# Secondo parziale di Geometria e Algebra (Meccanica) 19-12-2011-A

**1)** a) Determinare l'equazione della sfera che ha il centro in $C \equiv (1,1,1)$ e che interseca il piano $\pi \equiv 2x+3y+6z+17=0$ in una circonferenza di raggio 3.

b) Determinare l'equazione del cilindro che proietta la conica $\mathcal{C} \equiv 2y^2-4y+x=0$ del piano $xy$ parallelamente al vettore $\mathbf{v}=(3,-2,1)$.

c) Ridurre a forma canonica e studiare (tracciandone il grafico) la conica $\mathcal{C}$ del punto b).

**2)** Sia $A = \begin{pmatrix} 4 & 10 & \alpha \\ 0 & 9 & -1 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$.

Determinare gli eventuali valori di $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ per i quali $A$ è diagonalizzabile.

**3)** Trovare il tensore $T$ il tensore in $\mathbf{R}^2$ sapendo che $T(1,-2)=(1,-1)$ e che $\mathbf{v}=(1,-3)$ è un autovettore di $T$ associato all'autovalore $\lambda=2$.

**4)** Sia $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ($A$ è simmetrica).

a) Diagonalizzare $A$ con una matrice ortogonale $U$.

b) Determinare la decomposizione spettrale del tensore $T$ associato ad $A$ rispetto alla base canonica di $\mathbf{R}^3$.

c) Trovare gli eventuali valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali il tensore $T$ (del punto b) risulta ortogonale a $\mathbf{v} \otimes \mathbf{w}$, dove $\mathbf{v}=(1,-\alpha,1), \mathbf{w}=(1,1,1)$.

d) Determinare il tensore emisimmetrico $E(x,y,z)$ di vettore assiale $\mathbf{w}=T(,1,1,1)$.

N.B. Tutti i passaggi devono essere opportunamente giustificati.