Problema 1 *(Fattori di ragguaglio)*

Calcolare i fattori di ragguaglio nelle seguenti espressioni come da esempio

Es: $1\frac{mm}{s} = x\frac{cm}{h} \Rightarrow 1\frac{mm}{s} = \frac{10^{-1}}{1/3600}\frac{cm}{h} \Rightarrow 1\frac{mm}{s} = 360\frac{cm}{h}$

- $1\frac{m}{s} = x\frac{km}{h}$ N.B. h indica ore ed s secondi
- $1\frac{m^3}{h} = x\frac{cm^3}{s}$
- $1N = x\frac{g \cdot cm}{s^2}$ N.B. N indica Newton ed $1N = 1\frac{kg \cdot m}{s^2}$
- Velocità angolare $\frac{1\, rad}{s} = x\frac{giri}{min}$

- $1\frac{m}{s} = x\frac{km}{h}$ N.B. h indica ore ed s secondi

$$1\frac{m}{s} = \frac{10^{-3}\,km}{\frac{1}{3600}\,h} = 10^{-3}\cdot 3{,}6\cdot 10^{3}\frac{km}{h} = 3{,}6\,\frac{km}{h}$$

- $1\frac{m^3}{h} = x\frac{cm^3}{s}$

$$1\frac{m^3}{h} = \frac{(10^2)^3\,cm^3}{3600\,s} = 277{,}78\,\frac{cm^3}{s}$$

- $1N = x\frac{g\cdot cm}{s^2}$ N.B. N indica Newton ed $1N = 1\frac{kg\cdot m}{s^2}$

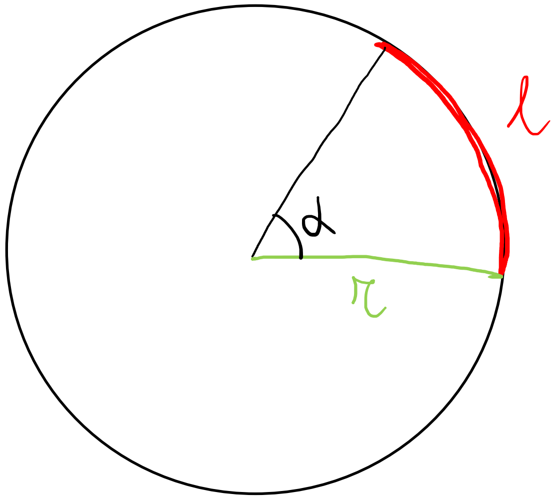
$$1N = 1\frac{kg\,m}{s^2} = \frac{10^3 g\cdot 10^2 cm}{s^2} = 10^5\,\frac{g\,cm}{s^2}$$

- Velocità angolare $\frac{1\,rad}{s} = x\frac{giri}{min}$

$$1\,giro = 2\pi\,rad \rightarrow rad = \frac{1\,giro}{2\pi}$$

$$1\frac{rad}{s} = \frac{1\,giro}{\cancel{2}\pi}\cdot\frac{\cancel{60}^{30}}{min} = \frac{30}{\pi}\,\frac{giri}{min}$$

RIPASSO RADIANTI



l = lunghezza arco

r = raggio

$$\alpha^{rad} = \frac{l}{r} \qquad \frac{[L]}{[L]} \to \text{grandezza adimensionale}$$

Come passare da α^{rad} a $\alpha^{(o)}$?

- un cerchio intero corrisponde a un angolo di: $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad}$
- un angolo giro in gradi sessagesimali vale: $360°$

$$\boxed{\alpha^{(o)} : \alpha^{rad} = 360° : 2\pi}$$

$$\alpha^{(o)} = \frac{\alpha^{rad} \cdot 360}{2\pi}$$

$$\alpha^{rad} = \frac{\alpha^{(o)} \cdot 2\pi}{360}$$

Problema 2 *(Calcolo dimensionale)*

Calcolare i coefficienti incogniti nelle equazioni dimensionali corrispondenti alle formule seguenti, come da esempio

Es: $s = \frac{1}{2}at^2$ $\qquad [s] = [L]^\alpha [T]^\beta \Rightarrow [s] = [a]\cdot[t^2] = \left[\frac{L}{T^2}\right]^1 [T]^2 = [L]^1 [T]^{2-2}$

$\Rightarrow \alpha = 1; \beta = 0$

- $F = m \cdot a$ $\qquad [F] = [L]^\alpha [T]^\beta [M]^\gamma$
- $T_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$ $\qquad [T_{cin}] = [L]^\alpha [T]^\beta [M]^\gamma$
- $E = mgh$ $\qquad [E] = [L]^\alpha [T]^\beta [M]^\gamma$

$$F = m \cdot a \qquad [F] = [L]^{\alpha}[T]^{\beta}[M]^{\gamma}$$

$$[F] = [m] \cdot [a] = [M]\left[\frac{L}{T^2}\right] = [L]^1 [T]^{-2} [M]^1$$

$\alpha = 1$
$\beta = -2$
$\gamma = 1$

$$T_{cin} = \frac{1}{2} m v^2 \qquad [T_{cin}] = [L]^{\alpha}[T]^{\beta}[M]^{\gamma}$$

$$[T] = [m] \cdot [v]^2 = [M]\left[\frac{L}{T}\right]^2$$

$$= [M]^1 [L]^2 [T]^{-2}$$

$\alpha = 2$
$\beta = -2$ $\quad \gamma = 1$

$$E = mgh \qquad [E] = [L]^{\alpha}[T]^{\beta}[M]^{\gamma}$$

$$[E] = [m][g][h]$$

$$= [M]\left[\frac{L}{T^2}\right][L] = [M]^1 \cdot [L]^2 \cdot [T]^{-2}$$

$\alpha = 2$
$\beta = -2$
$\gamma = 1$

$$J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

Problema 3 *(Calcoli con quantità dimensionali)*

Verificare la correttezza dimensionale delle seguenti espressioni algebriche, coinvolgenti quantità dimensionali e, ove possibile, calcolare il risultato, esprimendolo nelle unità proposte.

Es: $3.6\frac{km}{h}+50\frac{cm}{s}=x\frac{m}{s} \Rightarrow 3.6\frac{1000}{3600}\frac{m}{s}+50\frac{10^{-2}}{1}\frac{m}{s}=1\frac{m}{s}+0.5\frac{m}{s}=1.5\frac{m}{s}$

- $25\frac{litri}{h}-30\frac{cm^3}{s}=x\frac{m^3}{h}$
- $7\frac{m}{s}+\frac{5m^3}{25cm^2}=x\frac{cm}{s}$
- $25\frac{cm}{s^2}+\frac{5N}{3kg}=x\frac{m}{s^2}$ N.B. N indica Newton

$$25\frac{litri}{h} - 30\frac{cm^3}{s} = x\frac{m^3}{h}$$

- $25\frac{lt}{h} = 25\frac{dm^3}{h} = 25\cdot 10^{-3}\frac{m^3}{h}$
- $30\frac{cm^3}{s} = \frac{30\cdot 10^{-6}}{1/3600\,h} m^3 = 108\cdot 10^{-3}\frac{m^3}{h}$

$$25\cdot 10^{-3}\frac{m^3}{h} - 108\cdot 10^{-3}\frac{m^3}{h} = -83\cdot 10^{-3}\frac{m^3}{h}$$

$$7\frac{m}{s} + \frac{5m^3}{25cm^2} = x\frac{cm}{s} \quad \times$$

$$\frac{L}{T} \qquad \frac{L^3}{L^2} = L$$

espressione non corretta dimensionalmente

$$25\frac{cm}{s^2} + \frac{5N}{3kg} = x\frac{m}{s^2}$$

N.B. N indica Newton

$$N = 1\frac{kg\,m}{s^2}$$

$$25\frac{cm}{s^2} = 25\cdot 10^{-2}\frac{m}{s^2}$$

$$\frac{5}{3}\frac{\cancel{kg}\,m}{s^2}\cdot\frac{1}{\cancel{kg}} = 1{,}667\frac{m}{s^2}$$

$$0{,}25\frac{m}{s^2} + 1{,}667\frac{m}{s^2} = 1{,}916\frac{m}{s^2}$$

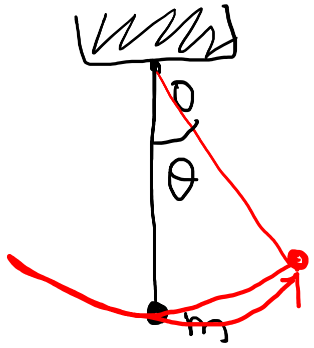
Problema 4 *(Applicazione della analisi dimensionale)*

Assumendo che il periodo T del pendolo semplice possa essere una funzione solamente della lunghezza l del pendolo, della sua massa m e della accelerazione di gravità g

$$T = m^{\alpha} l^{\beta} g^{\gamma}$$

si determinino, basandosi sull'analisi dimensionale, i coefficienti α, β e γ necessari per rendere dimensionalmente coerente l'equazione di cui sopra e fornire quindi una possibile espressione per il periodo del pendolo.
Quale è il risultato più interessante di questa analisi?

[*Curiosità: Ricordate chi è passato alla storia per questa osservazione?*]



T = periodo di oscillaz. del pendolo (andata e ritorno)

$$T = m^{\alpha} \ell^{\beta} g^{\gamma}$$

$$= [M]^0 [L]^{\frac{1}{2}} \left[\frac{L}{T^2}\right]^{-\frac{1}{2}} = [T]$$

$\alpha = 0$

$\beta = \frac{1}{2}$

$\gamma = -\frac{1}{2}$

$$T = \sqrt{\frac{\ell}{g}} \sim 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

- T non dipende da m e da θ $\Rightarrow$ valido per piccole oscillazioni $\operatorname{sen}\theta \simeq \theta$

- Galileo Galilei

CIFRE SIGNIFICATIVE → cifre lette da una misura di una grandezza fisica

(c.s)

Quante c.s.? → Dipende dalla sensibilità dello strumento

es. bilancia, sensibilità centigrammo

3.497 ∓ 0,001 g → cifra dubbia

3,49~~7~~8 g

numero matematico ≠ grandezza fisica

$\underbrace{2{,}0\ ;\ 2{,}00\ ;\ 2}$

hanno lo stesso valore : 2

$\underbrace{2\ ;\ 2{,}0\ ;\ 2{,}00}$

contengono informazioni diverse

es. di lunghezza

2 → info. solo sui metri

2,0 → info. sui metri (2) e decimetri (0)

2,00 → info. sui metri (2), decimetri (0) e centimetri (0)

C.S.

es. 0,2 m — 1

0,050 $\frac{m}{s}$ — 2

27,000 cm^2 — 5

$6,98\,g + 0,357\,g = 7,337\,g = 7,34\,g$ SOMMA

$30,4\,m - 19,02\,m = 11,38\,m = 11,4\,m$ DIFFERENZA

risultato con lo stesso n° di decimali della quantità con il minor n° di decimali

$83,1\,kg \cdot 9,81\,\frac{m}{s^2} = 797,553\,N = 798\,N$ MOLTIPLICAZIONE

$\frac{70,0\,km}{2,789\,h} = 25,0986016\,\frac{km}{h} = 25,1\,\frac{km}{h}$ DIVISIONE

il risultato deve avere le stesse c.s. della misura meno precisa

Nei calcoli vanno tenute 1 o 2 cifre significative in più di quelle richieste dal risultato finale per ridurre l'inaccuratezza introdotta dall'arrotondamento

Problema 5

Arrivando ad un incrocio, un'automobile lascia segni di frenata sull'asfalto per una lunghezza L=320 m. Supponendo una decelerazione di circa 1 g (circa il massimo per gomme su asfalto asciutto), calcolare la velocità dell'auto prima dell'inizio della frenata.

$L = 320\ m$ spazio di frenata

Decelerat $= 1g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$

Sistema di riferimento

(A) $t=0$

$s(t=0)=0$

$v(t=0)=v_A=?$

(B) $t=\tau$ = tempo di frenata

$s(\tau)=L$

$v(\tau)=0$

legge oraria MRUA

$$\begin{cases} s(t)=s(t_0)+v_0(t-t_0)+\frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \\ v(t)=v(t_0)+a(t-t_0) \end{cases}$$

nel nostro caso
$$\begin{cases} s(\tau)=0+v_A\tau-\frac{1}{2}g\tau^2=L \\ v(\tau)=v_A-g\tau=0 \rightarrow \tau=\frac{v_A}{g} \end{cases}$$

$$s(\tau)=L=\frac{v_A^2}{g}-\frac{1}{2}\frac{v_A^2}{g} \rightarrow \frac{1}{2}\frac{v_A^2}{g}=L \rightarrow v_A=\sqrt{2Lg}$$

$$=\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 320}=79{,}2\ \frac{m}{s}=\frac{79{,}2\cdot 10^{-3}}{1/3600}\frac{km}{h}=285\ km/h$$

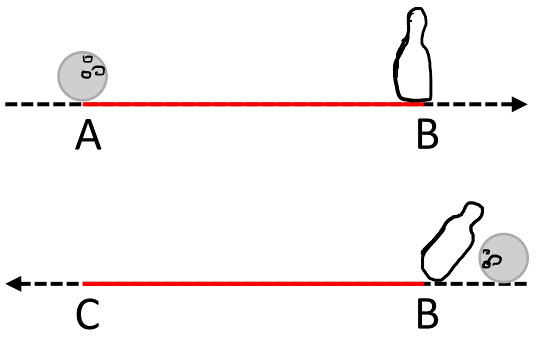
Problema 6

Una palla da bowling che viaggia a velocità costante colpisce i birilli al termine di una pista lunga L = 16.5 m. Il lanciatore sente il rumore della palla che colpisce i birilli dopo un tempo τ = 2.50 s dal lancio della palla.
Calcolare la velocità iniziale della palla sapendo che la velocità del suono nell'aria è c = 330 m/s.

t_p = tempo che serve alla palla per raggiungere i birilli

t_s = t. che il suono impiega per arrivare al lanciatore

$\tau = t_s + t_p$



MOTO PALLA

legge oraria

$s(t) = s(t_0) + v(t - t_0)$

$v(t) = v(t_0)$

$s(t_p) = L = 0 + v_{p,i} t_p \rightarrow (\times)$

(A) $s(t=0) = s_0 = 0$

$v(t=0) = v_{p,i} = ?$

(B) $s(t_p) = L$

$v(t_p) = v_{p,i}$

$(\times)\ t_p = \frac{L}{v_{p,i}}$

MOTO SUONO

$s(t_p) = L = 0 + c\, t_s$

$t_s = \frac{L}{c}$

(B) $s(t=0) = 0$

$v(t=0) = c$

(C) $s(t_s) = L$

$v(t_s) = c$

$$\tau = t_p + t_s = \frac{L}{v_{p,i}} + \frac{L}{c} = L\left(\frac{1}{v_{p,i}} + \frac{1}{c}\right) \longrightarrow \frac{\tau}{L} = \frac{1}{v_{p,i}} + \frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{v_{p,i}} = \frac{\tau}{L} - \frac{1}{c} \qquad v_{p,i} = \frac{1}{\frac{\tau}{L} - \frac{1}{c}} = \frac{1}{\frac{2,50}{16,5} - \frac{1}{330}} = 6,73\ \frac{m}{s}$$

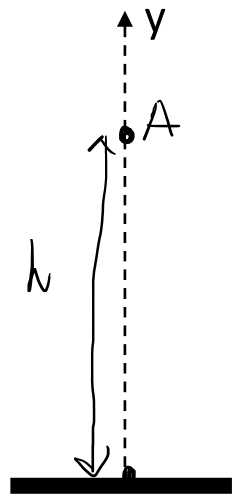
Problema 7 *(moto di caduta libera lungo la verticale)*

Un corpo puntiforme in quiete viene lasciato cadere da un'altezza h=10.0 m.
(a) Determinare la velocità del corpo quando raggiunge il suolo e il tempo di caduta.

Sist. di rip

(A) $s(t_0) = s_0 = h$
$v(t_0) = v_0 = 0$

(B) $s(\tau) = 0$
$v(\tau) = v_f$



MRUA

$$s(t) = s_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$v(t) = v_0 + a (t - t_0)$$

$$\begin{cases} s(\tau) = h - \frac{1}{2} g \tau^2 = 0 \\ v(\tau) = -g\tau \end{cases} \rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10{,}0}{9{,}81}} = 1{,}43 \text{ s}$$

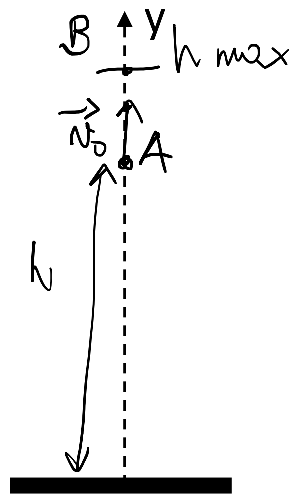
$$v(\tau) = -9{,}81 \cdot 1{,}43 = -14{,}1 \frac{m}{s}$$

(b) Si supponga che il corpo possieda una velocità iniziale v_0=2.00 m/s, perpendicolare al suolo e rivolta verso l'alto; determinare l'altezza massima raggiunta e il tempo di salita.

sist. di rif.

(A) $s(t_0) = h$
$v(t_0) = v_0$

(B) $s(\tau_B) = h_{max}$
$v(\tau_B) = 0$



legge oraria: MRUA

$$s(\tau_B) = h + v_0 \tau_B - \frac{1}{2} g \tau_B^2 = h_{max}$$

$$v(\tau_B) = v_0 - g\tau_B = 0 \rightarrow \tau_B = \frac{v_0}{g} = \frac{2{,}00 \frac{m}{s}}{9{,}81 \frac{m}{s^2}} = 2{,}04 \cdot 10^{-1} s$$

$$h_{max} = h + \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = h + \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{g} = 10{,}0\,m + \frac{1}{2}\frac{\left(2{,}00 \frac{m}{s}\right)^2}{9{,}81 \frac{m}{s^2}}$$

$$= 10{,}2\,m$$