ESEMPIO 10.1

Una sfera di rame di 10 cm di diametro mostrata in Figura 10.10, immersa in aria a 25°C, si raffredda da 150°C a una temperatura di 100°C in 30 min. Si determini *a*) la quantità totale di calore trasmesso dalla sfera di rame, *b*) la potenza termica media trasmessa dalla sfera, *c*) il flusso termico medio e *d*) il coefficiente di scambio termico convettivo all'inizio del raffreddamento.

Soluzione Le proprietà termofisiche della maggior parte dei materiali variano con la temperatura. Per tenere conto di questa variazione, quindi, di solito vengono usate le proprietà corrispondenti a una temperatura media. La temperatura media della sfera di rame durante il suo raffreddamento è

$$T_{med} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{150 + 100}{2} = 125°C = 398\,K$$

Il calore specifico del rame a 400 K, riportato in Tabella A.14, è $c_p = 0.393$ kJ/(kg · K). La densità del rame è fornita solo a 20°C e risulta essere $\rho = 8950$ kg/m³. È quindi

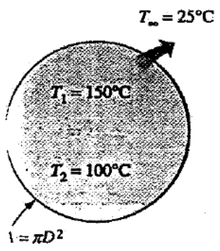

FIGURA 10.10
Schema per l'Esempio 10.1.

ragionevole usare questi valori delle proprietà per il rame, trattandole come costanti.

a) Osservando che la trasmissione di calore costituisce l'unica forma di scambio di energia, il principio di conservazione dell'energia richiede che la quantità di calore trasmesso dalla sfera di rame uguagli la variazione dell'energia interna di quest'ultima,

$$Q = m\,c_p\,(T_2 - T_1)$$

Dove $$m = \rho V = \frac{\pi}{6}\rho D^3 = \frac{\pi}{6} \times 8950 \times 0.1 = 4.69\,\text{kg}$$

Sostituendo,

$$Q = 4.69 \times 0.393 \times (100 - 150) = -92.2\,\text{kJ}$$

Il segno negativo indica che la sfera di rame cede calore. Nello studio della trasmissione di calore, spesso si assume lo scambio termico positivo indicandone chiaramente la direzione. In questo caso si può dire che la quantità di calore Q = 92.2 kJ è ceduta dalla sfera di rame all'ambiente.

b) Normalmente la *potenza* termica trasmessa durante un processo varia nel tempo, allo stesso modo in cui la velocità di un'automobile varia nel tempo nella guida normale. Si può comunque determinare la potenza termica trasmessa *media* dividendo la quantità di calore trasmesso per l'intervallo di tempo, nello stesso modo in cui si può determinare la velocità media di un'automobile dividendo la distanza percorsa per il tempo impiegato a percorrerla. Perciò:

$$\dot{Q}_{med} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{92.2}{1800} = 0.0512 \text{ kJ/s} = 51.2 \text{ W}$$

c) Si definisce *flusso termico* lo scambio termico riferito all'unità di tempo e alla superficie di area unitaria ovvero la potenza termica per una superficie di area unitaria. In questo caso, il flusso termico medio risulta:

$$\dot{q}_{med} = \frac{\dot{Q}_{med}}{A} = \frac{51.2}{0.0314} = 1631 \text{ W/m}^2$$

essendo

$$A = \pi D^2 = \pi (0.1)^2 = 0.0314 \text{ m}^2$$

Si noti che il flusso termico può variare con la posizione sulla superficie e che, quindi, il valore calcolato rappresenta il flusso termico *medio* sull'intera superficie della palla.

d) La legge di Newton per lo scambio termico convettivo è:

$$\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty)$$

Trascurando qualunque scambio termico per irraggiamento e quindi assumendo che l'intera perdita di calore della palla abbia luogo per convezione, il coefficiente di scambio termico convettivo all'inizio del raffreddamento è:

$$h = \frac{\dot{Q}}{A(T_1 - T_\infty)} = \frac{51.2 \text{ W}}{0.0314 \times (150 - 25)} = 13 \text{ W/(m}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}$$

Il coefficiente di scambio termico convettivo alla *fine* del raffreddamento, usando 100°C per la temperatura superficiale anziché 150°C, è 21.7 W/(m² · °C). La precisione di questi valori dipende dall'approssimazione di flusso termico costante.

ESEMPIO 10.5

Si consideri una parete alta 3 m, larga 5 m e spessa 0.3 m, di conducibilità termica $\lambda = 0.9$ W/(m · °C) (Figura 10.34). Le temperature delle superfici interna ed esterna della parete, misurate in un certo giorno, risultano essere 16°C e 2°C, rispettivamente. Si determini la potenza termica dissipata attraverso la parete.

Soluzione Si ipotizza che le temperature delle superfici della parete rimangano costanti sufficientemente a lungo in modo da considerare la trasmissione di calore stazionaria. Si assume inoltre monodimensionale la trasmissione di calore attraverso la parete, dal momento che solo in direzione normale alla parete si avrà un gradiente termico significativo.

Tenendo presente che la trasmissione di calore attraverso la parete avviene per conduzione e che l'area della superficie della parete è $A = 3\text{ m} \times 5\text{ m} = 15\text{ m}^2$, la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la parete calcolata con l'Equazione10.4 è:

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{L} = 0.9 \times 15 \times \frac{16 - 2}{0.3} = 630\text{ W}$$

Lo stesso valore di potenza termica stazionaria trasmessa si ottiene utilizzando la resistenza termica:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{\text{parete}}}{R_{\text{parete}}}$$

dove $$R_{\text{parete}} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.3}{0.9 \times 15} = 0.02222\text{°C/W}$$

Sostituendo, si ottiene:

$$\dot{Q} = \frac{16 - 2}{0.02222} = 630\text{ W}$$

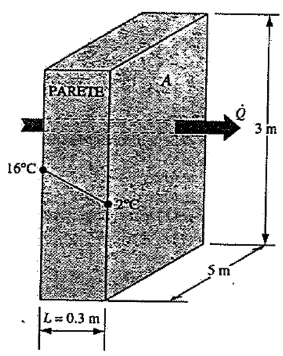

FIGURA 10.34
Schema per l'Esempio 10.5.

ESEMPIO 10.6

Si consideri una finestra vetrata delle dimensioni 0.8 m × 1.5 m e dello spessore di 8 mm, caratterizzata da una conducibilità termica $\lambda = 0.78$ W/(m · °C). Si determinino la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra e la temperatura della superficie interna della finestra in un giorno durante il quale l'ambiente interno è mantenuto a 20°C mentre la temperatura esterna è di −10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici interna ed esterna della finestra $h_1 = 10$ W/(m²· °C) e $h_2 = 40$ W/(m²· °C), includendo in essi gli effetti della radiazione.

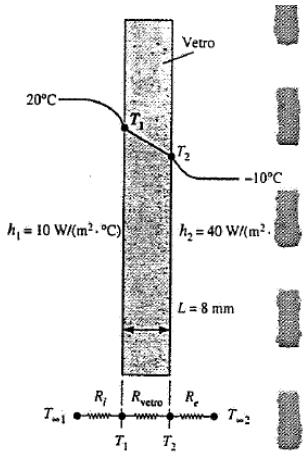

FIGURA 10.35
Schema per l'Esempio 10.6

Soluzione Si ipotizza che le temperature interna ed esterna rimangano costanti per un tempo sufficientemente lungo tanto da poter considerare stazionaria la trasmissione di calore attraverso il vetro della finestra. Si assume inoltre monodimensionale la trasmissione di calore attraverso la finestra, dal momento che solo in direzione normale alla parete si avrà un gradiente termico significativo.

Questo problema, che comprende la conduzione termica attraverso il vetro della finestra e la convezione termica in corrispondenza delle sue superfici esterna e interna, può essere convenientemente trattato facendo uso del concetto di resistenza termica, come mostrato in Figura 10.35. Tenendo presente che l'area della superficie della finestra è $A_s = 0.8 \times 1.5 = 1.2$ m², le singole resistenze sono:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{10 \times 1.2} = 0.08333 °C/W$$

$$R_{vetro} = \frac{L}{\lambda A} = \frac{0.008}{0.78 \times 1.2} = 0.00855 °C/W$$

$$R_e = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{40 \times 1.2} = 0.02083 °C/W$$

Tenendo presente che le tre resistenze sono in serie, la resistenza termica totale risulta essere:

$$\begin{aligned} R_{totale} &= R_{conv,1} + R_{vetro} + R_{conv,2} = 0.08333 + 0.00855 + 0.02083 \\ &= 0.1127 °C/W \end{aligned}$$

La potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra è:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{totale}} = \frac{20 - (-10)}{0.1127} = 266 \text{ W}$$

Conoscendo la potenza termica, la temperatura superficiale interna del vetro della finestra è:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{conv,1}} \rightarrow T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q} R_{conv,1}$$

$$= 20°C - (266 \times 0.08333) = -2.2°C$$

ESEMPIO 10.7

Si consideri una finestra, alta 0.8 m e larga 1.5 m, costituita da due strati di vetro dello spessore di 4 mm [$\lambda = 0.78$ W/(m · °C)] separati da un'intercapedine di aria ferma spessa 10 mm [$\lambda = 0.026$ W/(m · °C)]. Si determinino la potenza termica stazionaria trasmessa attraverso questa finestra a doppio vetro e la temperatura della sua superficie interna per un giorno durante il quale la temperatura dell'ambiente viene mantenuta a 20°C mentre la temperatura esterna è di −10°C. Si assumano quali coefficienti di scambio termico sulle superfici interna ed esterna della finestra $h_1 = 10$ W/(m²· °C) e $h_2 = 40$ W/(m²· °C), includendo in essi gli effetti della radiazione.

Soluzione Questo problema è identico al precedente, eccetto che il vetro singolo da 8 mm di spessore è sostituito da due vetri da 4 mm di spessore ciascuno, che racchiudono un'intercapedine di aria ferma, dello spessore di 10 mm. La resistenza termica comprenderà in questo caso due resistenze conduttive addizionali corrispondenti ai due strati addizionali, come mostrato in Figura 10.36. Tenendo presente che l'area della superficie della finestra è $A = 0.8 \times 1.5 = 1.2$ m², le singole resistenze sono:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{10 \times 1.2} = 0.08333°C/W$$

$$R_1 = R_3 = R_{vetro} = \frac{L_1}{\lambda_1 A} = \frac{0.004}{0.78 \times 1.2} = 0.00427°C/W$$

$$R_2 = R_{aria} = \frac{L_2}{\lambda_2 A} = \frac{0.01}{0.026 \times 1.2} = 0.3205°C/W$$

$$R_e = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{40 \times 1.2} = 0.02083°C/W$$

Osservando che tutte le resistenze sono in serie, la resistenza totale risulta essere:

$$\begin{aligned} R_{totale} &= R_{conv,1} + R_{vetro,1} + R_{aria} + R_{vetro,2} + R_{conv,2} \\ &= 0.08333 + 0.00427 + 0.3205 + 0.00427 + 0.02083 \\ &= 0.4332°C/W \end{aligned}$$

La potenza termica stazionaria trasmessa attraverso la finestra è:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{totale}} = \frac{20 - (-10)}{0.4332} = 69.2 \text{ W}$$

che corrisponde a circa un quarto del risultato ottenuto nell'esempio precedente. Questo spiega il largo uso di finestre a doppio e anche a triplo vetro nei climi freddi. La drastica riduzione della potenza termica trasmessa in questo caso è dovuta all'elevata resistenza termica dello strato di aria tra i vetri. In realtà, la resistenza termica dello strato d'aria sarà minore di quella ipotizzata a causa delle correnti convettive naturali che si hanno nell'intercapedine d'aria.

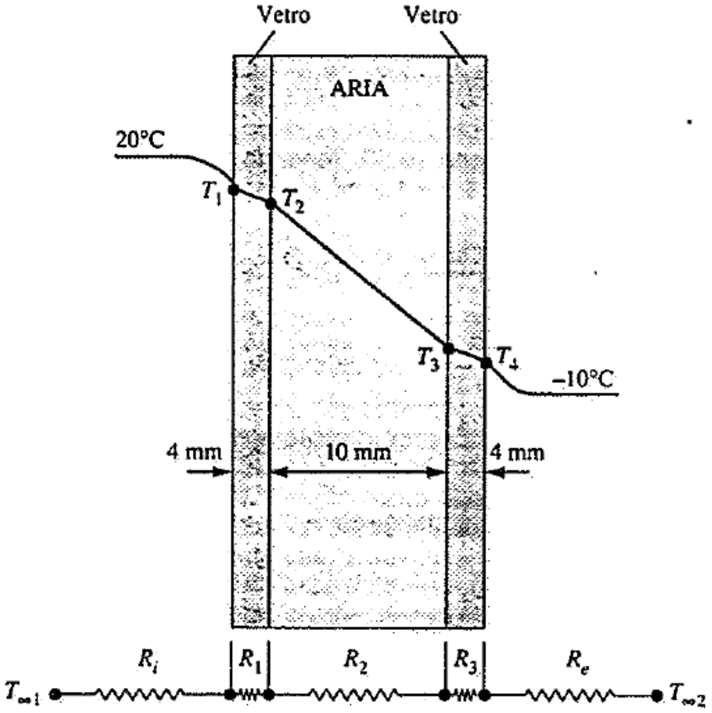

FIGURA 10.36
Schema per l'Esempio 10.7.