

Problema 17

Un punto P è sottoposto ad una forza $F_1=34.0$ N lungo il verso negativo dell'asse y ed una forza $F_2=25.0$ N che giace nel secondo quadrante e forma un angolo $\alpha = 30.0^\circ$ con l'asse y . Calcolare modulo, direzione e verso della forza F_3 che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio.

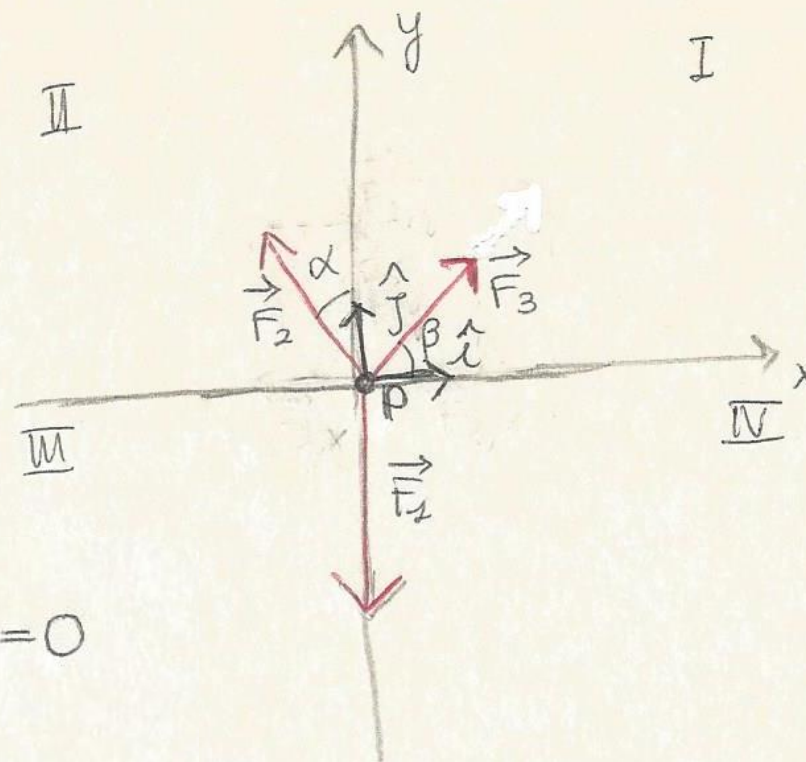
Prob (17)

$$|\vec{F}_1| = 34.0 \text{ N}$$

$$|\vec{F}_2| = 25.0 \text{ N}$$

? $|\vec{F}_3|$, dirizz. e verso
per mantenere P
in equilibrio

affinchè P sia in
equilibrio $\rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$



$$\vec{F}_1 = -|\vec{F}_1| \hat{j}$$

$$\vec{F}_2 = -|\vec{F}_2| \sin \alpha \cdot \hat{i} + |\vec{F}_2| \cos \alpha \cdot \hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = F_{3,x} \hat{i} + F_{3,y} \hat{j}$$

$$(-|\vec{F}_2| \sin \alpha + F_{3,x}) \hat{i} + (-|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| \cos \alpha + F_{3,y}) \hat{j} = 0$$

lungo l'asse x $-|\vec{F}_2| \sin \alpha + F_{3,x} = 0 \rightarrow \begin{cases} F_{3,x} = |\vec{F}_2| \sin \alpha \\ F_{3,y} = |\vec{F}_1| - |\vec{F}_2| \cos \alpha \end{cases}$

lungo l'asse y $-|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| \cos \alpha + F_{3,y} = 0$

$$F_{3,x} = 25,0 \text{ N} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\frac{1}{2}} = 12,5 \text{ N}$$

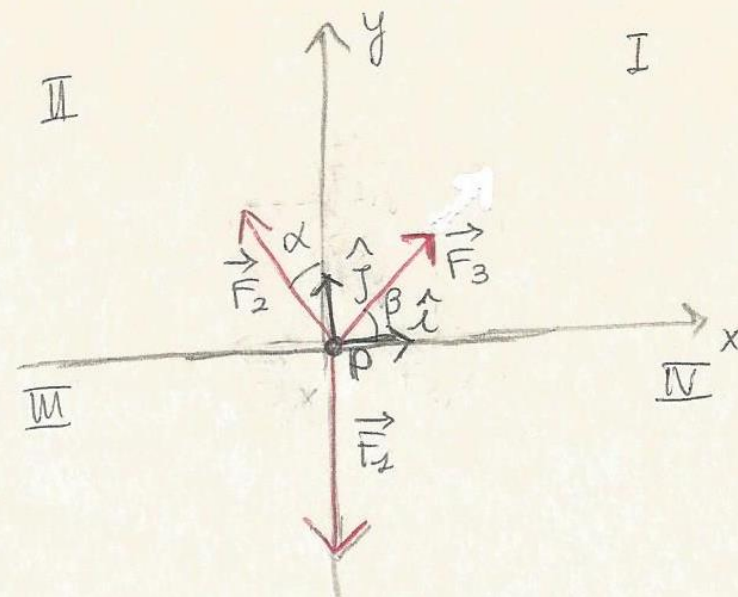
$$F_{3,y} = (34,0 - 25,0 \cdot \frac{\cos 30^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}}) \text{ N} = 12,4 \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = 12,5 \hat{i} + 12,4 \hat{j} \quad \left| \quad \tan \beta = \frac{F_{3,y}}{F_{3,x}} = \frac{12,4}{12,5} = 0,992 \right.$$

$$F_{3,x} = |\vec{F}_3| \cos \beta$$

$$|\vec{F}_3| = \frac{F_{3,x}}{\cos \beta} = \frac{12,5}{\cos(44,8^\circ)} = 17,6 \text{ N}$$

$$\cot \beta(0,992) = 44,8 \quad \beta = 44,8^\circ$$



Problema 18

Una sfera metallica di massa $m=50.0$ g cade da un'altezza $h=20.0$ m sopra uno strato di sabbia, nel quale penetra per un tratto $L=30.0$ cm prima di fermarsi.

- (a) Se il moto della sferetta può assumersi come uniformemente decelerato, quanto vale l'intensità della forza frenante dovuta alla sabbia?
- (b) Esprimere tale valore in kg_p .

Prob (48)

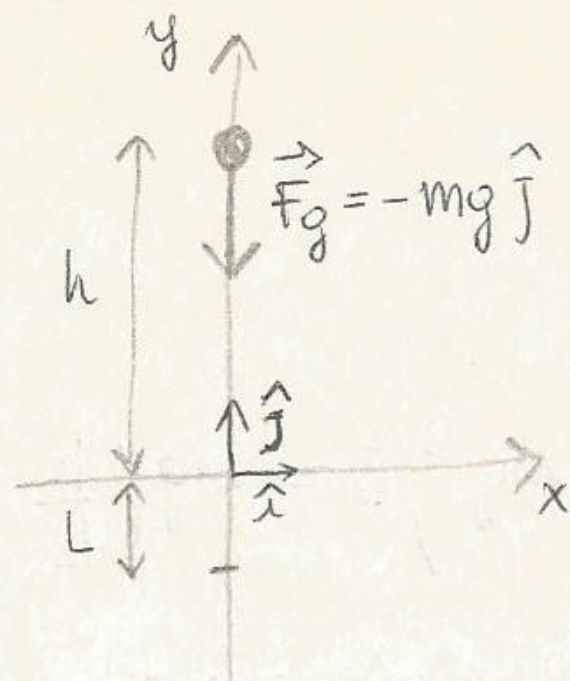
$$m = 50,0 \text{ g}$$

$$h = 20,0 \text{ m}$$

$$L = 30,0 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

? $|\vec{F}_s|$ = forza frenante
della sabbia

1° MOTO



1° MOTO $\rightarrow$ caduta libera (1D)

$$\vec{F}_g = -mg \cdot \hat{j}$$

trovo la v della sfera al tempo τ in cui tocca la sabbia. Sarà la v_{in} da inserire nella legge oraria del 2° MOTO.

$$\begin{cases} y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + a t \end{cases}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \\ v(t) = -g t \end{cases}$$

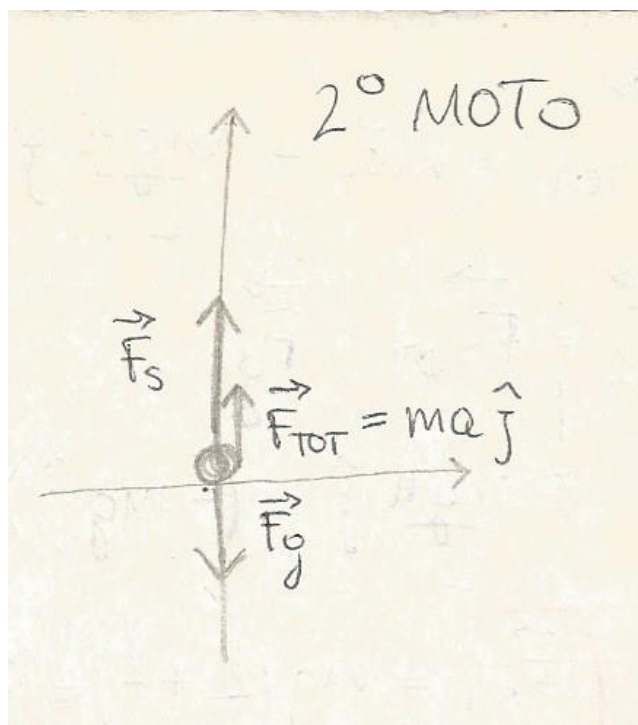
C. I.

$$y_0 = h$$

$$v_0 = 0$$

$$a = -g$$

$$\text{a } t = \tau \quad \begin{cases} y(\tau) = 0 = h - \frac{1}{2} g \tau^2 \longrightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v(\tau) = v_{in} = -g \tau \longrightarrow \boxed{v_{in} = -\sqrt{2hg}} \end{cases}$$



2° MOTO $\rightarrow$ decelerazione nella sabbia

Devo trovare $\vec{F}_{TOT} = ma \hat{j}$, e quindi "a"

C.I. $y_0 = 0$
 $v_0 = -v_{in}$

$$\begin{cases} y(t) = 0 - v_{in}t + \frac{1}{2}at^2 \\ v(t) = -v_{in} + at \end{cases}$$

a $t = \tau'$ la sfera si ferma a $y = -L$

$$y(\tau') = -L = -v_{in}\tau' + \frac{1}{2}a\tau'^2 \rightarrow -L = -\frac{v_{in}^2}{a} + \frac{1}{2}a\frac{v_{in}^2}{a^2} = -\frac{v_{in}^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{v_{in}^2}{a}$$

$$v(\tau') = 0 = -v_{in} + a\tau' \rightarrow \tau' = \frac{v_{in}}{a}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{v_{in}^2}{a} \quad \text{dato che } v_{in} = -\sqrt{2hg}$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{2hg}{a} = -\frac{hg}{a}$$

$$\boxed{a = +\frac{hg}{L}}$$

$$\vec{F}_{TOT} = m\vec{a} = \frac{mgh}{L} \hat{j}$$

$$\vec{F}_s = \vec{F}_{TOT} - \vec{F}_g$$

$$= \frac{mgh}{L} \hat{j} - (-mg \hat{j}) = \left(\frac{mgh}{L} + mg \right) \hat{j} = mg \left(\frac{h}{L} + 1 \right) \hat{j}$$

$$|\vec{F}_s| = mg \left(\frac{h}{L} + 1 \right) = 0,05 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left(\frac{20,0 \text{ m}}{0,3 \text{ m}} + 1 \right) = 33,2 \text{ N}$$

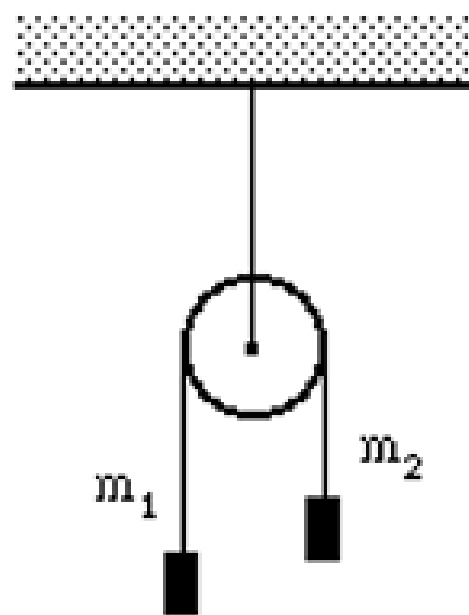
$$b) F_s = \frac{33,2 \text{ N}}{9,81} = 3,38 \text{ kg}_p$$

(b) Esprimere tale valore in kg_p .

Problema 19

Considerare il dispositivo rappresentato in figura, dove si assume che la puleggia abbia massa trascurabile, che non vi sia nessuna forma di attrito e che la fune sia di massa trascurabile, inestensibile e perfettamente flessibile, calcolare:

- (a) le accelerazioni dei corpi di massa $m_1=1.00\text{ kg}$ e $m_2=500\text{ g}$;
- (b) le tensioni delle due funi.



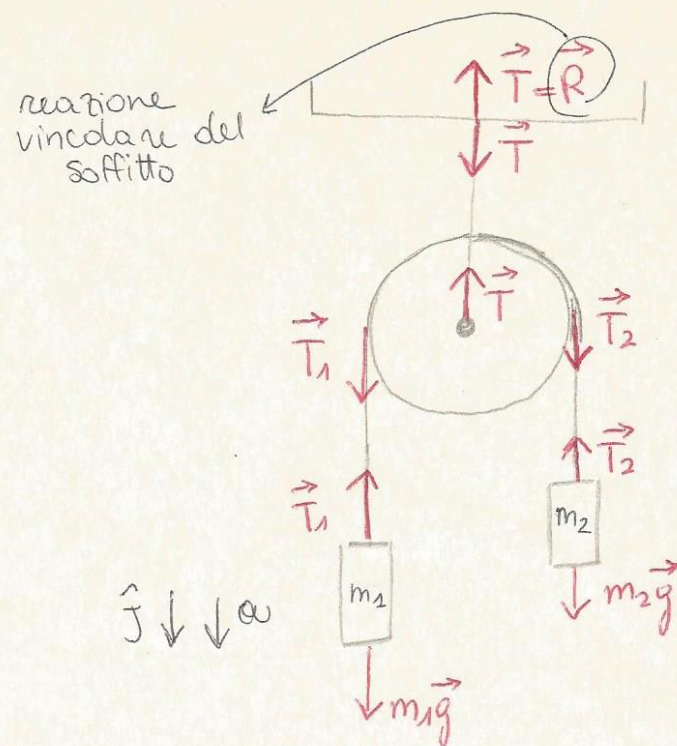
Prob (19)

Macchina di Atwood

- m puleggia trascurabile
- NO ATTRITO
- m fune trascurabile
- fune inestensibile e flessibile

a) $\vec{a}_1$ di $m_1 = 1,00\text{ kg}$

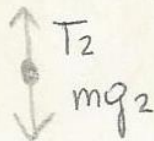
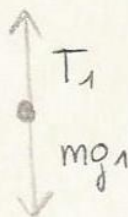
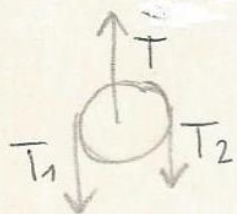
$\vec{a}_2$ di $m_2 = 500\text{ g} = 0,5\text{ kg}$



La reazione vincolare esercitata da una fune che tiene sospeso un corpo si chiama tensione lineare $\vec{T}$.

Lineare perchè è una forza che si sviluppa all'interno di funi, fili, corde, cavi, ossia in mezzi la cui dimensione lineare è predominante rispetto alla sezione.

Diagrammi di corpo libero



eq del moto

$$\begin{cases} T = T_1 + T_2 = 0 \quad (\text{puleggia fissa}) \\ T - T_1 - T_2 = 0 \\ m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \\ m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$$

condizione cinematica

$a_1 = a_2 = a$ perché la fune è inestensibile

$$T_1 = T_2$$

eq del moto

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1 & (1) \\ m_2 a = -m_2 g + T_1 & (2) \\ 2T_1 = T & (3) \end{cases}$$

① + ②

$$(m_1 + m_2) a = (m_1 - m_2) g$$

$$\boxed{a = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} g = \left(\frac{1 - 0,5}{1 + 0,5} \right) 9,81 = 3,26 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\vec{a}_1 = 3,26 \hat{j}$$

$$\vec{a}_2 = -3,26 \hat{j}$$

b) tensione delle 2 funi $\rightarrow$



$$\textcircled{2} \quad T_1 = m_2 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) g + m_2 g$$

$$= g m_2 \frac{[(m_1 - m_2) + (m_1 + m_2)]}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 g m_2 m_1}{m_1 + m_2} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{1 \cdot 0,5}{1,5} \right) \text{kg} = 6,54 \text{ N}$$

$$T = 2 T_1 = 13,1 \text{ N}$$

Problema 20

Un corpo di massa $m=1.00$ kg è sospeso mediante un cavo di raggio $R=2.00$ mm, lungo $L=1.00$ m, di densità $\rho=5.00$ g/cm³.

- (a) Determinare la tensione della fune in funzione della posizione lungo la fune stessa.
- (b) Calcolare la reazione che deve esercitare il piano che sostiene la struttura

Prob. (20)

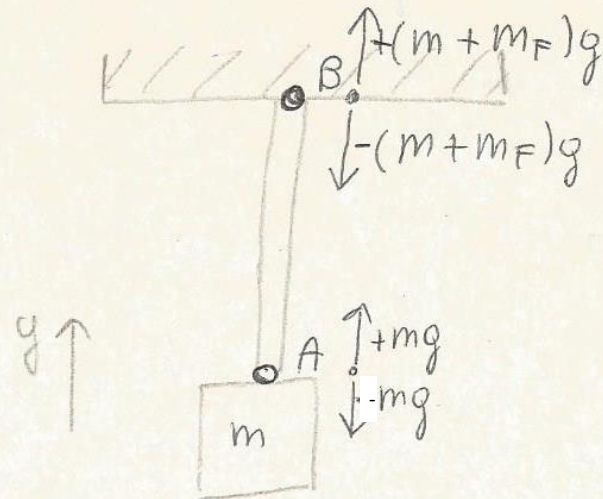
$$m = 1,00 \text{ kg}$$

cavo

$$R = 2,00 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$L = 1 \text{ m}$$

$$\rho = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 5 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



a) $T(y)$?

CASO FILO INESTENSIBILE CON MASSA NON TRASCURABILE

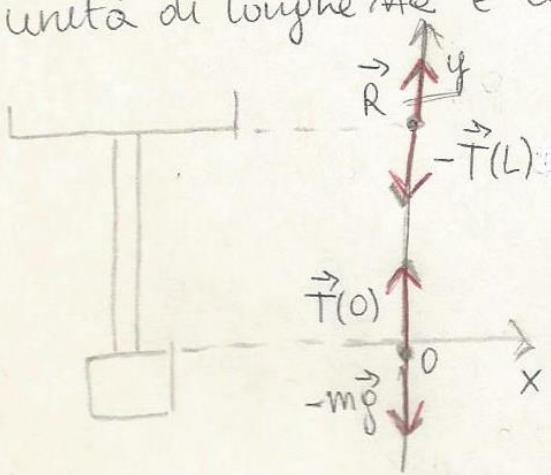
- Punto di aggancio $\rightarrow$ deve essere bilanciata la forza peso del corpo (m_1)
CORPO - FILO
- Punto di aggancio $\rightarrow$ deve essere bilanciata la forza peso del corpo (m_1) e del filo (m_F)
FILO - SOFFITTO

T è max in B e min in A

T varia linearmente lungo il filo dato che la m_F è ugualmente distribuita lungo il filo e quindi m per unità di lunghezza è costante

al punto lungo y

unità di lunghezza l e g



eq del moto lungo y

in $y=0$: $T=mg$ ($T-mg=0$)

in $y=L$: $-T = -(m+m_F)g$
 $T = (m+m_F)g$

$-T+R=0$

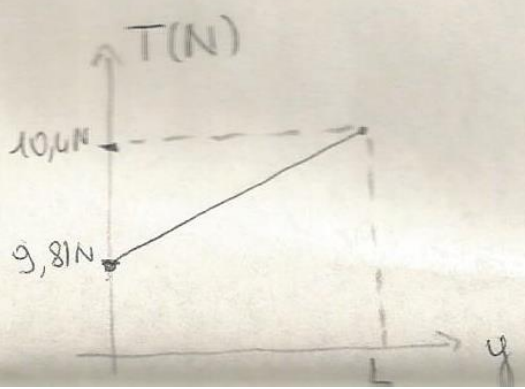
$-T+(m+m_F)g=0$

In generale $T = (m+m_{F,y})g$
 dove $m_{F,y} = \rho \pi R^2 y$

la $T(y) = mg + \rho \pi R^2 y g$ $y \in [0, L]$
 $= g(m + \rho \pi R^2 y)$

$T(0) = mg = 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 1,00 kg = 9,81 N$

$T(L) = g(m + \rho \pi R^2 L) = 9,81 \frac{m}{s^2} (1,00 kg + 5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1m)$
 $= 10,4 N$

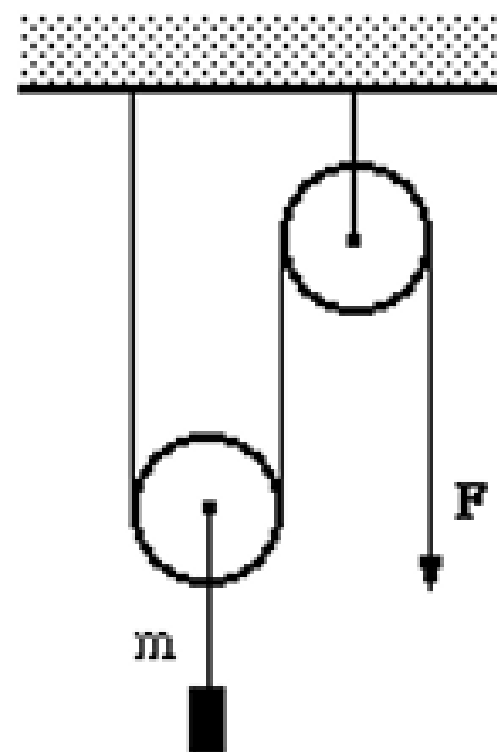


b) $R = (m + m_F)g = 10,4 N$

Problema 21

Nel sistema rappresentato in figura, sia $m=10.0$ kg. Sia assunta trascurabile ogni forma di attrito, pulegge di massa trascurabile e una fune flessibile, inestensibile, di massa 10 g.

- (a) Determinare la forza F che deve essere applicata affinché il sistema sia in equilibrio.
- (b) Che tipo di equilibrio si tratta?
- (c) Si rimpiazzì la forza con una massa m . Calcolare le accelerazioni e la tensione della fune.



Nel sistema rappresentato in figura, sia $m=10.0$ kg. Sia assunta trascurabile ogni forma di attrito, pulegge di massa trascurabile e una fune flessibile, inestensibile, di massa 10 g.

(a) Determinare la forza F che deve essere applicata affinché il sistema sia in equilibrio.

CARRUCOLA MOBILE

$$m = 10,0 \text{ kg}$$

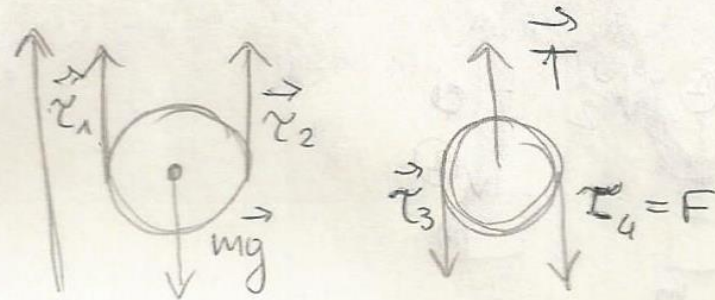
attrito trascurabile

fune flessibile, inestensibile

$$m_F = 10 \text{ g} = 10^{-2} \text{ kg}$$

? $\vec{F}$ affinché il sistema sia in equilibrio a)

Diagramma corpo libero



Trascurare la massa delle corde ($10^{-2} \text{ kg} \ll 10 \text{ kg}$)

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = F = \tau$$

equazione del moto (condizione di equilibrio)

$$\begin{cases} mg = 2\tau \rightarrow \tau = \frac{mg}{2} = \frac{10 \cdot 9,81}{2} = 49,1 \text{ N} = F \\ T = 2\tau \end{cases}$$

per perturbazione

$$2T = 2\tau$$

b) Equilibrio indifferente $\rightarrow$ Per ogni piccola perturbazione assume una nuova posizione

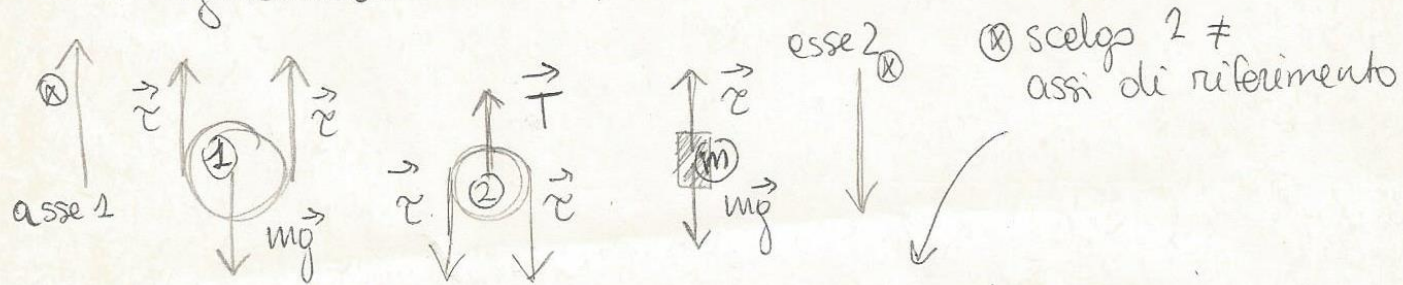
($\neq$ equilibrio stabile o instabile)



(b) Che tipo di equilibrio si tratta?

(c) Si rimpiazza la forza con una massa m . Calcolare le accelerazioni e la tensione della fune.

c) Diagramma di corpo libero



Se la carrucola (1) sale con acc. a_1 , $\Rightarrow$ la massa (m) scende con acc. a_2

equazioni del moto

A $ma_1 = 2\tau - mg$ moto asse 1

B $T = 2\tau$ puleggie asse

C $ma_2 = mg - \tau$ moto asse 2

C $2a_1 = a_2$

perché il filo è inestensibile.
se m_2 scende di d , m_1 sale di $d/2$, quindi a_2 sarà doppia

