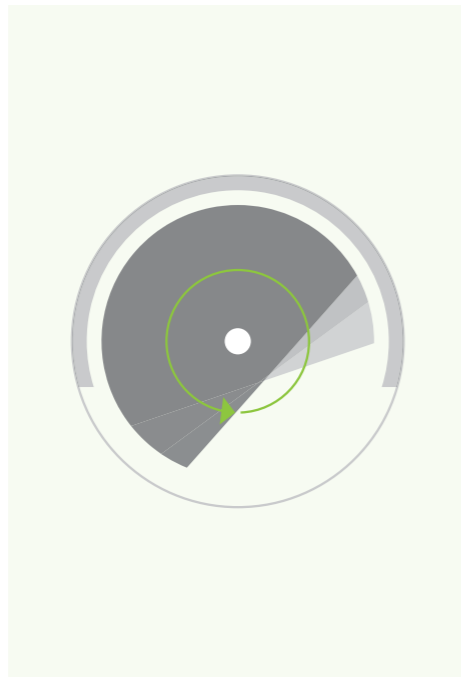
### Biella

Lampada **Itis** disegnata da **Naoto Fukasawa** per **Artemide**.

La biella in questo caso giunge la base al corpo illuminante il quale può quindi traslare orizzontalmente e ruotare ma non può traslare lungo l'asse della biella.



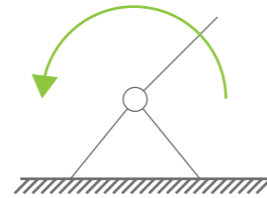
## Vincoli doppi



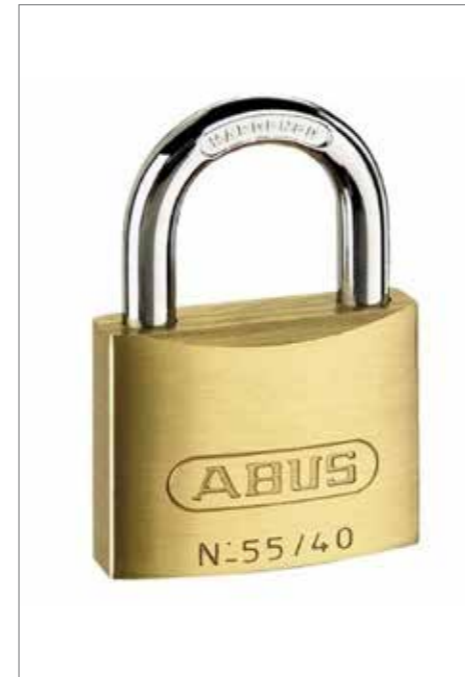
### Cerniera

Lampada **Eclisse** disegnata da **Vico Magistretti** per **Artemide**

La sfera cava sezionata più interna della lampada che contiene la lampadina può ruotare intorno all'asse verticale della lampada.



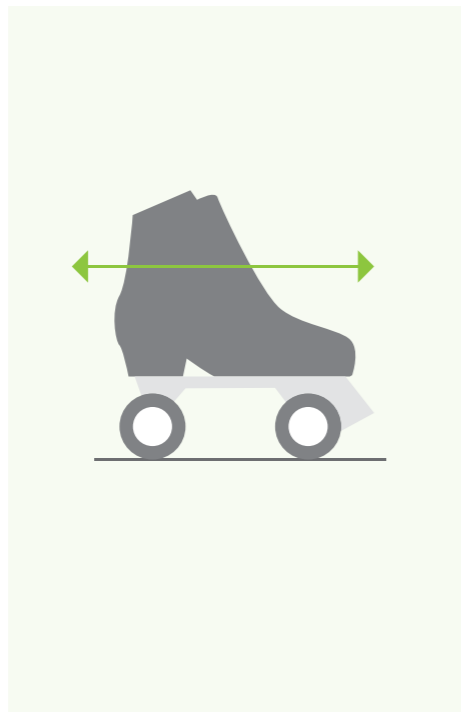
## Vincoli tripli



### Incastro

Catenaccio

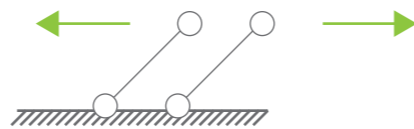
Il catenaccio sfrutta l'incastro tra due elementi per svolgere la sua funzione.



### Doppio carrello

Pattino a rotelle

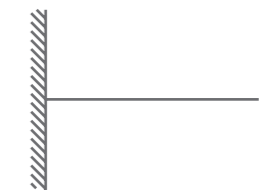
Il pattino a rotelle è composto da una coppia di carrelli i quali però annullano reciprocamente la rotazione del corpo a loro vincolato.



### Incastro

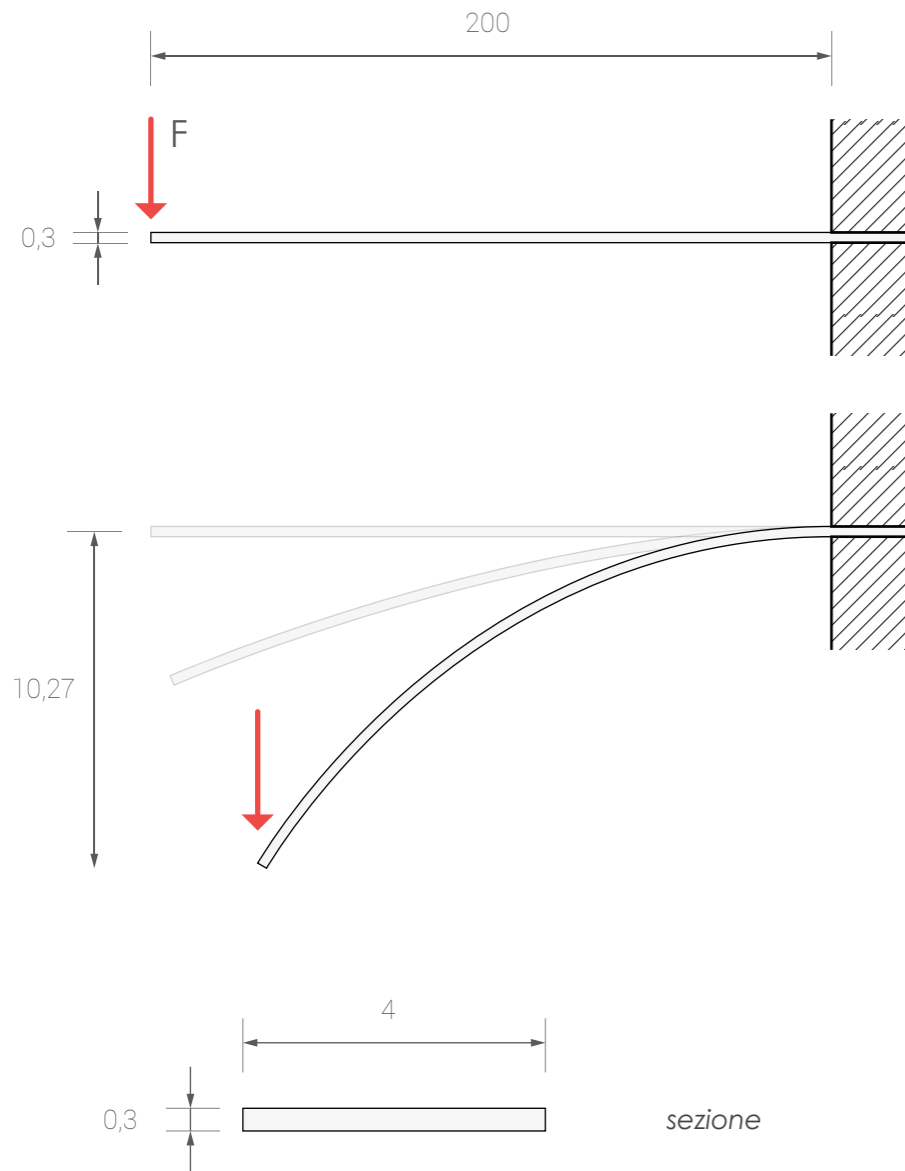
Sedia n.14, Thonet

Il giunto tra due elementi in legno, se ben realizzato, non permette alcun tipo di movimento.



## Esempio di flessione

applicata ad un righello supposto vincolato con un incastro su una delle due estremità e nel quale viene esercitata una forza puntuale di carico di 2 Kg sull'estremità opposta all'incastro.



### Dati

Materiale: polistirene trasparente  
 $\sigma_{amm} = 377 \text{ Kg/cm}^2$   
 $E = 32630,9 \text{ Kg/cm}^2$   
 $q = 2 \text{ Kg}$

### Formule utilizzate

$M = q \cdot l$   
 $\sigma = (M \cdot y) / I_x$   
 $y = h / 2$   
 $I_x = (b \cdot h^3) / 12$   
 $f = [P \cdot (l)^3] / 3 \cdot E \cdot I$

Lo sforzo ( $\sigma$ ) è maggiore di quello ammissibile per il materiale quindi il righello si spezza.

Calcolo adesso il peso di carico massimo ( $q_{max}$ ) che il righello può sopportare prima di spezzarsi.

### Carico massimo ( $q_{max}$ )

$$\sigma < \sigma_{amm} \rightarrow (M \cdot y) / I_x < \sigma_{amm}$$

$$M = (\sigma_{amm} \cdot I_x) / y$$

$$M = (377 \cdot 0,009) / 0,15 = 22 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

$$F_{max} = 22 / 20 = 1,131 \text{ Kg}$$

Calcolo adesso l'abbassamento massimo ( $f$ ) del righello supponendo di applicare il carico massimo ( $q_{max}$ ) che può sopportare prima di rompersi.

### abbassamento massimo ( $f$ )

$$(1,131 \cdot 20)^3 / 3 \cdot 32630,9 \cdot 0,009 = 10,27 \text{ cm}$$

Per calcolare lo sforzo ( $\sigma$ ) e compararlo con quello ammissibile per il materiale trovo il Momento ( $M$ ) e il Momento di Inerzia ( $I_x$ ).

### Momento ( $M$ )

$$2 \cdot 20 = 40 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

### Momento di inerzia ( $I_x$ )

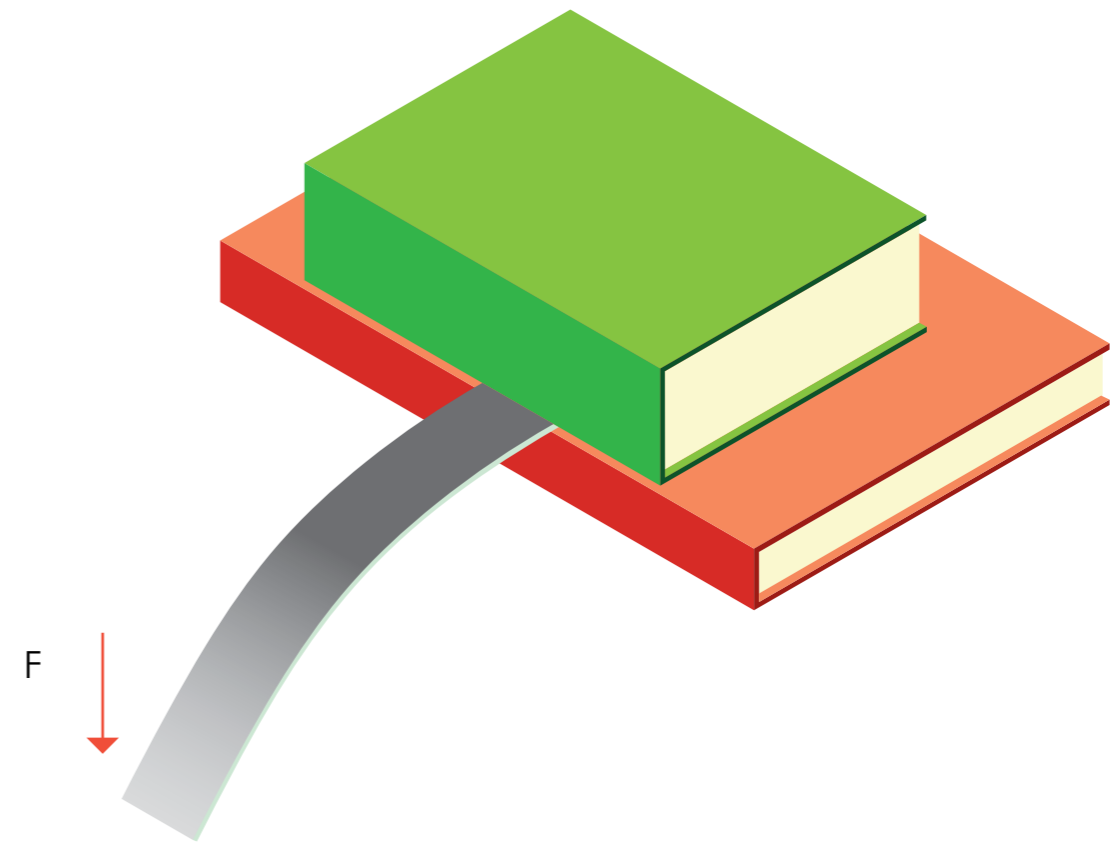
$$[4 \cdot (0,3)^3] / 12 = 0,003 \text{ cm}^4$$

### sforzo ( $\sigma$ )

$$y = 0,3 / 2 = 0,15$$

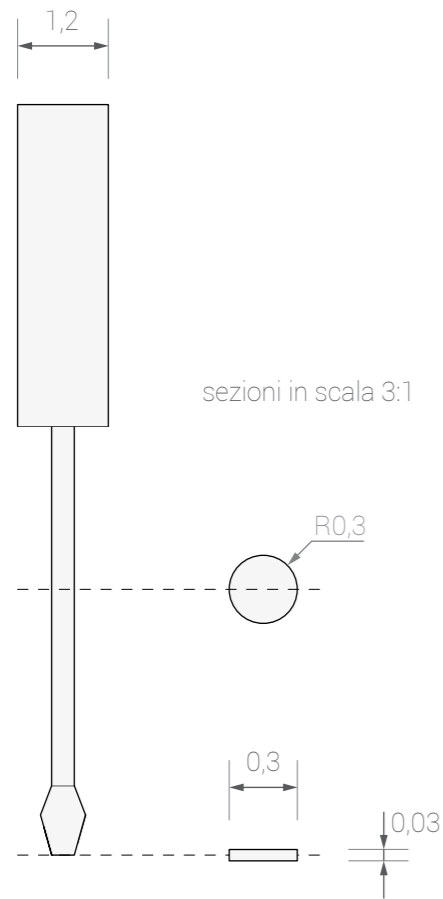
$$\sigma = (40 \cdot 0,15) / 0,003 = 2000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma > \sigma_{amm}$$



## Esempio di torsione

applicata ad un cacciavite a punta piatta per mezzo del quale si cerca di svitare una vite che, essendosi ossidata, si è incastrata. Il cacciavite si può quindi supporre incastrato sulla sua punta.



### Dati

Materiale: Fe 430  
 $\sigma = 1900 \text{ Kg/cm}^2$   
 $F = 5 \text{ Kg}$   
 $B = 0,6 \text{ cm}$

### Formule utilizzate

$M = F \cdot B$   
 $\tau(\text{circ}) = M_{\text{max}} \cdot r / J$   
 $\tau(\text{rett}) = M / (a \cdot h \cdot b^2)$   
 $I = \pi \cdot r^4 / 4$   
 $\sigma_{\text{eq}} = (\sqrt{3}) \cdot \tau$

Calcolo la tensione massima che si ottiene torcendo il fondino metallico del quale è composto il cacciavite con una forza di 5 kg. Per fare questo avrò bisogno di trovare il momento della forza (M) e il momento di inerzia (I) relativo alla sezione dell'asta.

#### Momento di inerzia (I)

$$[\pi \cdot (0,15)^4] / 4 = 0,00039 \text{ cm}^4$$

#### Momento (M)

$$5 \cdot 0,6 = 3 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

#### Tensione Tangenziale massima ( $\tau$ )

$$(3 \cdot 0,15) / 0,00039 = 1153,8 \text{ Kg/cm}^2$$

Confronto adesso il valore della tensione ottenuto con il  $\sigma$  di snervamento del materiale tramite la relazione  $\sigma_{\text{eq}} = (\sqrt{3}) \cdot \tau$

#### Sforzo ( $\sigma$ equivalente)

$$(\sqrt{3}) \cdot 1153,8 = 1998,4 \text{ Kg/cm}^2$$

Lo sforzo equivalente ( $\sigma_{\text{eq}}$ ) è in questo caso maggiore di quello ammissibile ( $\sigma_{\text{amm}}$ ) per il materiale, quindi il fondino si spezza.

$$I \quad \sigma_{\text{eq}} > \sigma_{\text{amm}}$$

Trovo allora la forza massima che il cacciavite può sopportare nella sezione analizzata.

#### Forza massima (Fmax)

$$\sigma_{\text{eq}} < \sigma_{\text{amm}}$$

$$[(M \cdot r) / I] \cdot (\sqrt{3}) < \sigma_{\text{amm}}$$

$$M < (\sigma_{\text{amm}} \cdot I) / (r \cdot \sqrt{3})$$

$$M < (1900 \cdot 0,00039) / (0,15 \cdot \sqrt{3})$$

$$M < 2,85 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

$$F_{\text{max}} = M / B = 2,85 / 0,6 = 4,75 \text{ Kg}$$

Provo adesso a calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione della punta applicando la stessa forza.

#### Tensione tangenziale massima ( $\tau$ )

$$h/b = 6 \rightarrow a = 0,30$$

$$\tau = 3 / [0,3 \cdot 0,05 \cdot (0,3)^2] = 2222,2 \text{ Kg/cm}^2$$

#### Sforzo ( $\sigma$ equivalente)

$$\sqrt{3} \cdot 2222,2 = 3848,9 \text{ Kg/cm}^2$$

$$3848,9 > 1900 \rightarrow \sigma_{\text{eq}} > \sigma_{\text{amm}}$$

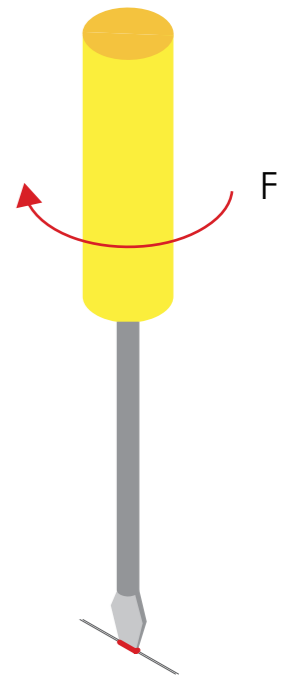
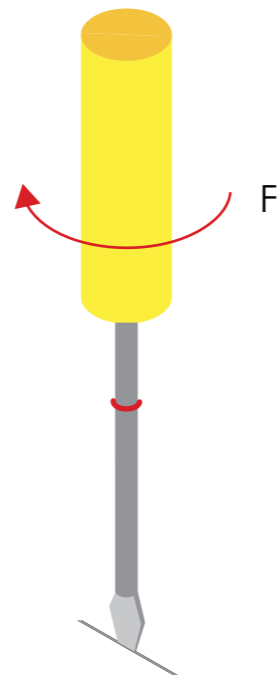
La sezione non resiste.

Calcolo allora la forza massima che è possibile applicare alla sezione prima che si danneggi.

$$M = 1900 \cdot 0,00075 / 0,30 = 4,75 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

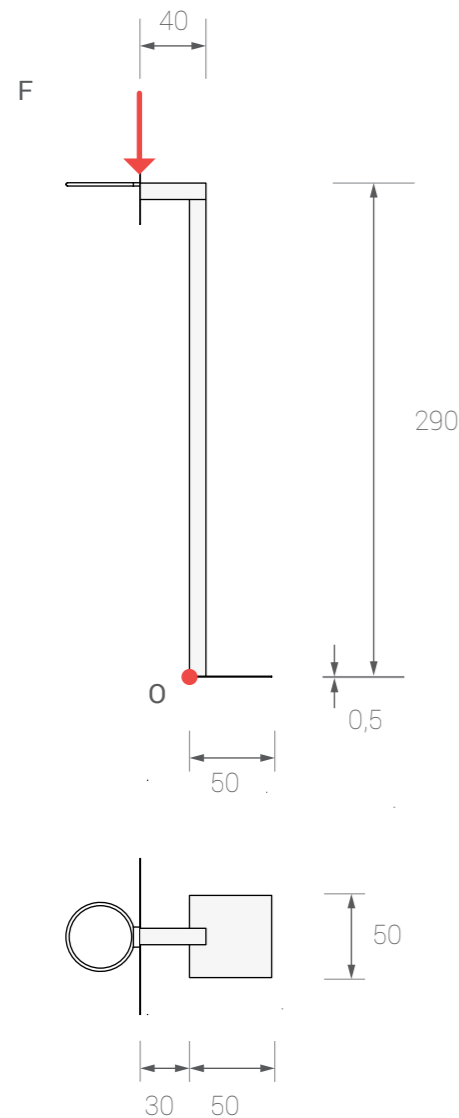
$$F = 4,75 / 0,6 = 7,92 \text{ Kg}$$

7,92 Kg è la forza massima che il cacciavite può sopportare prima che la sua punta si danneggi.



## Analisi statica

di un canestro da basket da esterno costituito da un tubo metallico cavo a sezione quadrata e una base metallica al quale viene applicato il peso di un uomo medio.



Dato il loro diverso peso, calcolo separatamente i momenti dei vari componenti del canestro prendendo come braccio la distanza dal baricentro geometrico di ognuno al punto di ribaltamento (O)

### Momento di a (Ma)

$$V_a = 50 \cdot 50 \cdot 0,5 = 1\,250 \text{ cm}^3$$

$$P_a = 1\,250 \cdot 7,85 = 9\,812,5 \text{ g}$$

$$M_a = 9\,812,5 \cdot 25 = 245\,312,5 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

### Momento di b (Mb)

$$V_{\text{tot}} = 10 \cdot 10 \cdot 290 = 29\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cav}} = 9 \cdot 9 \cdot 290 = 23\,490 \text{ cm}^3$$

$$V_b = 29\,000 - 23\,490 = 5\,510 \text{ cm}^3$$

### Dati

Materiale: Fe 430  
 $P_{\text{spec}} = 7,85 \text{ g/cm}^3$   
 $F = 120 \text{ Kg}$

### Formule utilizzate

$$M = F \cdot B$$

$$P_b = 5\,510 \cdot 7,5 = 41\,325 \text{ g}$$

$$M_b = 41\,325 \cdot 5 = 206\,625 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

### Momento di c (Mc)

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 40 = 4\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cav}} = 8 \cdot 8 \cdot 40 = 2\,560 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{tot}} = 4\,000 - 2\,560 = 1\,440 \text{ cm}^3$$

$$P_c = 1\,440 \cdot 7,5 = 10\,800 \text{ g}$$

$$M_c = 10\,800 \cdot 10 = 108\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

### Momento stabilizzante (Ms)

$$M_s = M_a + M_b = 245\,312,5 + 206\,625 = 451\,937,5 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

### Momento ribaltante (Mr)

$$M_r = M_c = 108\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_s > M_r$$

Il canestro è in equilibrio.

Ora suppongo che un uomo di peso medio si appenda al canestro e calcolo il nuovo momento ribaltante.

### Momento ribaltante (Mr)

$$80\,000 \cdot 30 = 2\,400\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_r = 2\,400\,000 + 108\,000 = \text{g} \cdot \text{cm}$$

$$M_r > M_s$$

$$M_r = 2\,400\,000 + 108\,000 = \text{g} \cdot \text{cm}$$

$$M_r > M_s$$

Con il peso di 80 Kg il canestro si ribalta.

Suppongo di aumentare il peso della base per evitare che il canestro si ribalti e calcolo il peso minimo che essa deve avere.

$$M_s > M_r \rightarrow M_a + M_b > M_r$$

$$M_a > M_r - M_b$$

$$F \cdot B > M_r - M_b$$

$$F > M_r - M_b / B$$

$$F > 2\,508\,000 - 206\,625 / 25$$

$$F > 92\,055 \text{ g}$$

Verifica di stabilità.

### Momento stabilizzante (Ms)

$$M_a = 92\,055 \cdot 25 = 2\,301\,375 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_a + M_b = M_s = 2\,508\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_s > M_r$$

