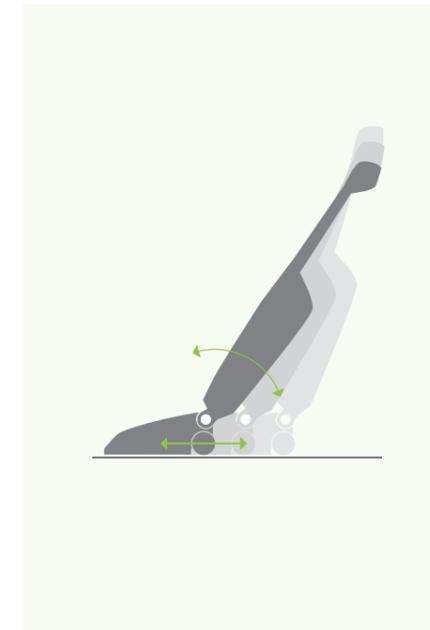


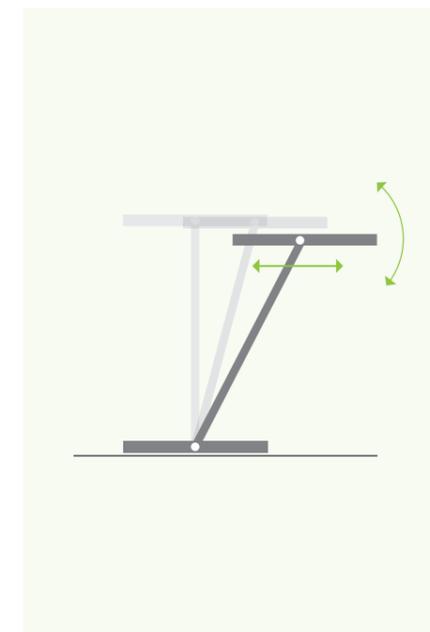
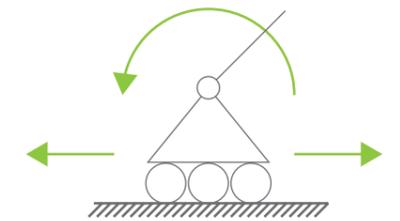
Vincoli semplici



Carrello

Aspirapolvere.

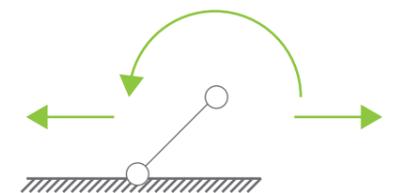
La bocca aspirante dell'aspirapolvere, grazie alla possibilità di scorrere sul piano e al suo snodo col manico, può essere assunta come carrello se si tengono in considerazione le due dimensioni.



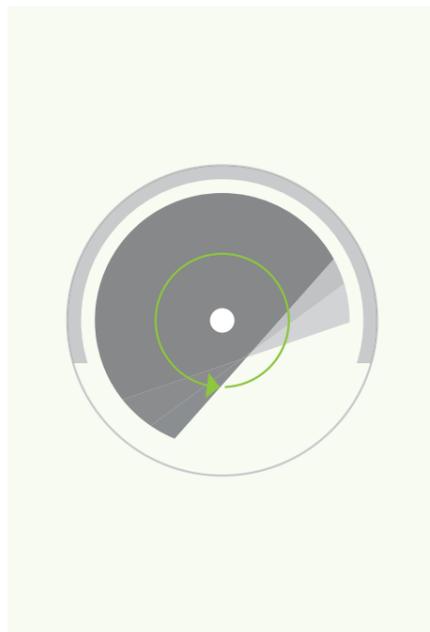
Biella

Lampada **Itis** disegnata da **Naoto Fukasawa** per **Artemide**.

La biella in questo caso giunge la base al corpo illuminante il quale può quindi traslare orizzontalmente e ruotare ma non può traslare lungo l'asse della biella.



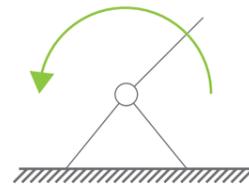
Vincoli doppi



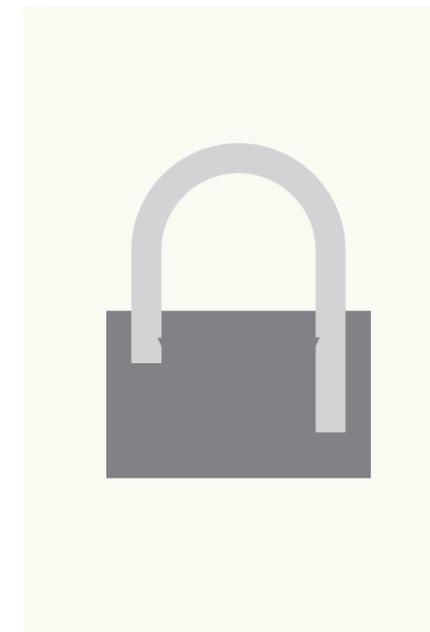
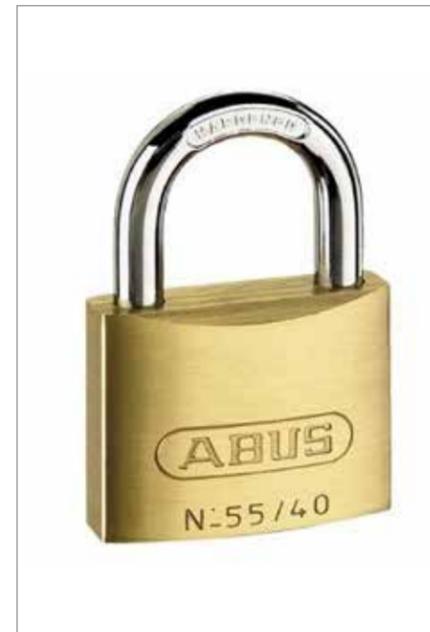
Cerniera

Lampada **Eclisse** disegnata da **Vico Magistretti** per **Artemide**

La sfera cava sezionata più interna della lampada che contiene la lampadina può ruotare intorno all'asse verticale della lampada.



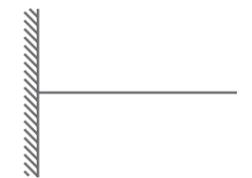
Vincoli tripli



Incastro

Catenaccio

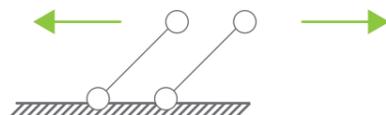
Il catenaccio sfrutta l'incastro tra due elementi per svolgere la sua funzione.



Doppio carrello

Pattino a rotelle

Il pattino a rotelle è composto da una coppia di carrelli i quali però annullano reciprocamente la rotazione del corpo a loro vincolato.



Incastro

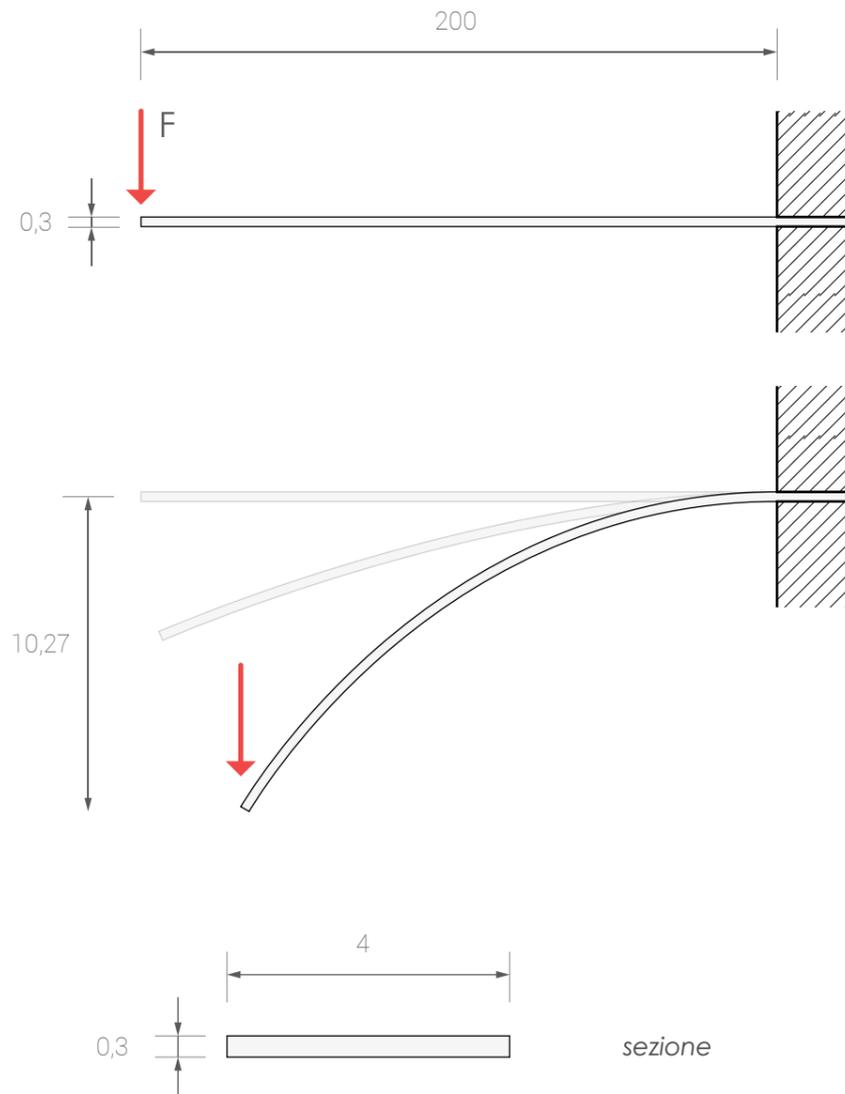
Sedia n.14, Thonet

Il giunto tra due elementi in legno, se ben realizzato, non permette alcun tipo di movimento.



Esempio di flessione

applicata ad un righello supposto vincolato con un incastro su una delle due estremità e nel quale viene esercitata una forza puntuale di carico di 2 Kg sull'estremità opposta all'incastro.



Dati

Materiale: polistirene trasparente
 $\sigma_{amm} = 377 \text{ Kg/cm}^2$
 $E = 32630,9 \text{ Kg/cm}^2$
 $q = 2 \text{ Kg}$

Formule utilizzate

$M = q \cdot l$
 $\sigma = (M \cdot y) / I_x$
 $y = h / 2$
 $I_x = (b \cdot h^3) / 12$
 $f = [P \cdot (l)^3] / 3 \cdot E \cdot I$

Per calcolare lo sforzo (σ) e compararlo con quello ammissibile per il materiale trovo il Momento (M) e il Momento di Inerzia (I_x).

Momento (M)

$$2 \cdot 20 = 40 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

Momento di inerzia (I_x)

$$[4 \cdot (0,3)^3] / 12 = 0,003 \text{ cm}^4$$

sforzo (σ)

$$y = 0,3/2 = 0,15$$

$$\sigma = (40 \cdot 0,15) / 0,003 = 2000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma > \sigma_{amm}$$

Lo sforzo (σ) è maggiore di quello ammissibile per il materiale quindi il righello si spezza.

Calcolo adesso il peso di carico massimo (q_{max}) che il righello può sopportare prima di spezzarsi.

Carico massimo (q_{max})

$$\sigma < \sigma_{amm} \rightarrow (M \cdot y) / I_x < \sigma_{amm}$$

$$M = (\sigma_{amm} \cdot I_x) / y$$

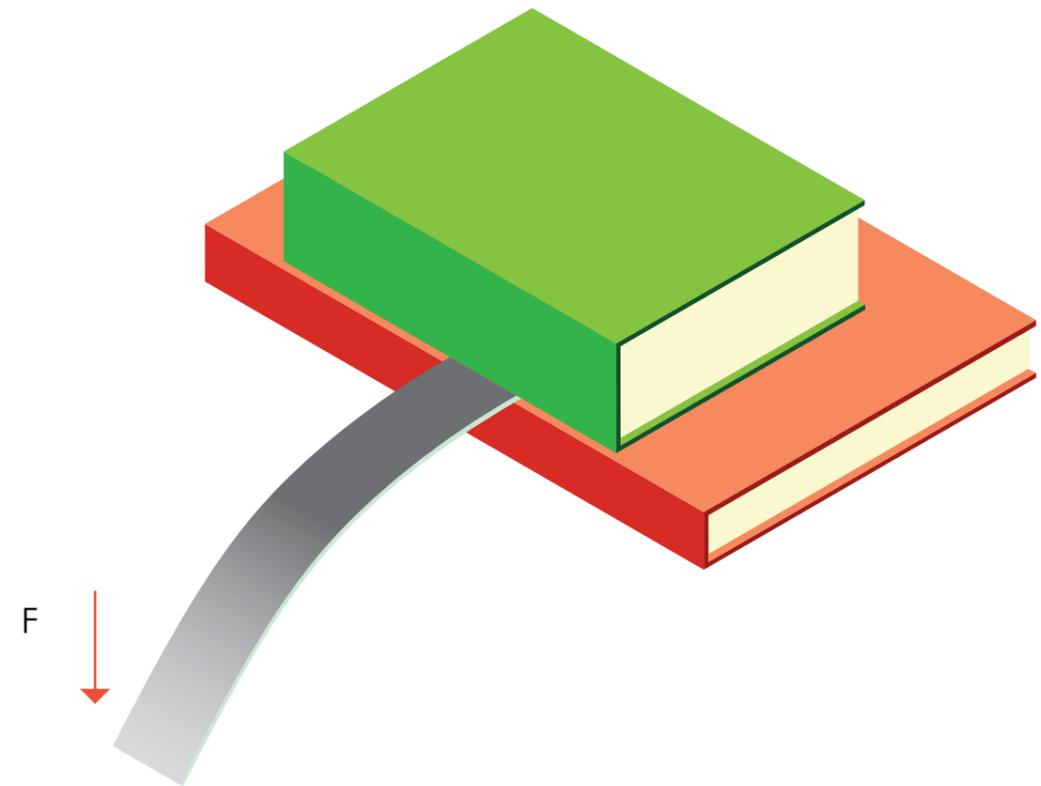
$$M = (377 \cdot 0,003) / 0,15 = 7,54 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

$$F_{max} = 7,54 / 20 = 0,377 \text{ Kg}$$

Calcolo adesso l'abbassamento massimo (f) del righello supponendo di applicare il carico massimo (q_{max}) che può sopportare prima di rompersi.

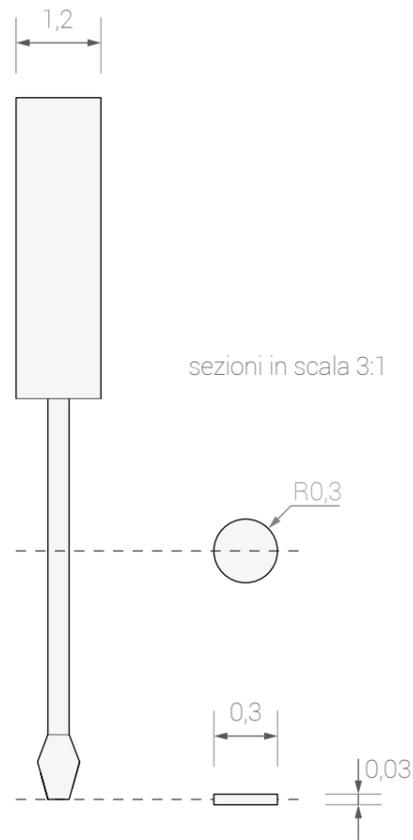
abbassamento massimo (f)

$$(0,377 \cdot 20)^3 / (3 \cdot 32630,9 \cdot 0,003) = 10,27 \text{ cm}$$



Esempio di torsione

applicata ad un cacciavite a punta piatta per mezzo del quale si cerca di svitare una vite che, essendosi ossidata, si è incastrata. Il cacciavite si può quindi supporre incastrato sulla sua punta.



Dati

Materiale: Fe 430
 $\sigma = 1900 \text{ Kg/cm}^2$
 $F = 5 \text{ Kg}$
 $B = 0,6 \text{ cm}$

Formule utilizzate

$M = F \cdot B$
 $\tau(\text{circ}) = M_{\text{max}} \cdot r / J$
 $\tau(\text{rett}) = M / (a \cdot h \cdot b^2)$
 $I = \pi \cdot r^4 / 4$
 $\sigma_{\text{eq}} = (\sqrt{3}) \cdot \tau$

Calcolo la tensione massima che si ottiene torcendo il fondino metallico del quale è composto il cacciavite con una forza di 5 kg. Per fare questo avrò bisogno di trovare il momento della forza (M) e il momento di inerzia (I) relativo alla sezione dell'asta.

Momento di inerzia (I)

$$[\pi \cdot (0,15)^4] / 4 = 0,00039 \text{ cm}^4$$

Momento (M)

$$5 \cdot 0,6 = 3 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

Tensione Tangenziale massima (τ)

$$(3 \cdot 0,15) / 0,00039 = 1153,8 \text{ Kg/cm}^2$$

Confronto adesso il valore della tensione ottenuto con il σ di snervamento del materiale tramite la relazione $\sigma_{\text{eq}} = (\sqrt{3}) \cdot \tau$

Sforzo (σ equivalente)

$$(\sqrt{3}) \cdot 1153,8 = 1998,4 \text{ Kg/cm}^2$$

Lo sforzo equivalente (σ_{eq}) è in questo caso maggiore di quello ammissibile (σ_{amm}) per il materiale, quindi il fondino si spezza.

$$I \quad \sigma_{\text{eq}} > \sigma_{\text{amm}}$$

Trovo allora la forza massima che il cacciavite può sopportare nella sezione analizzata.

Forza massima (Fmax)

$$\sigma_{\text{eq}} < \sigma_{\text{amm}}$$

$$[(M \cdot r) / I] \cdot (\sqrt{3}) < \sigma_{\text{amm}}$$

$$M < (\sigma_{\text{amm}} \cdot I) / (r \cdot \sqrt{3})$$

$$M < (1900 \cdot 0,00039) / (0,15 \cdot \sqrt{3})$$

$$M < 2,85 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

$$F_{\text{max}} = M / B = 2,85 / 0,6 = 4,75 \text{ Kg}$$

Provo adesso a calcolare la tensione tangenziale massima sulla sezione della punta applicando la stessa forza.

Tensione tangenziale massima (τ)

$$h/b = 6 \rightarrow a = 0,30$$

$$\tau = 3 / [0,3 \cdot 0,05 \cdot (0,3)^2] = 2222,2 \text{ Kg/cm}^2$$

Sforzo (σ equivalente)

$$\sqrt{3} \cdot 2222,2 = 3848,9 \text{ Kg/cm}^2$$

$$3848,9 > 1900 \rightarrow \sigma_{\text{eq}} > \sigma_{\text{amm}}$$

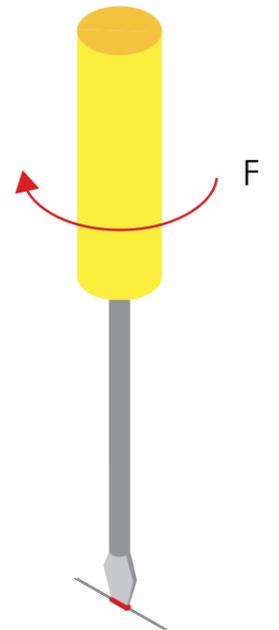
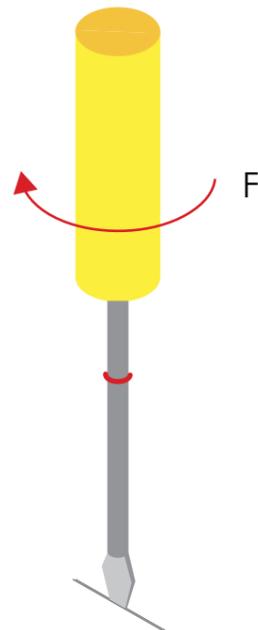
La sezione non resiste.

Calcolo allora la forza massima che è possibile applicare alla sezione prima che si danneggi.

$$M = 1900 \cdot 0,00075 / 0,30 = 4,75 \text{ Kg} \cdot \text{cm}$$

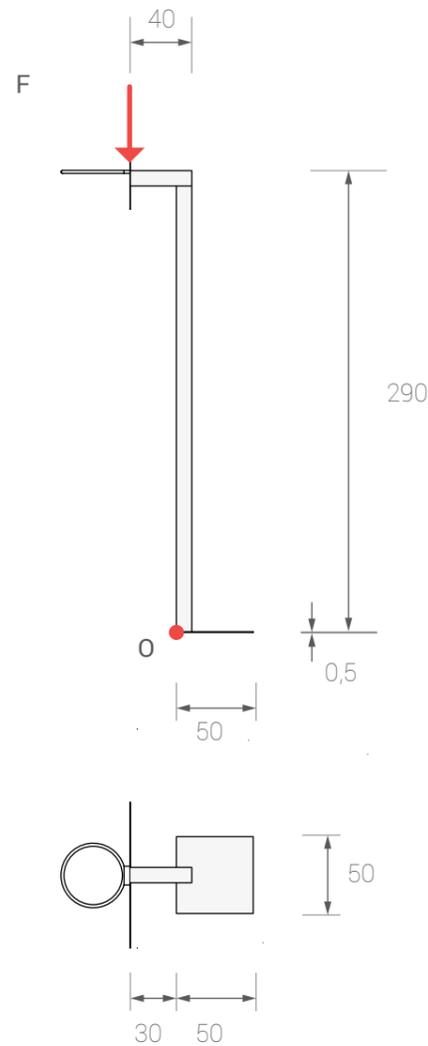
$$F = 4,75 / 0,6 = 7,92 \text{ Kg}$$

7,92 Kg è la forza massima che il cacciavite può sopportare prima che la sua punta si danneggi.



Analisi statica

di un canestro da basket da esterno costituito da un tubo metallico cavo a sezione quadrata e una base metallica al quale viene applicato il peso di un uomo medio.



Dato il loro diverso peso, calcolo separatamente i momenti dei vari componenti del canestro prendendo come braccio la distanza dal baricentro geometrico di ognuno al punto di ribaltamento (O)

Momento di a (Ma)

$$V_a = 50 \cdot 50 \cdot 0,5 = 1\,250 \text{ cm}^3$$

$$P_a = 1250 \cdot 7,85 = 9\,812,5 \text{ g}$$

$$M_a = 9\,812,5 \cdot 25 = 245\,312,5 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

Momento di b (Mb)

$$V_{\text{tot}} = 10 \cdot 10 \cdot 290 = 29\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cav}} = 9 \cdot 9 \cdot 290 = 23\,490 \text{ cm}^3$$

$$V_b = 29\,000 - 23\,490 = 5\,510 \text{ cm}^3$$

Dati

Materiale: Fe 430
 $P_{\text{spec}} = 7,85 \text{ g/cm}^3$
 $F = 120 \text{ Kg}$

Formule utilizzate

$$M = F \cdot B$$

$$P_b = 5\,510 \cdot 7,5 = 41\,325 \text{ g}$$

$$M_b = 41\,325 \cdot 5 = 206\,625 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

Momento di c (Mc)

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 40 = 4\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cav}} = 8 \cdot 8 \cdot 40 = 2\,560 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{tot}} = 4\,000 - 2\,560 = 1\,440 \text{ cm}^3$$

$$P_c = 1\,440 \cdot 7,5 = 10\,800 \text{ g}$$

$$M_c = 10\,800 \cdot 10 = 108\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

Momento stabilizzante (Ms)

$$M_s = M_a + M_b = 245\,312,5 + 206\,625 = 451\,937,5 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

Momento ribaltante (Mr)

$$M_r = M_c = 108\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_s > M_r$$

Il canestro è in equilibrio.

Ora suppongo che un uomo di peso medio si appenda al canestro e calcolo il nuovo momento ribaltante.

Momento ribaltante (Mr)

$$80\,000 \cdot 30 = 2\,400\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_r = 2\,400\,000 + 108\,000 = \text{g} \cdot \text{cm}$$

$$M_r > M_s$$

$$M_r = 2\,400\,000 + 108\,000 = \text{g} \cdot \text{cm}$$

$$M_r > M_s$$

Con il peso di 80 Kg il canestro si ribalta.

Suppongo di aumentare il peso della base per evitare che il canestro si ribalti e calcolo il peso minimo che essa deve avere.

$$M_s > M_r \rightarrow M_a + M_b > M_r$$

$$M_a > M_r - M_b$$

$$F \cdot B > M_r - M_b$$

$$F > M_r - M_b / B$$

$$F > 2\,508\,000 - 206\,625 / 25$$

$$F > 92\,055 \text{ g}$$

Verifica di stabilità.

Momento stabilizzante (Ms)

$$M_a = 92\,055 \cdot 25 = 2\,301\,375 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_a + M_b = M_s = 2\,508\,000 \text{ g} \cdot \text{cm}$$

$$M_s > M_r$$

