L'equazione del moto

$$\boxed{m\vec{a} = \Sigma \vec{F}}$$ rispetto a qualsiasi SRI

L'equazione del moto consente di ricavare la legge oraria $\vec{r}(t)$

Es 1

consideriamo un PM isolato oppure tale che $\Sigma \vec{F} = 0$

$$m\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 = cost \quad (MRU)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t}$$

Es 2

consideriamo un PM sul quale agisce un'unica forza costante $\vec{F}_0$

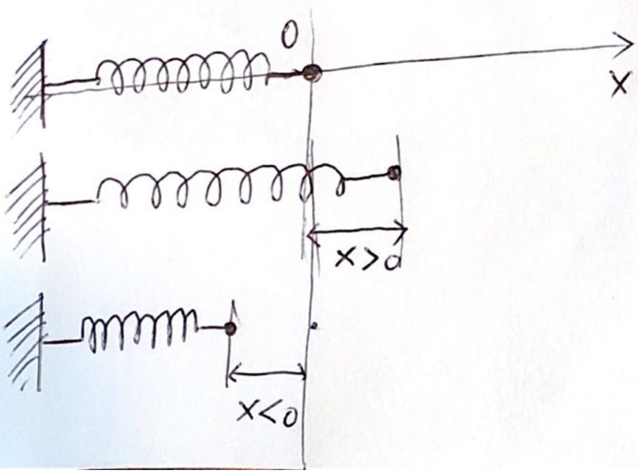
$$m\vec{a} = \vec{F}_0 \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}_0}{m} = cost \Rightarrow \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \frac{\vec{F}_0}{m} t$$

(MUA)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{F}_0}{m} \frac{t^2}{2}}$$

Es 3

Sia un sistema 1-D sul quale agisce una forza $\vec{F} = \underbrace{-kx}_{F_x}\vec{i}$ tale forza è detta elastica e k è detta costante elastica $(k>0)$



$$m a_x = m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx(t)$$

è un'equazione differenziale di secondo grado dove l'incognita è la legge oraria

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\underbrace{\frac{k}{m}}_{\omega^2} x(t) = -\omega^2 x(t)$$

la cui soluzione è $\boxed{x(t) = A \sin(\omega t + \theta_0)}$

Oss 1

Le forze elastiche originano un moto armonico tale che $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ è la pulsazione e $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ è il periodo

Oss 2

A e θ_0 dipendono dalle condizioni iniziali $x(0)$ e $\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0}$

Es $x(0) = x_0 > 0$ $\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 0$

$$x(0) = \boxed{A \sin\theta_0 = x_0}$$

$$\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = \underbrace{\left.A\omega\cos(\omega t + \theta_0)\right|_{t=0}}_{\boxed{A\omega\cos\theta_0 = 0}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \theta_0 = \pi/2 \text{ rad} \\ x_0 = A \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad x(t) = x_0 \underbrace{\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}_{\cos\omega t} = x_0 \cos\omega t =$$

$$\boxed{x(t) = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t\right)}$$

In generale le forze agenti sui corpi sono funzioni delle posiz, delle velocità e del tempo

3

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt} = \vec{F}\left(\vec{r}, \frac{d\vec{r}}{dt}, t\right)$$

che, scritta in componenti, si ha

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = F_x\left(x, y, z, \dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}, \dfrac{dz}{dt}, t\right) \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = F_y\left(\qquad '' \qquad \right) \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = F_z\left(\qquad '' \qquad \right) \end{cases}$$

Questo è un sistema di equazioni differenziali che, se risolto, porge la legge oraria $\vec{r}(t)$ e per questo si chiama equazione del moto.

Oss

Dagli esempi 1, 2, 3 si deduce che la conoscenza della posizione iniziale $\vec{r}_0$ e della velocità iniziale $\vec{v}_0$ produce un'unica soluzione alla equazione del moto. Tale fatto vale in generale.