UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FERRARA

Corso di laurea: Design del Prodotto Industriale
Materiali per il Prodotto Industriale
Professori: Alessandri Claudio, Mollica Francesco

Rizzi Ilaria, matricola 111833

ESERCIZIO 1

I vincoli sono ogni impedimento alla libera mobilità dei corpi; essi vengono applicati per impedire o permettere alcuni movimenti agli oggetti nello spazio o, in alcuni casi, nel piano (spostamento orizzontale, spostamento verticale e rotazione); per ogni azione attiva il vincolo impedisce il movimento contrapponendo una o più forze reattive che prendono il nome di reazioni vincolari.

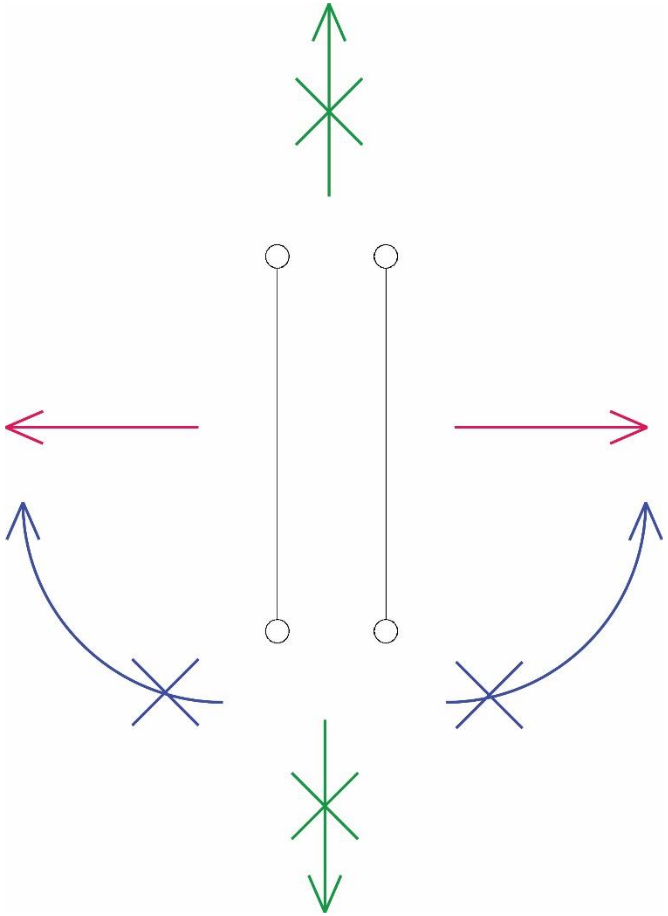
I vincoli possono essere semplici, doppi o tripli:

- Vincoli semplici: impediscono una sola componente di moto (gradi di vincolo = 1)
- Vincoli doppi: vengono impedite due componenti di moto (gradi di vincolo = 2)
- Vincoli tripli: impediscono sia le traslazioni lungo gli assi x e y, sia la rotazione (gradi di vincolo = 3)

DOPPIO PENDOLO

Il doppio pendolo è un vincolo doppio che impedisce la traslazione lungo l'asse dei pendoli e la rotazione del corpo. Permette al corpo di traslare lungo la direzione ortogonale all'asse dei pendoli.

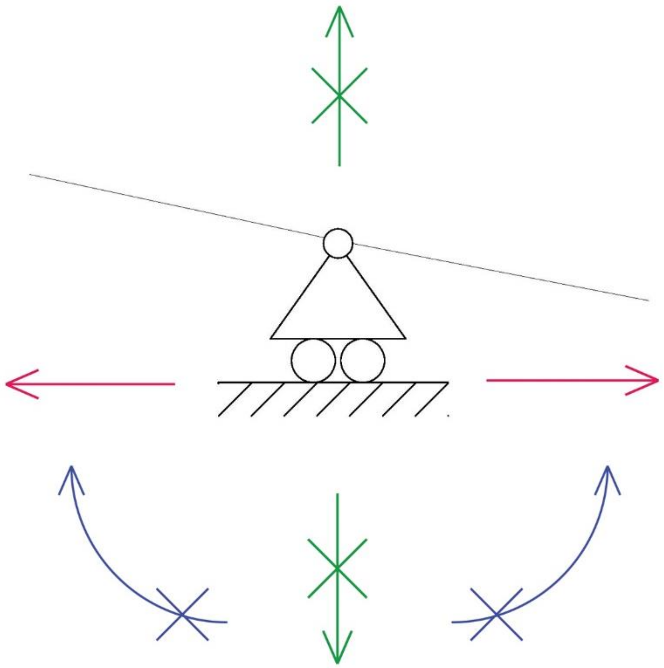
Gradi di libertà: 1
Gradi di vincolo: 2



CARRELLO

Il carrello è un vincolo semplice che impedisce lo spostamento del punto vincolato lungo l'asse ortogonale al piano di scorrimento del carrello. Lascia al corpo la possibilità di traslare lungo il piano di scorrimento del carrello e la rotazione attorno al punto vincolato.

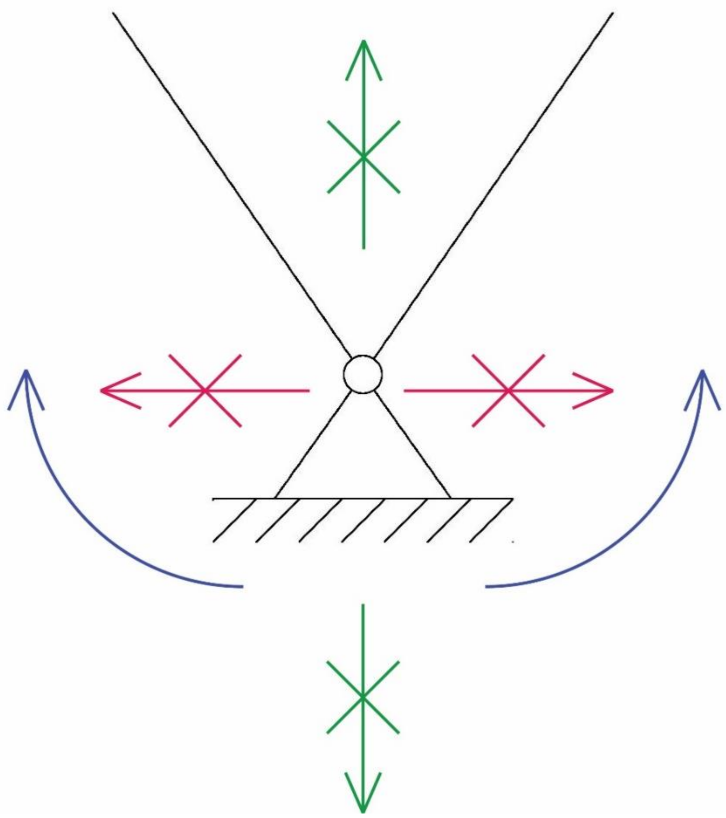
Gradi di libertà: 2
Gradi di vincolo: 1



CERNIERA

La cerniera è un vincolo doppio che permette all'oggetto vincolato soltanto rotazione, eliminando perciò ogni possibile traslazione del corpo.

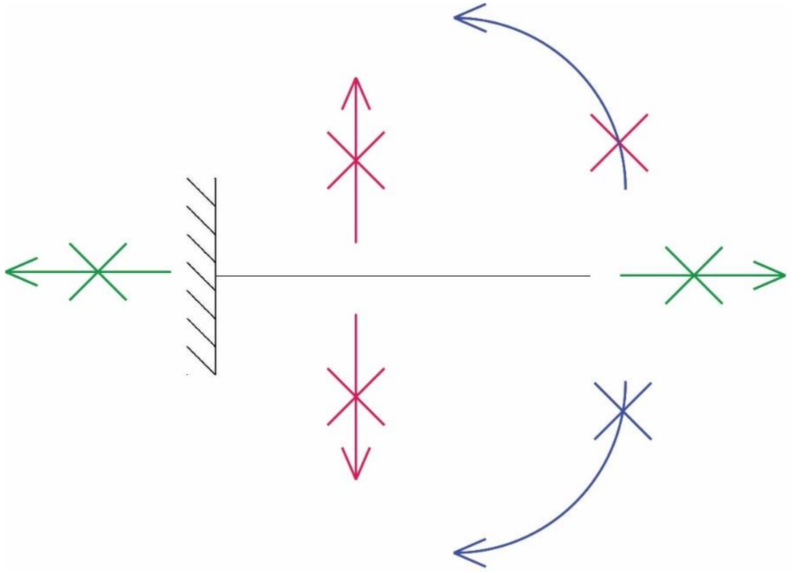
Gradi di libertà: 1
Gradi di vincolo: 2



INCASTRO

L'incastro, un vincolo triplo che impedisce al corpo sia le due componenti di traslazione che la rotazione: impedisce dunque tutti i tipi di movimento.

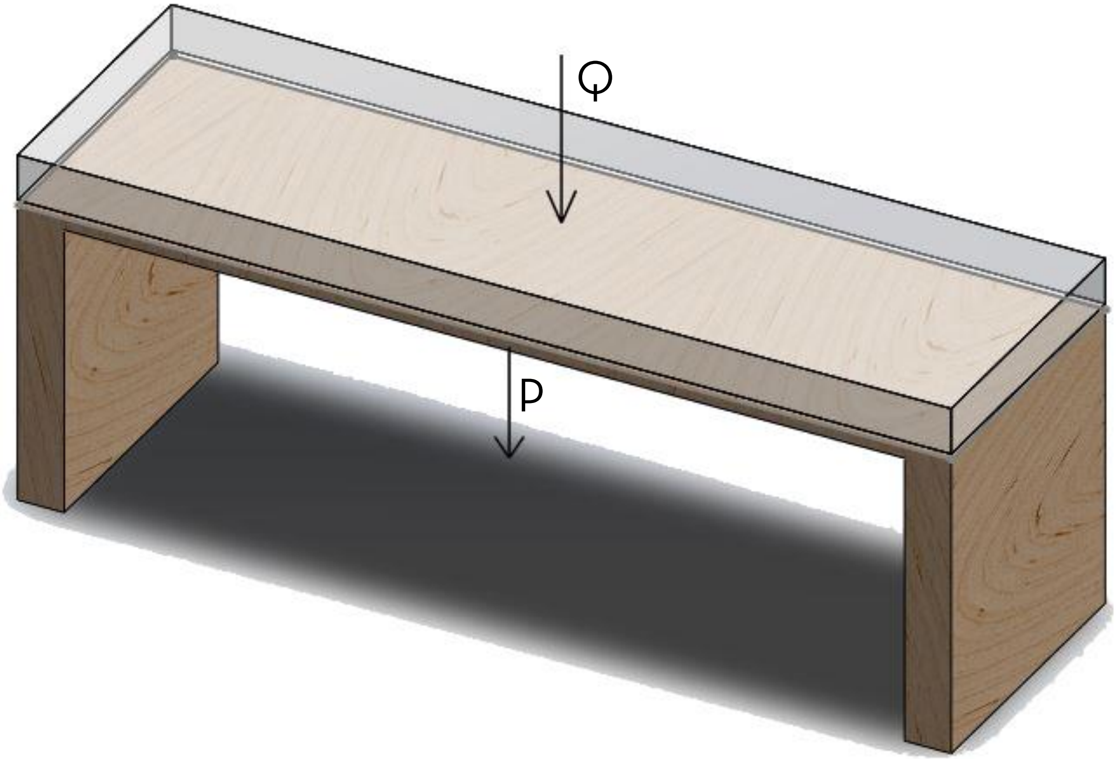
Gradi di libertà: 0
Gradi di vincolo: 3



ESERCIZIO 2

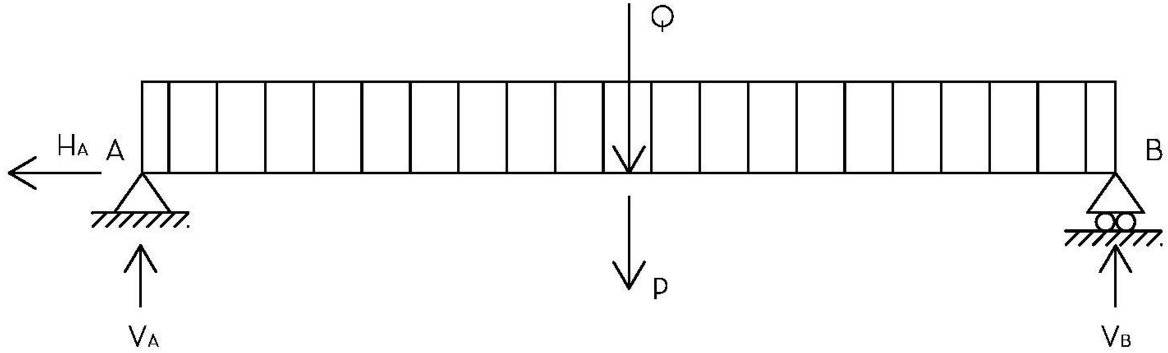
Prendo in considerazione in tavolo di lunghezza l = 160 cm sul quale applico un ipotetico peso realistico (libri, pc, bottiglie...) di 0,2 kg/cm^2.

Ps legno = 0,5 g/cm^3
P = 0,5 x 50 x 200 x 3 = 15 kg
L = 160 cm
b = 50 cm
s = 3 cm



Se il carico distribuito sulla seduta sul tavolo è q* = 0,2 kg/cm^2, allora:
q = q* x b = 50 x 0,2 = 10 Kg/cm
Q = q x l = 1600 kg

Calcolo le reazioni vincolari del tavolo relative al carrello ed alla cerniera:



$R = 0$ $\qquad R_X = 0 \qquad H_A = 0$

$R_Y = 0 \qquad V_A - P - Q + V_B = 0$

$V_A = P + Q - V_B$

$V_A = 15 + 1600 - V_B$

$M = 0 \qquad - P \times l_1/2 - Q \times l_1/2 + V_B \times l_1 = 0$

$-15 \times 80 - 1600 \times 80 + V_B \times 160 = 0$

$\longrightarrow \quad V_B = (1200 + 128000) / 160 = 807{,}5$ kg

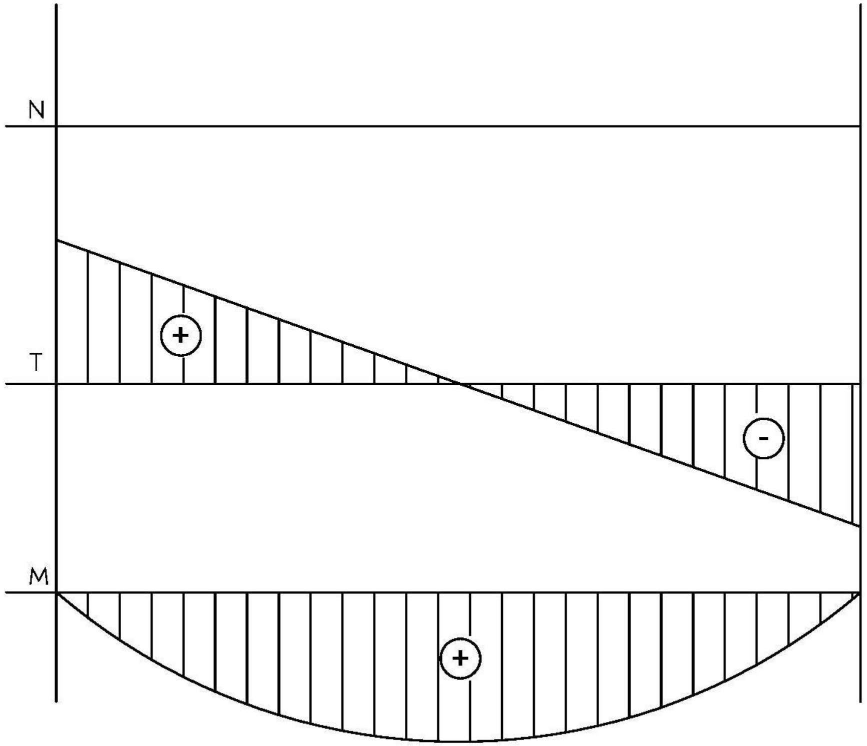
$\longrightarrow \quad V_A = 1615 - 807{,}5 = 807{,}5$ kg

Calcolo lo sforzo normale, il taglio ed il momento flettente massimo:

N = O

T = q x l / 2= → Se l = O, allora T = O Kg
→ Se l = 160, allora T = ± 800 Kg

M = (q x l^2) / 8 = → Se l = O, allora M = O Kg m
→ Se l = 160, allora M = 32000 Kg m



Calcolo la ð del tavolo:

I = (b x h^3) / 12 = (50 x 3^3) / 12 = 112,5 cm^4

ð = (M x s/2) / **I** = (32000 x 1,5) / 112,5 = 426,66 kg / m^2 < ð legno = 60 kg / cm^2

NON E' VERIFICATO

Ricavo, attraverso le formule precedentemente utilizzate, il carico massimo da applicare al tavolo:

$\mathbf{I}$ = (b x h³) / 12 = (50 x 3³) / 12 = 112,5 cm⁴

ð = (M x s/2) / $\mathbf{I}$ = (32000 x 1,5) / 112,5 =

= 426,66 kg / m^2 < ð legno = 60 kg / cm^2

M = ð x $\mathbf{I}$ /(s/2) = 60 x 112,5/1,5 = 4500 kg/m

M = (q x l^2) / 8 ⟶ q_{max} = 4500 x 8 / 160^2 = 1,41 Kg/cm

Essendo Prendo q_{max} = 1,41 kg / cm, considero q = 1,3 kg/cm, da cui:

Q = q x l = 1,41 x 160 =208 kg

R = 0 — R_X = 0 — H_A = 0

R_Y = 0 — V_A – P – Q + V_B = 0

V_A = P + Q – V_B

V_A = 15 + 208 - V_B

M = 0 — - P x l_1/2 – Q x l_1/2 + V_B x l_1 = 0

-15 x 80 – 208 x 80 + V_B x 160 = 0

V_B = (1200 + 16640) / 160 = 111,5 kg

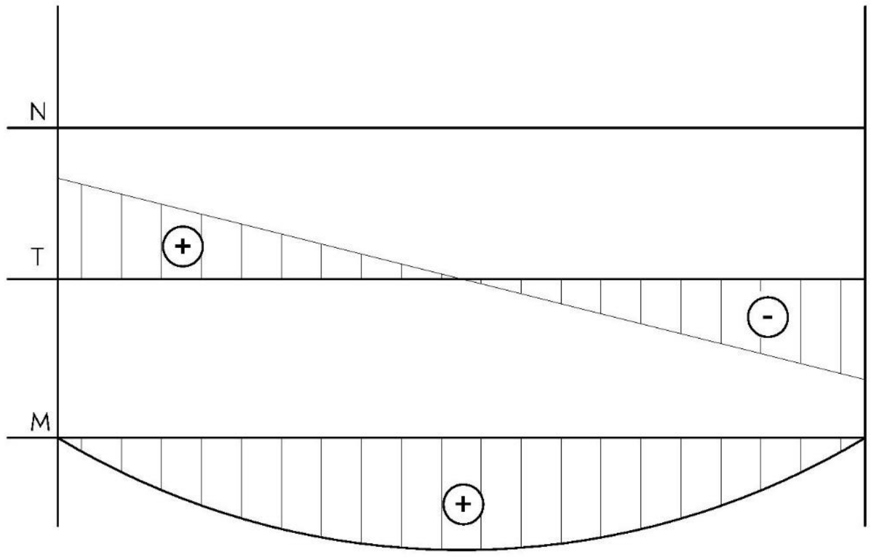
V_A = 223 – 111,5 = 111,5 kg

Calcolo lo sforzo normale, il taglio
ed il momento flettente massimo:

$N = 0$

$T = q \times l / 2 =$ → Se $l = 0$, allora $T = 0$ Kg
→ Se $l = 160$, allora $T = \pm 104$ Kg

$M = (q \times l^2) / 8 =$ → Se $l = 0$, allora $M = 0$ Kg m
→ Se $l = 160$, allora $M = 4160$ Kg m



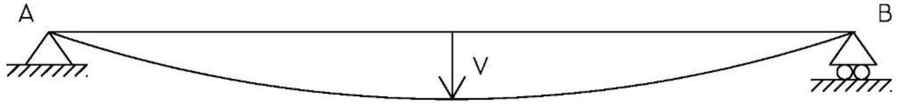
Calcolo la ð del tavolo, la verticale massima e l'angolo di rotazione

$\mathbf{I} = (b \times h^3) / 12 = (50 \times 3^3) / 12 = 112{,}5 \text{ cm}^4$

$ð = (M \times s/2) / \mathbf{I} = (4160 \times 1{,}5) / 112{,}5 = 55{,}47 \text{ kg} / \text{m}^2 < ð \text{ legno} = 60 \text{ kg} / \text{cm}^2$

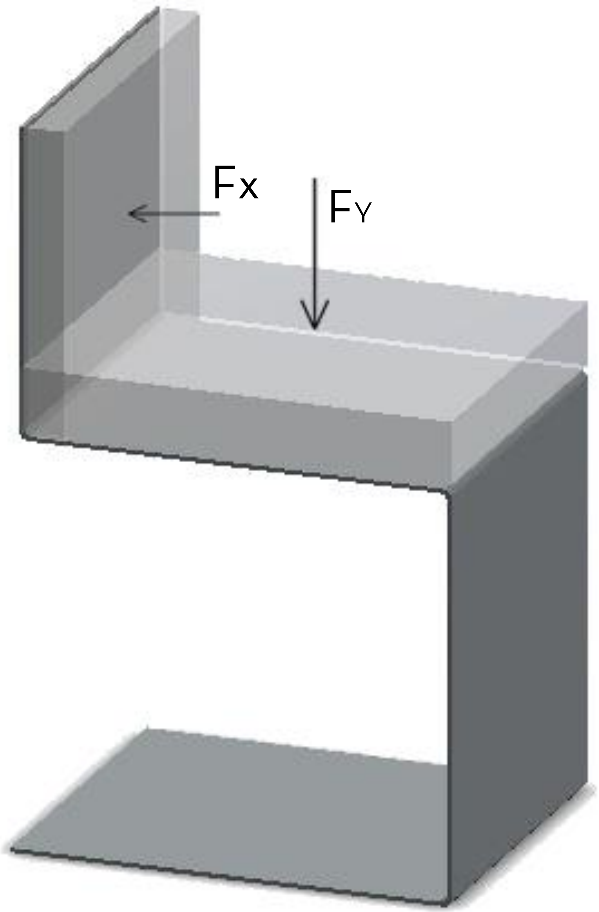
$V = (5/384) \times (q \times l^4/(E \times \mathbf{I})) = 0{,}013 \times 50{,}49 = 0{,}66 \text{ cm}$

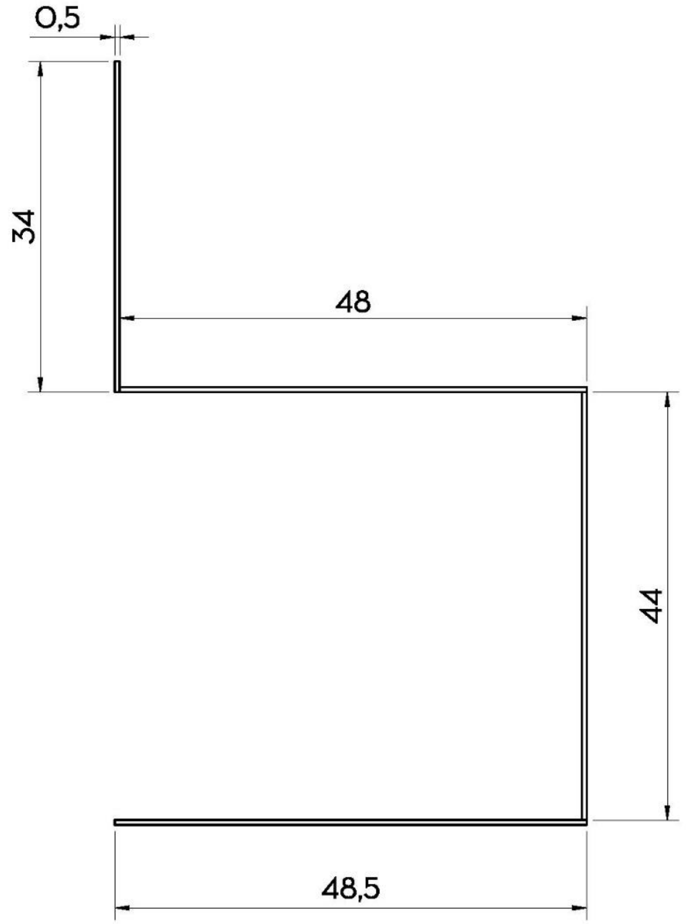
$\varphi = (q \times l^3) / (24 E \times \mathbf{I}) = 0{,}013$



ESERCIZIO 3

Prendiamo in considerazione una sedia per esterni in Fe360: calcoliamo la posizione del baricentro, dove applicheremo il peso proprio (27 kg) e verifichiamo se resista alle forze applicate:





H = 79 cm

s = 0,5 cm

b = 40 cm

Materiale: Fe 360

Ps ferro: 7,8

P = 27 kg

BARICENTRO:

$A_1 = (0,5 \times 34) = 17\ cm^2$ $x_1 = 0,25\ cm$ $y_1 = 61,5\ cm$

$A_2 = (0,5 \times 48) = 24\ cm^2$ $x_2 = 24,5\ cm$ $y_2 = 44,75\ cm$

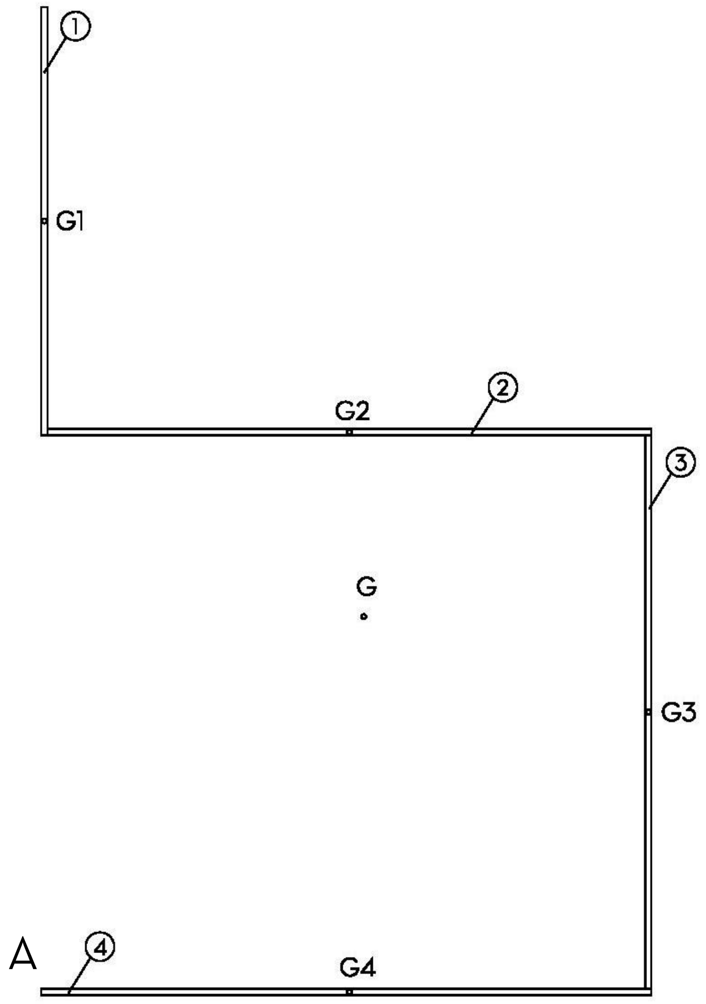
$A_3 = (0,5 \times 43) = 21,5\ cm^2$ $x_3 = 48,25\ cm$ $y_3 = 22,5\ cm$

$A_4 = (0,5 \times 48,5) = 24,25\ cm^2$ $x_4 = 24,5\ cm$ $y_4 = 0,25\ cm$

$A_{tot} = 17+24+21,5+24,25 = 86,75\ cm^2$

$X_G = (17 \times 0,25 + 24 \times 24,5 + 21,5 \times 48,25 + 24,25 \times 24,5) / 86,75 = 25,63\ cm$

$Y_G = (17 \times 61,5 + 24 \times 44,75 + 21,5 \times 22,5 + 24,25 \times 0,25) / 86,75 = 30,08\ cm$



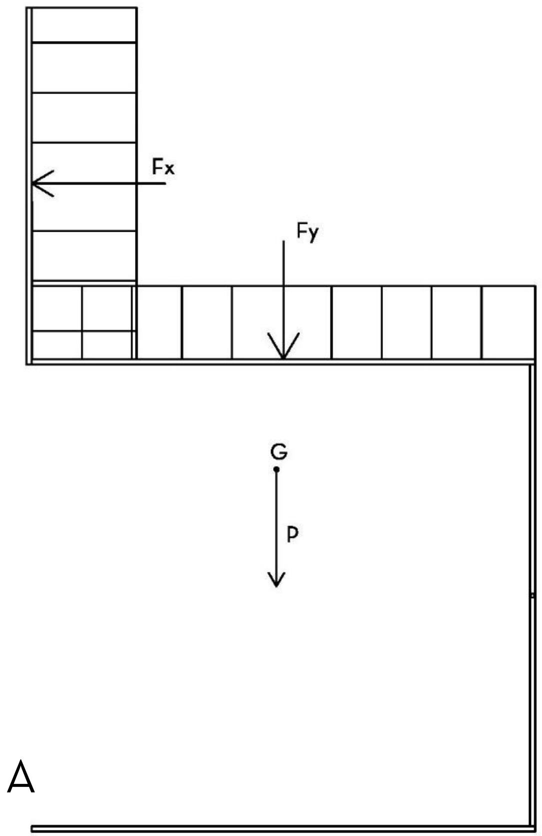
Il baricentro si trova all'interno della base della sedia, perciò non si crea un momento ribaltante attorno al punto A;

Ciò significa che la sedia, se non intervengono azioni esterne, è in equilibrio.

Supponiamo di caricare la sedia in modo realistico (es. una persona seduta appoggiata allo schienale), e verifico il loro rapporto tra la forza applicata sulla seduta e quella applicata sullo schienale.

Se il carico distribuito sulla seduta della sedia è $q^* = 0{,}02\ kg/cm^2$, allora:

$q = q^* \times b = 0{,}8\ Kg/cm$
$F_Y = q \times l = 0{,}8 \times 48 = 38{,}4\ kg$

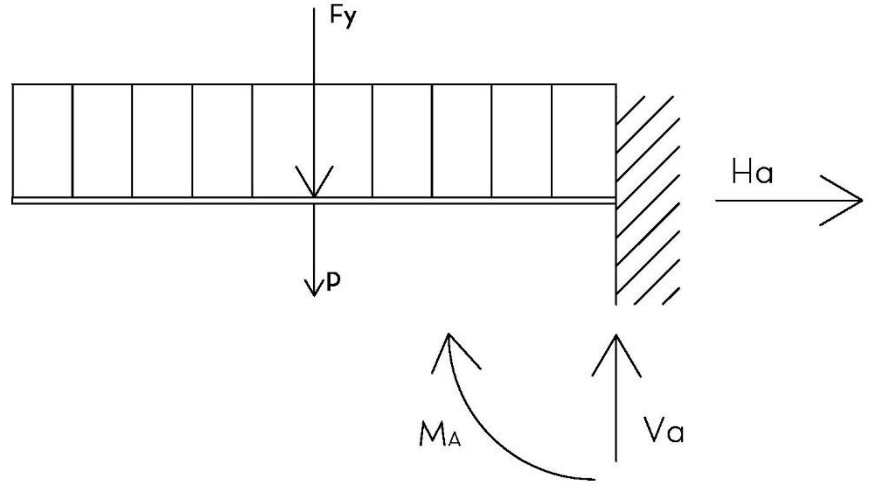


Calcolo il valore per il quale, se $F_Y = 38{,}4$ kg, si ha ribaltamento attorno al punto A.

$P \times X_G + F_Y \times l_2/2 > F_X \times l_1/2$
$F_X = 27 \times 25{,}63 + 38{,}4 \times 12{,}25 / 17 = 68{,}37\ Kg$

Considerando la sedia caricata con un carico distribuito realistico di valore 0,8 Kg/cm e considerando inoltre il peso proprio applicato nel baricentro, risulta che se la forza F_X è maggiore di 68,37 kg si avrà un momento ribaltante che provoca una rotazione attorno al punto A.

Osservando separatamente le forze che agiscono sulla seduta e quelle che agiscono sullo schienale, si considerano entrambi come vincolati da un incastro e si calcolano le reazioni vincolari:



$$\begin{cases} R = 0 & R_X = 0 & H_A = 0 \\ & R_Y = 0 & F_Y + P_2 - V_A = 0 \\ & & V_A = 38{,}4 + 7{,}5 = 45{,}9 \text{ kg} \\ M = 0 & F_Y \times x_2/2 + P \times x_2/2 - M_A = 0 & \end{cases}$$

$$M_A = 38{,}4 \times 12{,}25 + 7{,}5 \times 12{,}25 = 564{,}15 \text{ Kg/cm}$$

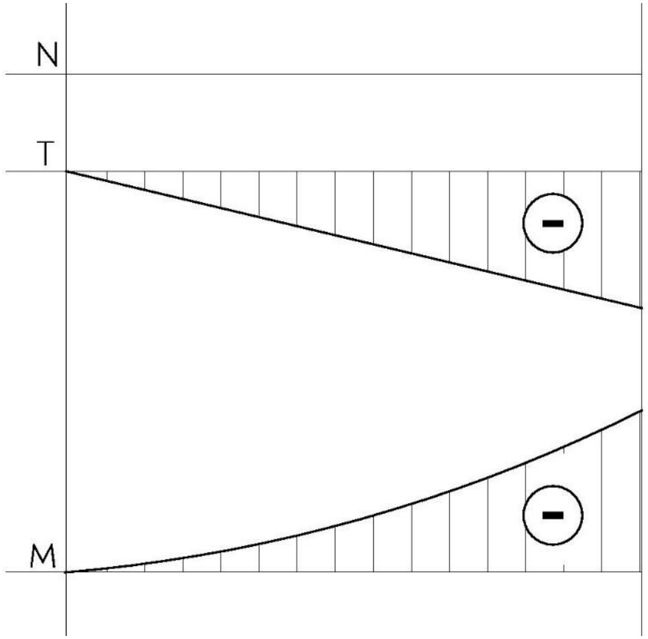
$N = O$

$T = q \times l =$ → Se $l = O$, allora $T = O$ Kg

→ Se $l = 48$, allora $T = \pm 38{,}4$ Kg

$M = (q \times l^2) / 2 =$ → Se $l = O$, allora $M = O$ Kg/cm

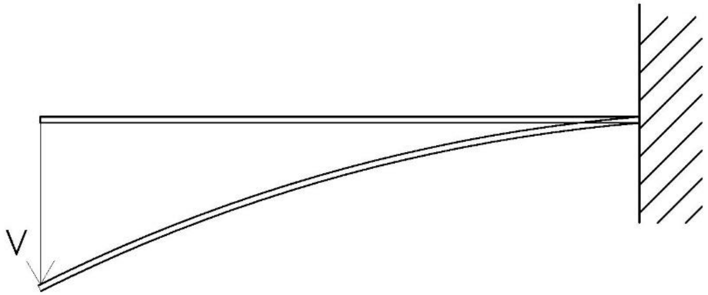
→ Se $l = 48$, allora $M = 921{,}6$ Kg/cm



Calcolo la ð della seduta della sedia:

$\mathbf{I} = (b \times h^3) / 12 = (40 \times 0{,}5^3) / 12 = 0{,}42 \text{ cm}^4$

ð $= (M \times s/2) / \mathbf{I} = (921{,}6 \times 0{,}25)/0{,}42 = 548{,}57 \text{ kg/cm}^2 <$ ð acciaio $= 1600 \text{ kg/cm}^2$



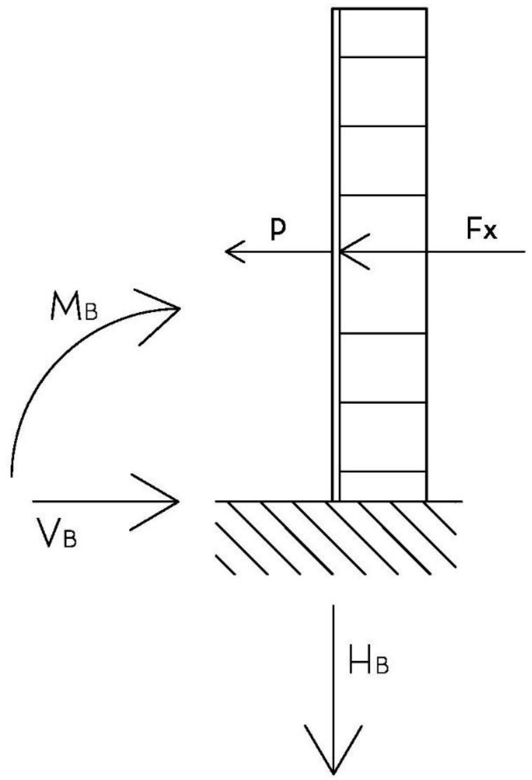
$V = (q \times l^4) / (8 \times E \times \mathbf{I}) = (0{,}8 \times 48^4) / (8 \times 2100000 \times 0{,}42) = 0{,}60 \text{ cm}$

$\varphi = (q \times l^3) / (6\,E \times \mathbf{I}) = 0{,}8 \times 48^3 / 6 \times 2100000 \times 0{,}42 = 0{,}0012$

Osserviamo le forze che agiscono sullo schienale: viene considerato come vincolato da un incastro e si calcolano le reazioni vincolari:

Ipotizziamo un carico distribuito realistico di una persona appoggiata, $F_x = 1/3\ F_y$:

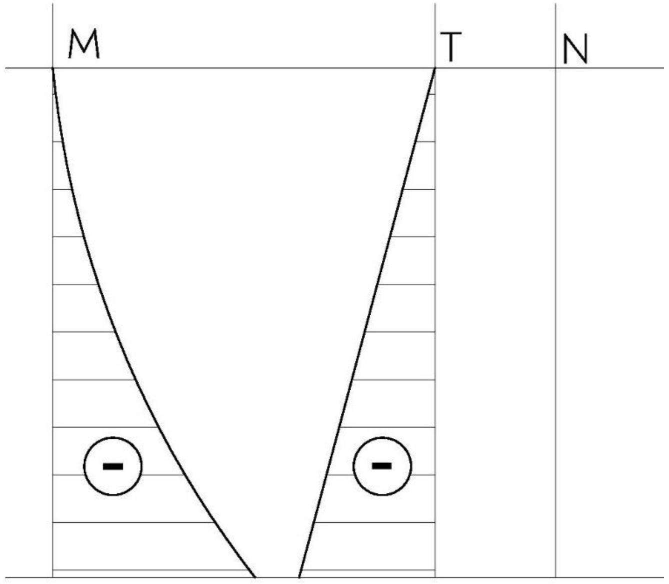
$F_x = 38{,}4\ /3 = 12{,}8$ kg
$q = F_x\ /\ l = 12{,}8\ /\ 34 = 0{,}38$ kg/cm



$$\begin{cases} R = 0 & R_X = 0 & H_B = 0 & \\ & R_Y = 0 & -F_x - P_1 + V_B = 0 & V_B = 5 + 12{,}8 = 17{,}8 \text{ kg} \\ M = 0 & F_x \times l_1/2 + P_1 \times l_1/2 - M_B = 0 & M_B = 12{,}8 \times 17 + 5 \times 17 = 302{,}6 \text{ Kg/cm} & \end{cases}$$

$N = O$

$T = q \times l =$
- Se $l = O$, allora $T = O$ Kg
- Se $l = 34$, allora $T = 12{,}92$ Kg

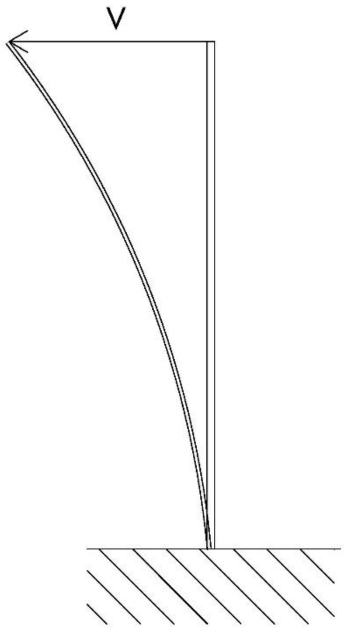


$M = (q \times l^2) / 2 =$
- Se $l = O$, allora $M = O$ Kg/cm
- Se $l = 34$, allora $M = 219{,}64$ Kg/cm

Calcolo la ð della seduta della sedia:

$\mathbf{I} = (b \times h^3) / 12 = (4O \times 1^3) / 12 = O{,}42\ cm^4$

$ð = (M \times s/2) / \mathbf{I} = (219{,}64 \times O{,}25)/ O{,}42 = 13O{,}74\ kg/m^2 < ð$ acciaio $= 16OO\ kg/m^2$



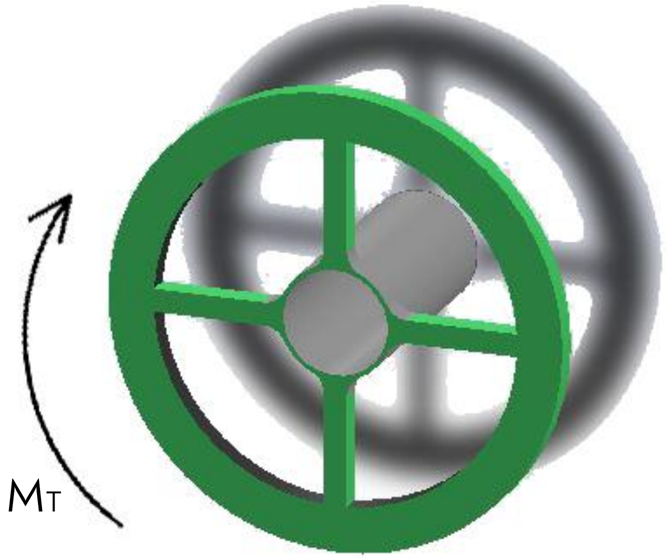
$V = (q \times l^4) / (8 \times E \times \mathbf{I}) = (O{,}38 \times 34^4) / (8 \times 21OOOOO \times O{,}42) = O{,}O72$ cm

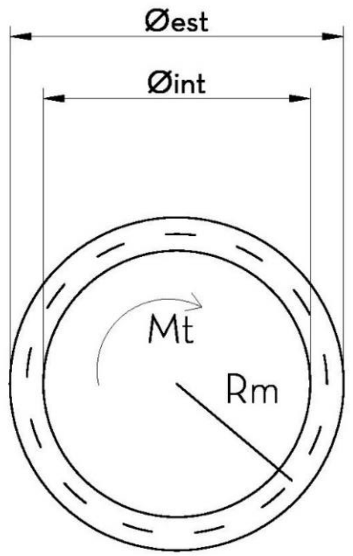
$φ = (q \times l^3) / (6 E \times \mathbf{I}) = O{,}38 \times 34^3 / 6 \times 21OOOOO \times O{,}42 = O{,}OO28$

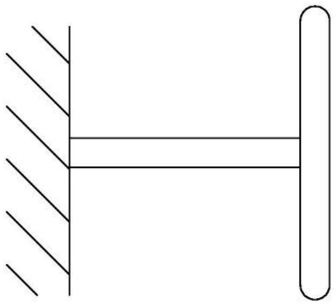
ESERCIZIO 4

Cercando di aprire una cassaforte (bloccata), si applica una forza al «volante», trasmettendo il momento torcente al cilindro interno:

$Ø_{est}$ = 50 mm
$Ø_{int}$ = 46 mm
s = 4 mm
R_v = 150 mm
P = 10 kg







Calcolo Ω con la formula di Bredt ed il momento torcente (M_t) sviluppato dalla forza P applicata al «volante» (il braccio della forza è uguale al raggio esterno del volante), da cui ricavo le tensioni tangenziali τ.

$$R_m = \varnothing_{est}/2 - s/2 = 0{,}46/2 + 0{,}4/2 = 0{,}24 \text{ cm}$$

$$\Omega = \pi \times R_m^2 = 3{,}14 \times 0{,}24^2 = 0{,}18 \text{ cm}^2$$

$$M_t = P \times R_v = 10 \times 15 = 150 \text{ kg cm}^2$$

$$\tau = M_t / (2 \times \Omega \times s) = 150 / (2 \times 0{,}18 \times 0{,}4) = 1041{,}67 \text{ kg / cm}^2$$

Applico il criterio di Von Mises: calcolo così la ð equivalente da cui ricavo τ_{amm}

$$\eth_{eq} = \sqrt{(\eth^2 + 3\,\tau^2)} < \eth_{amm}$$

$$\longrightarrow \quad \sqrt{(\eth^2 + 3\,\tau^2)} = \eth_{amm}$$

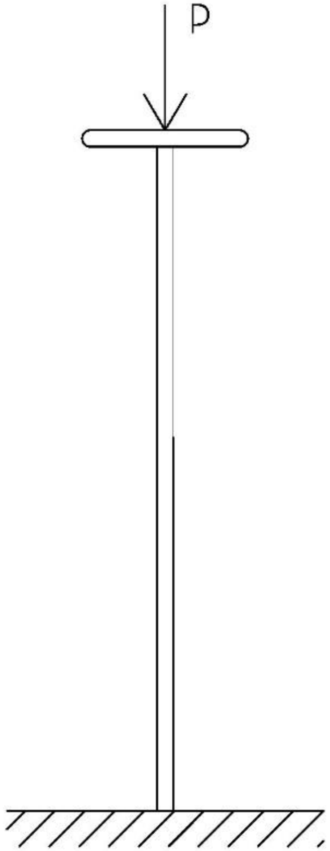
$$\eth_{amm} / \sqrt{3} = \sqrt{3}\,\tau_{amm} / \sqrt{3} \longrightarrow \tau_{amm} = \eth_{amm} / \sqrt{3} = 1900 / \sqrt{3} = 1098{,}27 \text{ kg / cm}^2$$

$$\tau_{max} < \tau_{amm} \longrightarrow 1041{,}67 \text{ kg / cm}^2 < 1098{,}27 \text{ kg / cm}^2$$

VERIFICA DELL'EQUILIBRIO

Se una persona si siede su uno sgabello da bar, applica una forza concentrata sulla seduta; se il corpo verticale dello sgabello è troppo sottile, si potrebbe verificare uno sbandamento laterale ed il successivo collasso dello stesso.

$\varnothing_{int}$ = 50 mm
Fe 360
l = 900 mm
P = 90 kg



Calcolo la snellezza del corpo verticale dello sgabello: se il valore è maggiore di 100 il corpo è snello, come in questo caso.
Applico quindi il metodo ω: è un coefficiente maggioritario per verificare la stabilità nel caso di un asta snella.
Infine, verifico attraverso la formula di Eulero che la forza applicata non sia maggiore del carico critico N_A.

l_o = 2l = 90 x 2 = 180 cm

A = (πr^2) = (3,14 x $2{,}5^2$) = 19,63 cm^2

I = (πr_{est}^4)/4= (3,14 x $2{,}5^4$)/4 = 30,66 cm^4

ρ_{min} = √(**I** / A) = √(30,66/19,63) = 1,56 cm

λ = l_o / ρ_{min} = 180 / 1,56 = 115,38

ω = 1,96

ð = ω P/A = 1,96 x 90 / 19,63 = 8,98 kg/cm^2 < $ð_{amm}$ = 1600 kg/cm^2

N_A = (π^2 E **I**) / l_o^2 = ($3{,}14^2$ x 2100000 x30,66) / 180^2 = 19593,21 kg

P < N_A 90 kg < 19593,21 kg VERIFICATO