MATERIALI

PER IL PRODOTTO INDUSTRIALE

Studente: Antonio Ballan | Matricola: 120094
Università degli Studi di Ferrara | Dipartimento di Architettura | Corso di Laurea in Design del Prodotto Industriale
a.a. 2015-2016 | DocentI: Alessandri Claudio, Mazzanti Valentina

MODELLI MECCANICI PER IL DESIGN

PROF: Alessandri Claudio

I VINCOLI NELLE MACCHINE DI LEONARDO DA VINCI

RICERCA DEL BARICENTRO - FIGURA CASUALE

VERIFICA AL RIBALTAMENTO - VASO “DUO” CAPPELLINI

VERIFICA TORSIONE OGGETTO - MANIGLIA

ANALISI FLESSIONE TRAVE - SCAFFALE

ANALISI FLESSIONE ASTA VERTICALE - SGABELLO

I VINCOLI NELLE MACCHINE DI LEONARDO DA VINCI

Tra le grandi personalità del rinascimento, Leonardo continua ad apparirci come una delle figure più poliedriche.
Uomo di ingegno e talento universale, incarnò lo spirito della sua epoca portandolo alle maggiori forme di espressione nei campi dell'arte e della conoscenza umana.
Idee e intenzioni, progetti e disegni di macchine e dispositivi nei vari rami della tecnica sono di tal numero e di tale ricchezza da sbalordire.

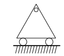
In queste pagine vengono analizzati i vincoli meccanici che il suo genio ha inserito nei diversi macchinari.

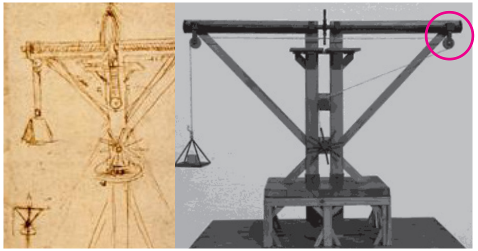
VINCOLI SEMPLICI

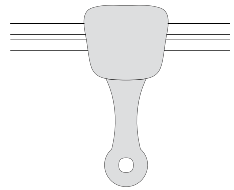
I vincoli semplici sono detti così in quanto negano un solo grado di libertà su tre totali: traslazione verticale, traslazione orizzontale e rotazione.

Tra i vincoli semplici troviamo il carrello e la biella (o pendolo), il primo vincola la traslazione perpendicolare dell'oggetto rispetto al piano di scorrimento, mentre il secondo vincola la traslazione dell'oggetto vincolato lungo l'asse della biella.

CARRELLO





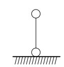


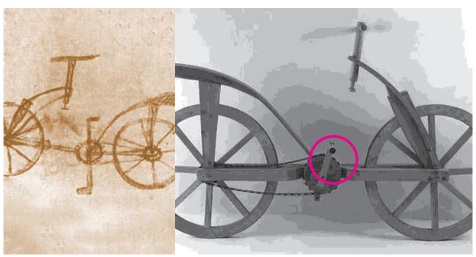
GRU CON ARGANO CENTRALE

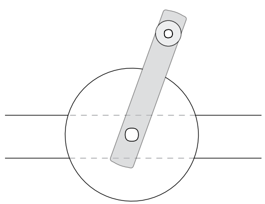
Nel caso di questo macchinario la corda che solleverebbe i carichi si muove su due carrelli che permettono un movimento orizzontale lungo il binario e concedono alle ruote (carrucole) di ruotare.

✓	traslazione orizzontale	$\Delta u \neq 0$	$Rx = 0$
☐	traslazione verticale	$\Delta v = 0$	$Ry \neq 0$
✓	rotazione	$\Delta \phi \neq 0$	$Mz = 0$

BIELLA o PENDOLO







BICICLETTA

Se imponessimo che: il pedale fosse il nostro corpo vincolato e la pedivella della bicicletta si potesse muovere solamente di 180°, sarebbe più chiara la presenza di una biella; che non permetterebbe una traslazione verticale del pedale, ma gli concederebbe solamente di spostarsi orizzontalmente e di ruotare.

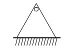
✓	traslazione orizzontale	$\Delta u \neq 0$	$Rx = 0$
☐	traslazione verticale	$\Delta v = 0$	$Ry \neq 0$
✓	rotazione	$\Delta \phi \neq 0$	$Mz = 0$

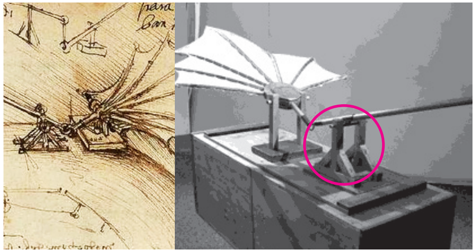
VINCOLI DOPPI

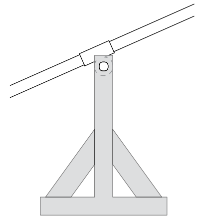
I vincoli doppi negano invece due possibilità di movimento su tre, quindi concedano solamente un grado di libertà.

In particolare possiamo avere come esempi di vincolo doppio: la cerniera, la quale permette unicamente la rotazione dell’oggetto e la doppia biella, la quale rispetto alla biella semplice nega anche la possibilità della rotazione.

CERNIERA





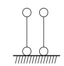


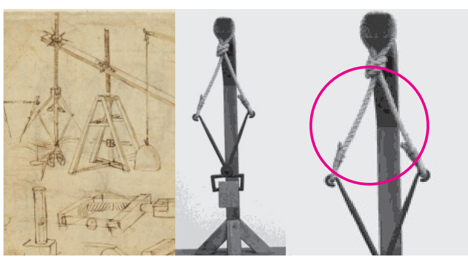
ALA BATTENTE

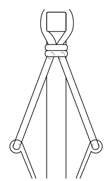
In questo macchinario, l’asta che attiva il meccanismo di funzionamento ruota attorno ad un fulcro. La struttura, qui di fianco riportata, è una vera e propria cerniera, che impedisce all’asta di traslare, ma non di ruotare.

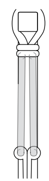
☐	traslazione orizzontale	$\Delta u = 0$	$R_x \neq 0$
☐	traslazione verticale	$\Delta v = 0$	$R_y \neq 0$
✓	rotazione	$\Delta \phi \neq 0$	$M_z = 0$

DOPPIO PENDOLO









PINZE

Se considerassimo le corde come elementi rigidi e prendessimo solamente come riferimento la parte di corda che va dal nodo alle pinze, riconosceremo in questo macchinaro una doppio pendolo.
Che non permetterebbe al oggetto vincolato (pinze) ne di traslare verticalmente, ne di ruotare.

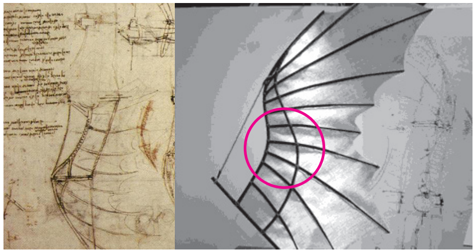
✓	traslazione orizzontale	$\Delta u \neq 0$	$R_x = 0$
☐	traslazione verticale	$\Delta v = 0$	$R_y \neq 0$
☐	rotazione	$\Delta \phi = 0$	$M_z \neq 0$

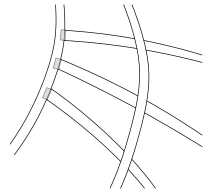
VINCOLI TRIPLI

I vincoli tripli, al contrario dei due precedenti vincolano tutti e tre le libertà di movimento possibili.

Un esempio di vincolo triplo è l’incastro, che nega appunto all’oggetto la possibilità di ruotare, di traslare verticalmente e orizzontalmente.

INCASTRO 





STUDIO DELL'ALA UNITA

L'ala disegnata da Leonardo si compone di aste di legno, incastrate l'una con l'altra per creare una struttura rigida.
Ogni asta è vincolata all'altra attraverso un incastro che non gli permette nessun movimento.

☐	traslazione orizzontale	$\Delta u = 0$	$R_x \neq 0$
☐	traslazione verticale	$\Delta v = 0$	$R_y \neq 0$
☐	rotazione	$\Delta \phi = 0$	$M_z \neq 0$

DETERMINARE IL BARICENTRO DI UNA FIGURA GIREVOLE

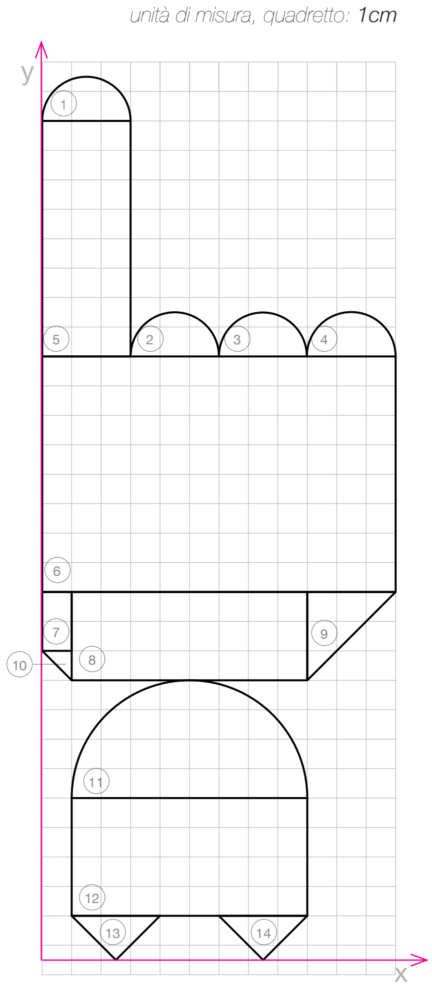
Assemblando delle forme casualmente, mi si è proposta di fronte una figura dall'aspetto mutevole. Ruotando l'oggetto di 180°, compare o una mano che indica verso l'alto, oppure la sagoma di un gattino.

Determinare il baricentro della figura, in modo che se dovessimo ruotarla rimarrebbe in equilibrio senza dover porvi dei vincoli.

mano che indica verso l'alto

mano che indica verso destra

gatto



Dobbiamo calcolare il baricentro della figura totale, attraverso le due formule:

$x_G = Sy / A_{tot}$ $y_G = Sx / A_{tot}$

Devo quindi determinare prima:

$A_{tot} = A_1 + A_2 + ... + A_n$

$Sy = (A_1 \cdot x_1) + (A_2 \cdot x_2) + ... + (A_n \cdot x_n)$

$Sx = (A_1 \cdot y_1) + (A_2 \cdot y_2) + ... + (A_n \cdot y_n)$

Innanzitutto suddivido la forma totale in parti, e per evitare confusione, calcolo per ogni forma: A_n | $x_{n\ (baricentro)}$ | $A_n \cdot x_n$ | $y_{n\ (baricentro)}$ | $A_n \cdot y_n$.

1
$A_1 = r^2 \cdot \pi / 2 = 3{,}5\ cm^2$
$x_1 = 1{,}5\ cm$
$A_1 \cdot x_1 = 5{,}25$
$y_1 = 29{,}136\ cm$
$A_1 \cdot y_1 = 101{,}98$

2
$A_2 = r^2 \cdot \pi / 2 = 3{,}5\ cm^2$
$x_2 = 4{,}5\ cm$
$A_2 \cdot x_2 = 15{,}75$
$y_2 = 21{,}136\ cm$
$A_2 \cdot y_2 = 73{,}98$

3
$A_3 = r^2 \cdot \pi / 2 = 3{,}5\ cm^2$
$x_3 = 7{,}5\ cm$
$A_3 \cdot x_3 = 26{,}25$
$y_3 = 21{,}136\ cm$
$A_3 \cdot y_3 = 73{,}98$

4
$A_4 = r^2 \cdot \pi / 2 = 3{,}5\ cm^2$
$x_4 = 10{,}5\ cm$
$A_4 \cdot x_4 = 36{,}75$
$y_4 = 21{,}136\ cm$
$A_4 \cdot y_4 = 73{,}98$

5
$A_5 = b \cdot h = 24\ cm^2$
$x_5 = 1{,}5\ cm$
$A_5 \cdot x_5 = 36$
$y_5 = 24{,}5\ cm$
$A_5 \cdot y_5 = 588$

6
$A_6 = b \cdot h = 96\ cm^2$
$x_6 = 6\ cm$
$A_6 \cdot x_6 = 576$
$y_6 = 16{,}5\ cm$
$A_6 \cdot y_6 = 1584$

7 $A_7 = b \cdot h = 2\ cm^2$
$x_7 = 0{,}5$ cm
$A_7 \cdot x_7 = 1$
$y_7 = 11{,}5$ cm
$A_7 \cdot y_7 = 23$

8 $A_8 = b \cdot h = 24 cm^2$
$x_8 = 5$ cm
$A_8 \cdot x_8 = 120$
$y_8 = 11$ cm
$A_8 \cdot y_8 = 264$

9 $A_9 = b \cdot h / 2 = 4{,}5\ cm^2$
$x_9 = 10$ cm
$A_9 \cdot x_9 = 45$
$y_9 = 11{,}5$ cm
$A_9 \cdot y_9 = 51{,}75$

10 $A_{10} = b \cdot h / 2 = 0{,}5\ cm^2$
$x_{10} = 0{,}66$ cm
$A_{10} \cdot x_{10} = 0{,}33$
$y_{10} = 10{,}16$ cm
$A_{10} \cdot y_{10} = 5{,}08$

11 $A_{11} = r^2 \cdot \pi / 2 = 6{,}3\ cm^2$
$x_{11} = 5$ cm
$A_{11} \cdot x_{11} = 31{,}5$
$y_{11} = 10{,}176$ cm
$A_{11} \cdot y_{11} = 64{,}11$

12 $A_{12} = b \cdot h = 32\ cm^2$
$x_{12} = 5$ cm
$A_{12} \cdot x_{12} = 160$
$y_{12} = 3{,}5$ cm
$A_{12} \cdot y_{12} = 112$

13 $A_{13} = b \cdot h = 2{,}25\ cm^2$
$x_{13} = 2{,}5$ cm
$A_{13} \cdot x_{13} = 5{,}625$
$y_{13} = 1$ cm
$A_{13} \cdot y_{13} = 2{,}25$

14 $A_{14} = b \cdot h = 2{,}25\ cm^2$
$x_{14} = 7{,}5$ cm
$A_{14} \cdot x_{14} = 16{,}875$
$y_{14} = 1$ cm
$A_{14} \cdot y_{14} = 2{,}25$

Calcolo quindi:

$A_{tot} = A_1 + A_2 + ... + A_n = 207{,}8\ cm^2$

$Sy = (A_1 \cdot x_1) + (A_2 \cdot x_2) + ... + (A_n \cdot x_n) = 1076{,}33$

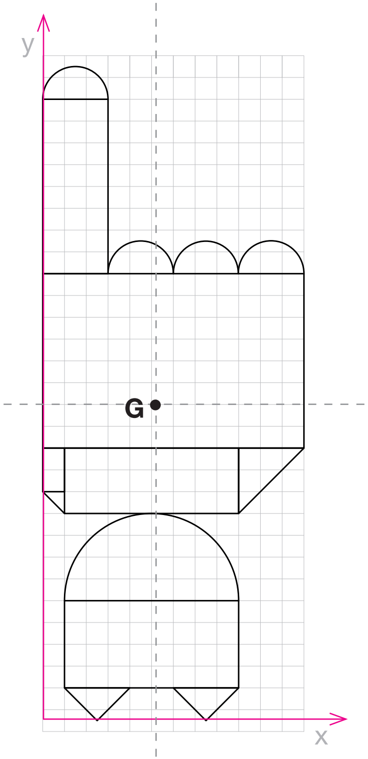
$Sx = (A_1 \cdot y_1) + (A_2 \cdot y_2) + ... + (A_n \cdot y_n) = 3020{,}36$

Calcolo il baricentro:

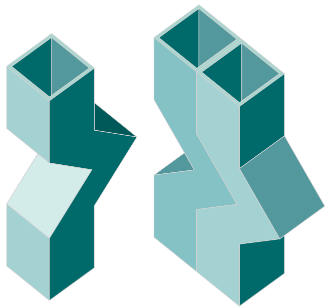
$x_G = Sy / A_{tot} = 1076{,}33 / 207{,}8 = 5{,}18 \approx 5{,}2$ cm

$y_G = Sx / A_{tot} = 3020{,}36 / 207{,}8 = 14{,}53 \approx 14{,}5$ cm

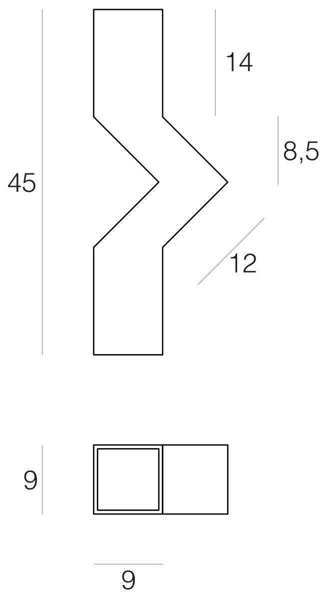
G $= (x_G ; y_G) =$ **(5,2 ; 14,5)**



ANALISI E VERIFICA AL RIBALTAMENTO, ALLA TORSIONE E ALLA FLESSIONE DI OGGETTI ESISTENTI



proiezioni ortogonali | unità di misura: cm



ANALISI RIBALTAMENTO

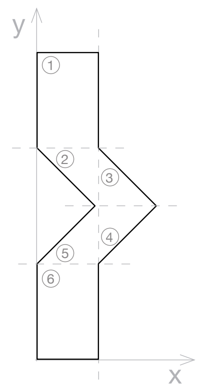
VASO IN CERAMICA **“DUO” - CAPPELLINI**

DATI
spessore = 0,5 cm

MATERIALE
Ceramica
peso specifico = 7,8 kg/dm³ = 0,0078 kg/cm³

Definiamo la vista laterale come la più critica a livello di equilibri. Calcoliamo ora il baricentro della figura totale, analizzandone quindi la stabilità.

$y_G = Sx / A_{tot}$ $\qquad\qquad$ $x_G = Sy / A_{tot}$



$A_1 = A_6 = 9 \cdot 14 = 126$ cm²
$A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = 9 \cdot 8{,}5 / 2 = 38{,}25$ cm²
$A_{tot} = b \cdot h = 9 \cdot 45 = 405$ cm²

- Determino y_G
$y_1 = 14 + 8{,}5 + 8{,}5 + (14 / 2) = 38$ cm
$y_2 = 14 + 8{,}5 \cdot 5/3 = 28{,}2$ cm
$y_3 = 14 + 8{,}5 \cdot 4/3 = 25{,}3$ cm
$y_4 = 14 + 8{,}5 \cdot 2/3 = 19{,}7$ cm
$y_5 = 14 + 8{,}5 \cdot 1/3 = 16{,}8$ cm
$y_6 = 14 / 2 = 7$ cm

$Sx = (A_1 \cdot y_1) + (A_2 \cdot y_2) + (A_3 \cdot y_3) + (A_4 \cdot y_4) + (A_5 \cdot y_5) + (A_6 \cdot y_6)$
$Sx = (126 \cdot 38) + (38{,}25 \cdot 28{,}2) + (38{,}25 \cdot 25{,}3) + (38{,}25 \cdot 19{,}7) + (38{,}25 \cdot 16{,}8) + (126 \cdot 7) = 4788 + 1078{,}65 + 967{,}725 + 753{,}525 + 642{,}6 + 882 = 9112{,}5$

$\mathbf{y_G}$ = Sx / A $_{tot}$ = 9112,5 / 405 = **22,5 cm**

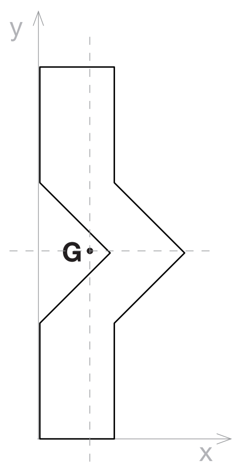
- Determino x_G
$x_1 = x_6 = 9 / 2 = 4{,}5$ cm
$x_2 = x_5 = 9 \cdot 2/3 = 6$ cm
$x_3 = x_4 = 9 \cdot 4/3 = 12$ cm

$Sy = (A_1 \cdot x_1) + (A_2 \cdot x_2) + (A_3 \cdot x_3) + (A_4 \cdot x_4) + (A_5 \cdot x_5) + (A_6 \cdot x_6)$
$Sy = (126 \cdot 4{,}5) + (38{,}25 \cdot 6) + (38{,}25 \cdot 12) + (38{,}25 \cdot 12) + (38{,}25 \cdot 6) + (126 \cdot 4{,}5) = 567 + 229{,}5 + 459 + 459 + 229{,}5 + 567 = 2511$

$\mathbf{x_G}$ = Sx / A $_{tot}$ = 2511 / 405 = **6,2 cm**

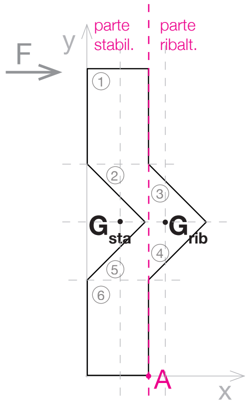
In questo modo abbiamo ottenuto le coordinate del baricentro G. Vediamo quindi, che il nostro oggetto è stabile in quanto la verticale del baricentro cade all’interno della base di appoggio del vaso.

G = $(x_G ; y_G)$ = **(6,2 ; 22,5)**



Proviamo ora, a determinare con quale forza F, proveniente dall’esterno, al nostro vaso può venire meno questa condizione di equilibrio.
Cioè con quale forza esterna il nostro vaso può ribaltarsi e cadere.

Iniziamo con il dividere l’oggetto nella parte che crea il $M_{stabilizzante}$ *e quella che crea il* $M_{ribaltante}$*, defininedo il punto di ribaltamento A.*
Ne determiniamo quindi, i due diversi baricentri.



- Baricentro stabilizzante G_{stab}

$y_{G\ stab} = 22{,}5$

$Sy = (A_1 \cdot x_1) + (A_2 \cdot x_2) + (A_5 \cdot x_5) + (A_6 \cdot x_6)$

$Sy = (126 \cdot 4{,}5) + (38{,}25 \cdot 6) + (38{,}25 \cdot 6) + (126 \cdot 4{,}5) =$
$567 + 229{,}5 + 229{,}5 + 567 = 1593$

$A_{tot\ stab} = 14 \cdot 9 + 9 \cdot 8{,}5 + 14 \cdot 9 = 328{,}5\ cm^2$

$x_{Gstab} = Sy / A_{tot\ stab} = 1593 / 328{,}5 = 4{,}85$

$\mathbf{G_{sta} = (4{,}85 ; 22{,}5)}$

- Baricentro ribaltante G_{riba}

$\mathbf{G_{rib} = (12 ; 22{,}5)}$

Calcoliamo poi, i volumi e i pesi delle due diverse parti.

- Parte stabilizzante

$Vol_{stab} = 680{,}5\ cm^3$

$Peso_{stab} = Vol \cdot \text{peso specifico} = 680{,}5 \cdot 0{,}0078 = 5{,}3079\ kg$

- Parte ribaltante

$Vol_{rib} = 152{,}5\ cm^3$

$Peso_{stab} = Vol \cdot \text{peso specifico} = 152{,}5 \cdot 0{,}0078 = 1{,}1895 kg$

Ora, devo trovare l'istante preciso in cui il Momento stabilizzante è uguale al Momento ribaltante, per trovare con che forza F l'equilibrio del mio vaso è precario.
F limite l'avrò quando: $M_{stab} = M_{rib}$

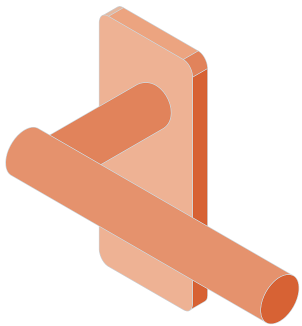
- Definisco i momenti rispetto al punto A.

$M_{stab} = M_{rib}$

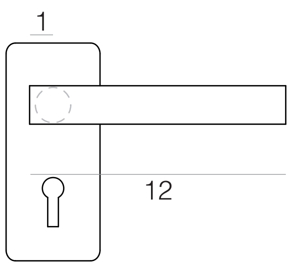
$P_{stab} \cdot br = P_{rib} \cdot br + F \cdot br$
$5{,}3079 \cdot (9\text{-}4{,}85) = 1{,}1895 \cdot (12\text{-}9) + F \cdot 45$
$22{,}03 = 3{,}57 + F \cdot 45$

$\mathbf{F_{max}} = (22{,}03 - 3{,}57) / 45 = \mathbf{0{,}41\ kg}$

Vediamo quindi che la forza massima applicabile al vaso perchè resti stabile è di circa 0,4 N.



proiezioni ortogonali | unità di misura: cm



ANALISI TORSIONE

MANIGLIA PORTA

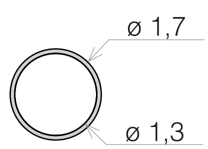
DATI
spessore = 0,2 cm
diametro = 1,7 cm
braccio = 11 cm
Forza = 20 kg

MATERIALE
Acciaio, FE 430
σ amm = 1900 kg/cm^2

Partiamo, disegnando il modello meccanico e considerando il momento torcente che agisce sulla sezione circolare cava della maniglia.

Mt = F · br = 20 · 11 = **220 kg·cm**

Per fare una verifica di resitenza a torsione devo paragonare il σ dei sforzi sulla maniglia con il σ_{amm} del mio materiale.



Ora calcoliamo il raggio medio e ω.

$r_{med} = r - (s / 2) = 0{,}85 - 0{,}1 = 0{,}75$ cm

$\Omega = \pi \cdot r_{med}^{\,2} = \pi \cdot 0{,}75^2 = 2{,}36$ cm^2

Con la formula di Bredt possiamo ora calcolarci la tensione tangenziale massima per la nostra sezione circolare cava.

$\tau = Mt / (2 \cdot \Omega \cdot s) = 220 / (2 \cdot 2{,}36 \cdot 0{,}2) = 0{,}944$ kg/cm^2

Ora grazie alla legge di Von Mises possiamo eguagliare σ e τ per poter calcolare la resistenza della nostra sezione.

$\boldsymbol{\sigma_{max}} = \sqrt{[3 \cdot (\tau^2)]} = \sqrt{3} \cdot \tau = \sqrt{3} \cdot 0{,}944 =$ **1,63 kg/cm²**

$\boldsymbol{\sigma_{max} < \sigma_{amm}}$

Scopriamo quindi che se la nostra maniglia viene sottoposta ad una forza di 1,6 kg la nostra sezione non si rompe.

Possiamo quindi ora calcolare, al contrario, quale forza sarebbe necessaria perchè fosse raggiunta la rottura della nostra sezione.

Quindi inpongo l'istante in cui il σ della sezione della maniglia è uguale a quello amissibile.

$\sigma_{amm} = \tau \cdot \sqrt{3}$

$\sigma_{amm} = Mt / (2 \cdot \Omega \cdot s) \cdot \sqrt{3}$

$Mt = (\sigma\ amm \cdot 2 \cdot \Omega \cdot s) / \sqrt{3}$

$Mt = (1900 \cdot 2 \cdot 2{,}36 \cdot 0{,}2) / \sqrt{3}$

$Mt = 1035{,}5$ kg·cm

Determino quindi la forza con la quale la sezione della maniglia si romperebbe.

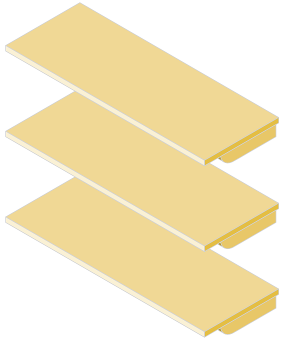
$F > Mt / B$

$F > 1035{,}5 / 11$

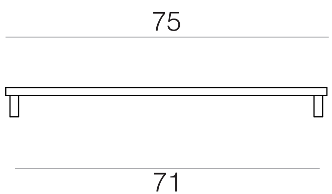
F > 94,14 kg

ANALISI FLESSIONE

SCAFFALE



proiezioni ortogonali | unità di misura: cm

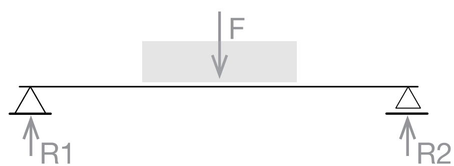


dimensioni = 75 x 28 x 1,8

DATI (ripiano)
altezza = 1,8 cm
lunghezza = 75 cm
profondita = 28 cm
peso accidentale = q = 0,24 kg/cm

MATERIALE
Legno (ABETE)
σ amm = 80 Kg/cm2

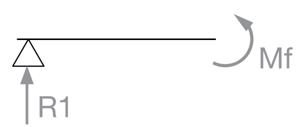
Partiamo, disegnando il modello meccanico e calcolando il peso accidentale F (che concentraimo nel suo baricentro), le reazioni vincolari agli estremi della mensola dal carico distribuito q e i relativi momenti provocati.



Lunghezza carico= 30 cm

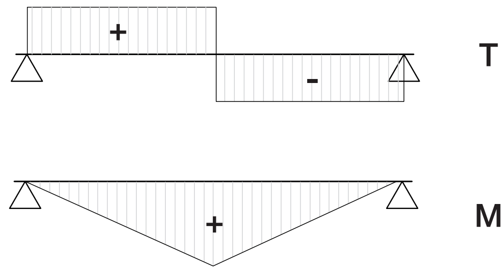
$F = q \cdot L_C = 0{,}24 \cdot 30 = 7{,}1$ kg
$R1 = R2 = (q \cdot L) / 2 = (0{,}1 \cdot 71) / 2 = 3{,}55$ kg

Attaverso la regola del concio mi calcolo il momento flettente



$Mf = R1 \cdot (L / 2) = 3{,}55 \cdot 35{,}5 = 126{,}025$ kg·cm

Traccio quindi i diagrammi del taglio e del momento.



Ora determino il σ della mia mensola attraverso la formula:
$\sigma = Mf \cdot y / I_x$
Lo confronto con il $\sigma_{ammissibile}$ del legno e verifico così, se la mensola può sopportare quel peso.

Calcolo in mio momento d'inerza sulla sezione in cui agisce la forza

$I_x = (b \cdot h^3) / 12 = (28 \cdot 1,8^3) / 12 = 13,608\ cm^4$

Calcolo σ

$\boldsymbol{\sigma} = Mf \cdot y / I_x = 126,025 \cdot 0,9 / 13,608 = \mathbf{8,33\ kg/cm^2}$

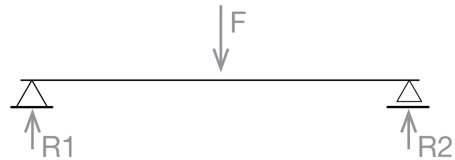
$\sigma_{amm} = 80$ kg/cm2
$\boldsymbol{\sigma < \sigma_{amm}}$

Vedo che la mensola resiste benissimo a un carico di 7 Kg.
Calcoliamo ora di quanto si fletterà il ripiano con questo carico attraverso la formula:
$f = F \cdot L^3 / 48 \cdot E \cdot I_x$

$E_{legno} = 12000\ MPa = 122365,95\ Kg \cdot cm^2$ (parallelo alle fibre)

$\mathbf{f} = F \cdot L^3 / 48 \cdot E \cdot I_x = 7,1 \cdot 71^3 / 48 \cdot 122365,95 \cdot 13,608 = \mathbf{0,04\ cm}$

Proviamo ora, a calcolare che forza devo essercitare per far si che la mensola si rompi e di quanto si flette al momento critico.



Impongo quindi $\sigma = \sigma_{ammissibile}$ e calcolo la forza

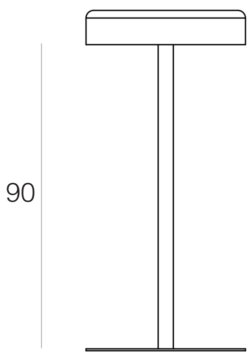
$\sigma_{amm} = \sigma$
$\sigma_{amm} = Mf \cdot y / I_x$
$\sigma_{amm} = F \cdot (L / 2) \cdot y / I_x$
$\mathbf{F} = \sigma_{amm} \cdot I_x / (L / 2) \cdot y = 80 \cdot 13{,}608 / 35{,}5 \cdot 0{,}9 = \mathbf{34{,}07\ Kg}$

Calcolo inoltre fino a quanto si fletterà la mensola prima di rompersi.

$\mathbf{f} = F \cdot L^3 / 48 \cdot E \cdot I_x = 34{,}07 \cdot 71^3 / 48 \cdot 122365{,}95 \cdot 13{,}608 = \mathbf{0{,}15\ cm}$

Concludiamo notando che la mensola si romperà ad un carico puntiforme maggiore di 34,07 Kg, dopo essersi flessa di circa 2 mm verso il basso.

proiezioni ortogonali | unità di misura: cm



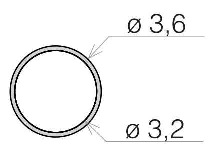
ANALISI FLESSIONE ed EQUILIBRIO

SGABELLO

DATI
altezza = 90 cm
diametro = 3,6 cm
spessore = 0,2 cm
forza accidentale = F = 150 kg

MATERIALE
Acciaio, FE 430
σ amm = 1900 kg/cm^2

Partiamo, disegnado e calcolando l'area della sezione circolare cava del tubolare d'acciaio che sostiene lo sgabello.



spessore = 0,2
r_1 = 1,8
r_2 = 1,6

$A_1 = r_1^2 \cdot \pi = 1{,}8^2 \cdot \pi = 10{,}17\ cm^2$

$A_2 = r_2^2 \cdot \pi = 1{,}6^2 \cdot \pi = 8{,}04\ cm^2$

$\mathbf{A_{sez}} = A_1 - A_2 = 10{,}17 - 8{,}04 = \mathbf{2{,}13\ cm^2}$

Calcoliamo il momento di inerzia e il raggio d'inerzia della sezione.

$\mathbf{I} = [\pi \cdot (r_1^4 - r_2^4)] / 4 = [\pi \cdot 3{,}944] / 4 = \mathbf{3{,}1\ cm^4}$

$\boldsymbol{\rho} = \sqrt{}\,(\mathbf{I} / A\ sez) = \sqrt{}\,(3{,}1 / 2{,}13) = \mathbf{1{,}45\ cm}$

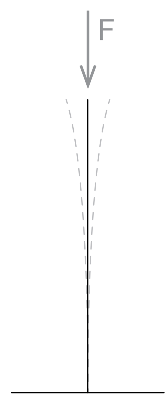
Deduciamo la sua lunghezza libera d'inflessione e definiamo successivamente la sua snellezza.

$L_0 = 2L = 2 \cdot 90 = 180$ cm
$\boldsymbol{\lambda} = L_0 / \rho = 180 / 1{,}45 = \mathbf{124{,}14}$

Determinata la snellezza, andiamo a trovare il coefficiente ω nella tabella per l'acciaio Fe 430.

$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{2{,}46}$

Prima di considerare la forza che agisce sull'asta, tracciamo il modello meccanico dell'oggetto. Possiamo poi calcolare la σ della sezione accrescendola con il valore di ω appena trovato, per poi confrontarla con il σ_{amm} del materiale e verificare che l'asta non si rompi.



$\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{sez}} = (F / A) \cdot \omega = (150 / 2{,}13) \cdot 2{,}46 = \mathbf{173{,}24\ kg/cm^2}$

$\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{amm}} \mathbf{>} \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{sez}}$

Da questo vediamo che la sezione, sottoposta a 150 kg peso, non si rompe.
Possiamo allora calcolare la forza necessaria perchè arrivi a rottura.

Imponiamo l'instante in cui il nostro tubolare si sta per rompere.
$\sigma = \sigma_{amm}$

$\sigma = \sigma_{amm}$
$\sigma_{amm} = (F / A) \cdot \omega$
$F = (\sigma_{amm} \cdot A) / \omega$
$F = (1900 \cdot 2{,}13) / 2{,}46 = 1645{,}12$ kg

F > 1645,12 kg

Per rompere l'asta, sul nostro sgabello devono venire esercitati più di 1645 N.

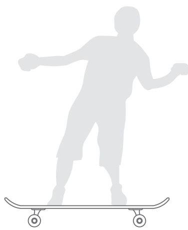
MATERIALI COMPOSITI

PROF: Mazzanti Valentina

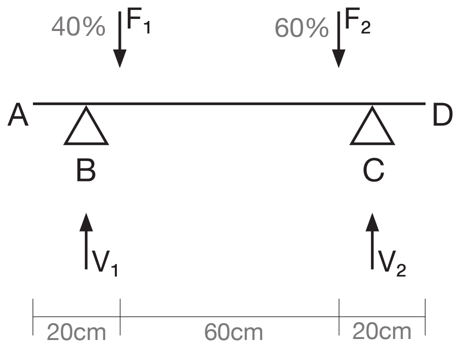
ESERCITAZIONE **“SKATEBOARD IN MATERIALE COMPOSITO”**

DATI

- *peso persona* = 150kg = 1500N
- *distanza tra i piedi* = 60cm
- *lunghezza skateboard* AD = 100cm
- *distanza tra ruote* BC = 80cm
- AB = CD = 10cm



CASO 1



DATI
- F_1= 300N
- F_2= 900N

- Determiniamo le reazioni vincolari

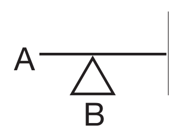
R=0 => V_1 - 600N - 900N +V_2 = 0

M=0 => M_B=0 => (-600N · 10cm) - (900N · 70cm) + (V_2 · 80cm) = 0
-6000Ncm - 63000Ncm + V_2 · 80cm = 0
V_2 . 80cm = 69000 Ncm => V_2 = 862,5N

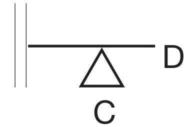
=> V_1 - 600N - 900N + 862,5N = 0 => V_1 = 637,5N

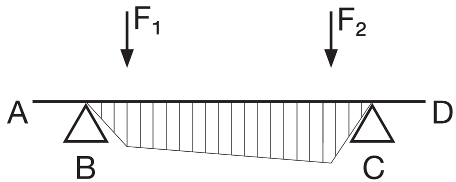
- Troviamo i diagrammi dei momenti flettenti

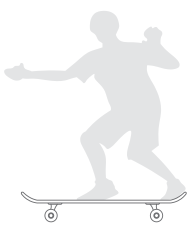
MF_1 = 637,5N · 10cm = 6375Ncm



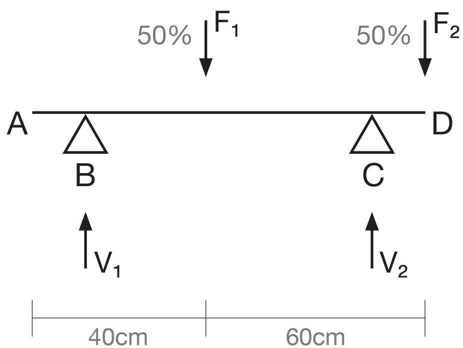
$MF_2 = 862{,}5N \cdot 10\ cm = 8625Ncm$







CASO 2



DATI

- $F_1 = 750N$
- $F_2 = 750N$

- Determiniamo le reazioni vincolari

$R=0 \Rightarrow V_1 - 750N - 7500N + V_2 = 0$

$M=0 \Rightarrow MV_2=0 \Rightarrow (-750N \cdot 30cm) - (750N \cdot 90cm) + (V_2 \cdot 80cm) = 0$

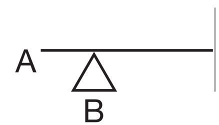
$-22500Ncm - 67500Ncm + V_2 \cdot 80cm = 0$

$V_2 = 90000Ncm / 80cm \Rightarrow V_2 = 1125N$

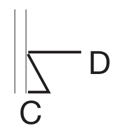
$\Rightarrow V_1 - 1500N + 1125N = 0 \Rightarrow V_1 = 375N$

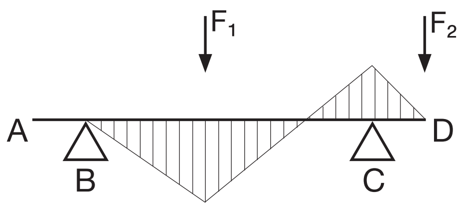
- Troviamo i diagrammi dei momenti flettenti

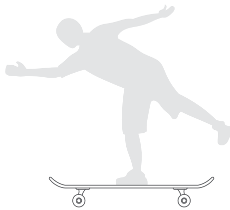
$MF_1 = 375N \cdot 30cm = 11250Ncm$



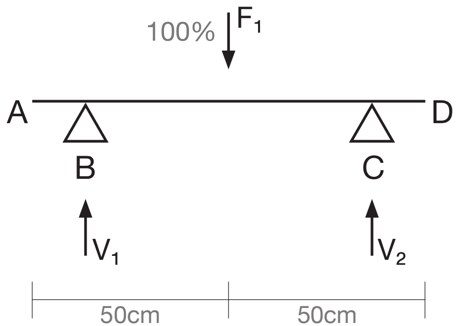
$MV_2 = -750N \cdot 10\ cm = -7500Ncm$







CASO 3



DATI

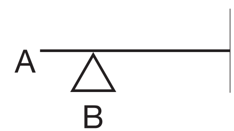
- F_1= 1500N

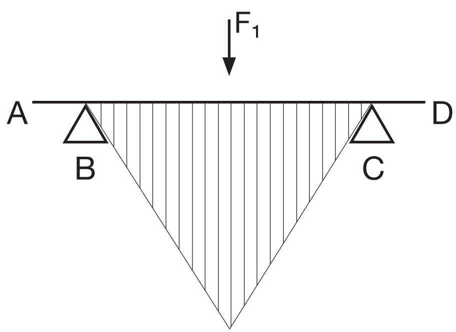
- Determiniamo le reazioni vincolari

$V_1 = V_2 = 750N$

- Troviamo i diagrammi dei momenti flettenti

$MF_1 = 750N \cdot 40cm = 30000Ncm$





Una volta definiti i diagrammi dei momenti nei tre diversi casi richiesti, ipotiziamo un materiale composito composto da una matrice e un rinforzo.

SKIN

Grafite basso modulo (50%) e resina epossidica (50%).
Fibre unidirezionali

FIBRE = 1,78 g/cm^3
RESINA = 1,3 g/cm^3

COMPOSTO = 1,54 g/cm^3

CORE

Poliuretano espanso = 0,02 g/cm^3

Una volta determinati i due componenti, determinino il σ_{amm} che può sopportare il nostro materiale composito.

- Troviamo il $\sigma_{ammissibile}$

$$\sigma_{ammissibile} = V_{fibre} \cdot \sigma_{fibre} + V_{matrice} \cdot \sigma_{matrice} = 0,5 \cdot 3500 + 0,5 \cdot 80 = 1790 \text{ MPa}$$

Ora calcoliamo il σ della tavola dello skate, senza considerare il core in quanto questo non ha un influenza sulle proprietà meccaniche.

$\sigma = M\ y / I_{skin}$

- Troviamo il momento di inerzia dello skin, I_{skin} (metodo intuitivo)

$$I_{skin\ totale} = I_{sandwich} - I_{core}$$

$$I_{sandwich} = b \cdot l^3 / 12 = 250\text{mm} \cdot (1,2\text{mm})^3 / 12 = 250 \cdot 1728 / 12 = 36000 \text{ mm}^4$$

$$I_{core} = b \cdot l^3 / 12 = 250\text{mm} \cdot (10\text{mm})^3 / 12 = 20833 \text{ mm}^4$$

$I_{skin\ totale} = 36000mm^4 - 20833mm^4 = 15167\ mm^4$

$I_{skin} = 15167mm^4\ /\ 2 = 7583{,}5\ mm^4$

- Verifichiamo I_{skin} (calcolandolo con il metodo analitico)

$I_{skin} = M\ y\ /\ \sigma = 250 \cdot 1\ /\ 12 + 250 \cdot 5{,}5 = 7583{,}5\ mm^4$

- Troviamo il σ

$\sigma = M \cdot y\ /\ I_{skin} = 30000Ncm \cdot 0{,}6cm\ /\ 0{,}76cm^4 = 23684N/cm^2 = 23{,}684\ MPa$

Vediamo che il nostro σ è ampiamente inferiore al $\sigma_{ammissibile}$ del nostro materiale (50% fibre, 50% resina). Proviamo quindi ad ipotizzare un nuovo materiale, composto dal 10% di fibre e 90% resina, e ricalcoliamo quale sarebbe il $\sigma_{ammissibile}$ di questo nuovo materiale.

$\sigma_{ammissibile} = V_{fibre} \cdot \sigma_{fibre} + V_{matrice} \cdot \sigma_{matrice} = 0{,}1 \cdot 3500 + 0{,}9 \cdot 80 = 350 + 72 = 422\ MPa$

Da questo vediamo che abbiamo ancora un σ minore a quello ammissibile. Possiamo quindi definire che il nostro skin può essere composto dal 10% di fibre e dal 90% di resina.

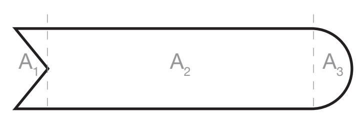
In conclusione, calcoliamo la massa della nostra tavola, considerando però anche il core.

- Peso specifico materiale composito

skin = $1{,}78 \cdot 0{,}1 + 1{,}3 \cdot 0{,}9 = 0{,}178 + 1{,}17 = 1{,}348\ g/cm^3$
core = $0{,}02\ g/cm^3$

- Calcoliamo l'area, quindi il volume e di conseguenza il peso della tavola

A_1 $10 \cdot 25\ /\ 2 = 125\ cm^2$
A_2 $80 \cdot 25 = 2000\ cm^2$
A_3 $r \cdot \pi^2\ /\ 2 = 12{,}5 \cdot 9{,}9\ /\ 2 = 62\ cm^2$

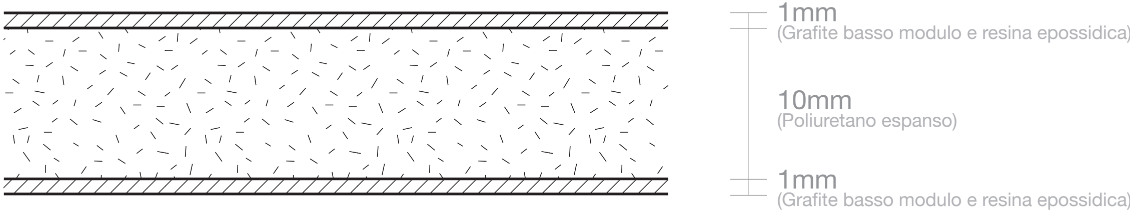


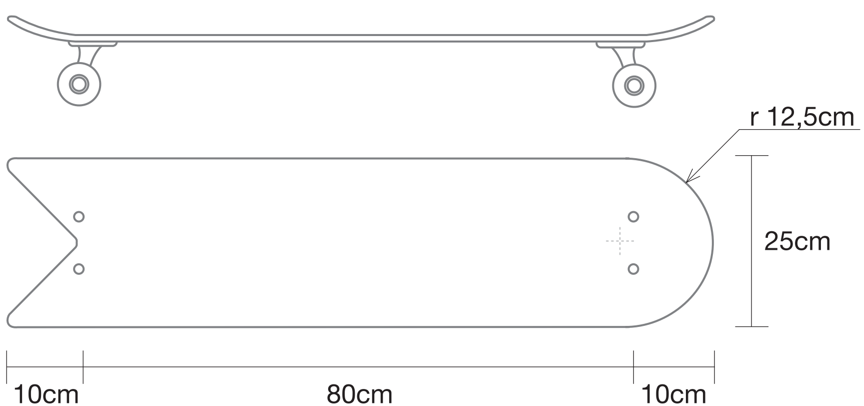
$A_{totale} = 2187cm^3$

$V_{skin} = 2187 \cdot 0{,}2cm = 437{,}4cm^3$
$V_{core} = 2187 \cdot 1cm = 2187cm^3$

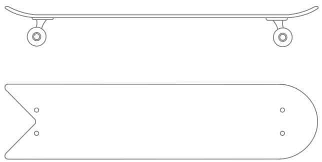
$P_{skin} = 437{,}4cm^3 \cdot 1{,}348g / cm^3 = 590g$
$P_{core} = 2187cm^3 \cdot 0{,}02g / cm^3 = 44g$
$P_{skate} = 634g$

Spessore materiale e dimensionamento skate



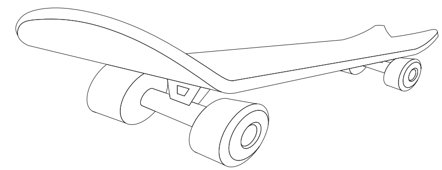


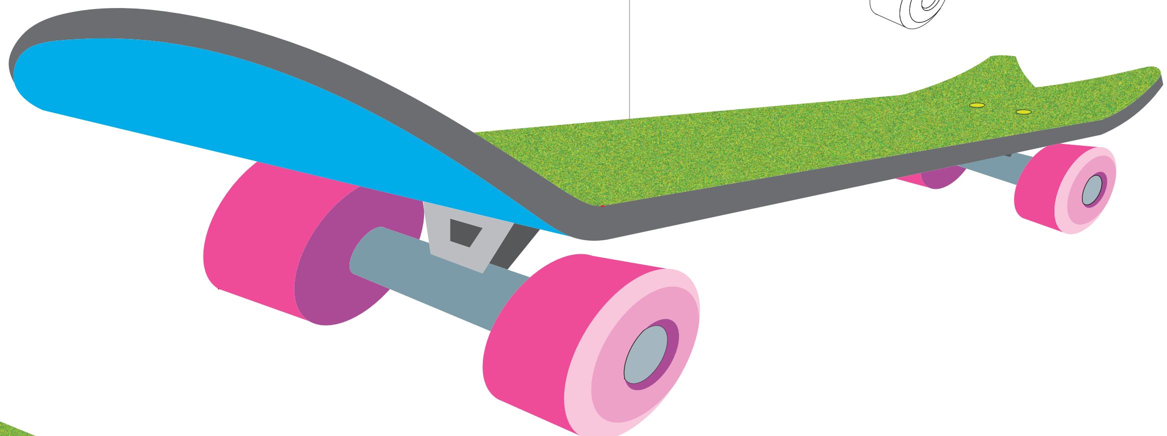
Render skate

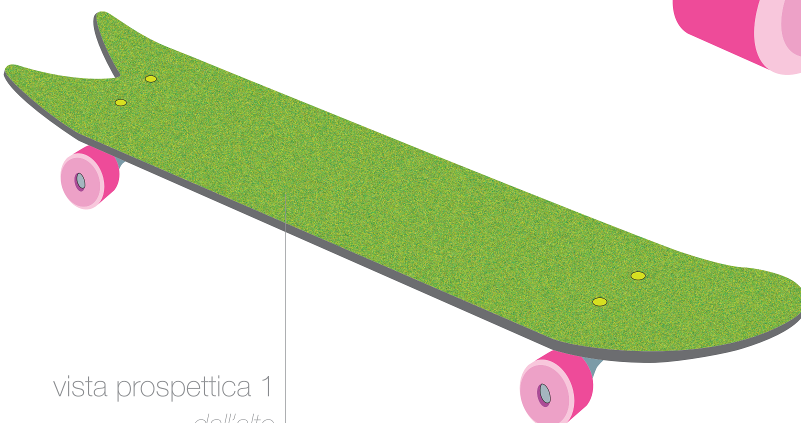


proiezioni ortogonali

vista prospettica 1 - *dal basso*







vista prospettica 1 *dall'alto*

grafica sottostante