Dinamica del punto materiale

Studio delle cause del moto.
Si osserva che le cause del moto sono attribuibili esclusivamente all'interazione fra corpi, la quale si annulla quando la distanza tende all'infinito.

Es 1

1 2
interazione elastica

Es 2

1 2
interazione di contatto

Primo principio della dinamica (principio d'inerzia)

Si consideri un corpo e si allontanino da esso tutti gli altri corpi affinché rimanga isolato

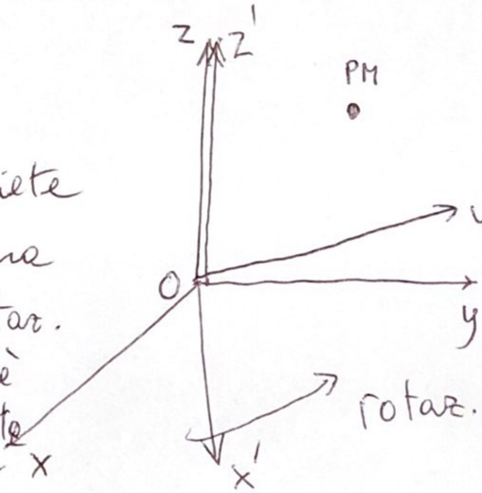
IPD: "Esistono Sistemi di riferimento (SR) dove un corpo isolato si muove di moto rettilineo uniforme rispetto a tali SR"

Oss
MRU può anche essere a $\vec{v}=0$, ossia in quiete rispetto a tale SR

Sistema di riferimento inerziale (SRI)

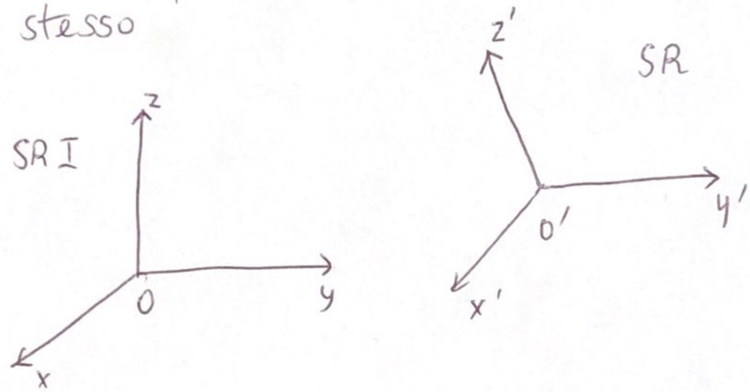
È un SR individuato dal IPD, ossia dove un corpo isolato si muove di MRU.

Oss 1
Non tutti i SR sono inerziali;
Se un PM è isolato e in quiete rispetto a O_{xyz}, tale sistema è inerziale, se $O_{x'y'z'}$ è in rotaz. rispetto a O_{xyz} tale SR non è inerziale poiché il PM appare in rotazione



Oss 2

È possibile dimostrare che se un SR è inerziale
$\Rightarrow$ tutti gli altri SR i cui assi non ruotano rispetto a quelli del SRI e la cui origine è in MRU rispetto a quella del SRI è un sistema inerziale esso stesso



Oss 3

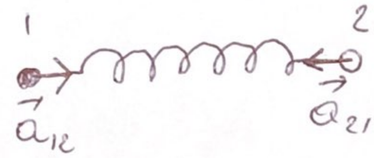
Trattandosi di un principio, la verifica dell'inerzialità o meno di un SR è subordinata alla misura delle velocità del PM nel tempo; occorre infatti verificare che $\vec{v}$ = costante $\forall t$, cioè MRU.
Pertanto, come ogni GF, anche la velocità del corpo è soggetta ad incertezze. Ne consegue che il carattere inerziale di un SR dipende dall'accuratezza con cui vengono effettuate le misure della velocità.

Oss 4

Un buon sistema di rif. inerziale è un SR centrato sul Sole e avente assi diretti verso alcune stelle fisse

Massa inerziale

Rispetto ad un SRI, consideriamo due PM interag. fra di loro, dunque isolati. Se l'interazione produce un'accelerazione $\vec{a}_{12}$ sul primo corpo, il secondo sarà anch'esso accelerato con accelerazione $\vec{a}_{21}$

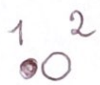


Si ricava una legge sperimentale:

$$\boxed{\vec{a}_{21} = - C_{12}\, \vec{a}_{12}} \qquad C_{12} > 0$$

Si dimostra che C_{12} non dipende da quanto la molla è dilatata / compressa. Si dimostra che C_{12} è lo stesso cambiando molla.

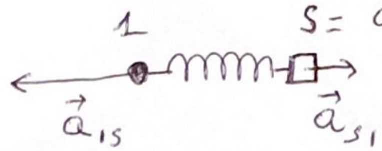
Con gli stessi corpi cambio interazione:



Si osserva che C_{12} non dipende dalla natura dell'interazione ma solo dalla scelta dei corpi.

Questo fatto consente una definizione operativa della massa dei corpi.

Si sceglie un corpo campione (blocco di Pt-Ir conservato nel Museo di Sèvres) al quale viene attribuita massa 1 kg.



$$\vec{a}_{S1} = - \underbrace{C_{1S}}_{m_1}\, \vec{a}_{1S}$$

La costante C_{1S} è detta m_1 = massa del corpo 1.
Tale costante dipende solo dal corpo 1 (il campione è fissato) e pertanto è una GF caratteristica di ogni corpo

$$[m_1] = [L]^0 [T]^0 [M]^1 = [kg]$$

Oss 1

Intuitivamente la massa rappresenta il "contenuto di materia" di ciascun corpo, anche se questo è solamente un concetto non operativo.

Oss 2

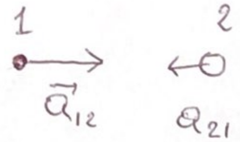
Supponiamo di far interagire un corpo di massa m_1 variabile con il campione, facendo sì che questo riceva un'accelerazione sempre costante

$$\vec{a}_{S1} = - m_1 \vec{a}_{1S}$$

al crescere di $m_1 \Rightarrow |\vec{a}_{1S}|$ cala e viceversa.
Questo significa che maggiore è la massa di un corpo, minore è l'accelerazione che riceve come risultato dell'interazione. In altre parole, i corpi di grande massa ricevono piccole accelerazioni ossia sono poco inclini a cambiare il proprio stato di MRU; pertanto si dice che la massa è una misura dell'inerzia dei corpi a variare la propria velocità ed è pertanto detta <u>massa inerziale</u>

Forza

La forza è una misura dell'intensità dell'interazione fra i corpi. Consideriamo due corpi interagenti ed isolati rispetto ad un SRI.

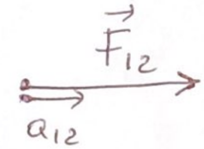


$\vec{a}_{12}$ = accel. sul corpo 1 dovuta all'interaz. con il corpo 2

$\vec{a}_{21}$ = acc. sul corpo 2 dovuta all'interaz. con il corpo 1

Si dice

$\vec{F}_{12}$ = forza agente sul corpo 1 dovuta all'int. con il corpo 2 $= m_1 \vec{a}_{12}$



$\vec{F}_{21}$ = forza agente sul corpo 2 dovuta all'int. con il corpo 1 $= m_2 \vec{a}_{21}$

La forza è una GF derivata

$$[F] = [m\,a] = [L]^{1}[T]^{-2}[M]^{1} = [N] = [\text{Newton}]$$

Secondo principio della dinamica

Rispetto ad un SRI il corpo 1 interagisce solo con il corpo 2, ricevendo un'accel. $\vec{a}_{12}$;

$$\vec{F}_{12} = m_1 \vec{a}_{12} = \text{forza sul corpo 1 dovuta al corpo 2}$$

Allontaniamo il corpo 2 e lasciamo interagire il corpo 1 con il corpo 3

$$\vec{F}_{13} = m_1 \vec{a}_{13}$$

Cosa succede se il corpo 1 interagisce simultan. con il corpo 2 e il corpo 3 ?

a_1 = accel. del corpo 1 dovuta all'interaz. con il corpo 2 e il corpo 3.

Si dimostra sperimentalmente che vale la legge di indipendenza delle azioni simultanee (II PD):

$$\boxed{\vec{a}_1 = \vec{a}_{12} + \vec{a}_{13}}$$

Moltiplichiamo ambo i membri per m_1

$$m_1 \vec{a}_1 = \underbrace{m_1 \vec{a}_{12}}_{\vec{F}_{12}} + \underbrace{m_1 \vec{a}_{13}}_{\vec{F}_{13}} = \underbrace{\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13}}_{\text{somma delle f. agenti su corpo 1}}$$

Generalizzando all'interazione del corpo 1 con i corpi 2, 3, 4, ..., n si ha:

$$m_1 \vec{a}_1 = \sum_{J=2}^{n} \vec{F}_{1J} = \text{somma delle forze agenti sul corpo 1}$$

Per un qualsiasi corpo di massa m

$$\boxed{m\vec{a} = \Sigma \vec{F}}$$

tale equazione è detta "Equazione del moto" ed è la più importante legge della meccanica.

Oss 1

L'equazione del moto, note tutte le forze, consente di ricavare la legge oraria $\vec{r}(t)$, cioè di risolvere la cinematica dei corpi.

Oss 2

L'equazione del moto lega una grandezza puramente dinamica, la forza che quantifica le cause del moto e una grandezza puramente cinematica, l'accelerazione, dalla quale si può ricavare la legge oraria.

III Principio della dinamica

Consideriamo le seguenti interazioni fra corpi, presi a due a due

in un SRI

$$\vec{a}_{21} = - C_{12}\, \vec{a}_{12}$$

$$\vec{a}_{S1} = - C_{1S}\, \vec{a}_{1S} = m_1\, \vec{a}_{1S}$$

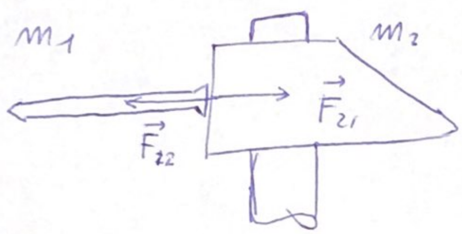
$$\vec{a}_{S2} = - C_{2S}\, a_{2S} = m_2\, a_{2S}$$

il III PD afferma

$$\boxed{C_{12} = \frac{C_{1S}}{C_{2S}} = \frac{m_1}{m_2}}$$

$$\vec{a}_{21} = - \frac{m_1}{m_2}\, \vec{a}_{12} \quad \Rightarrow \vec{F}_{21} = m_2\, \vec{a}_{21} = - m_1\, \vec{a}_{12} = - \vec{F}_{12}$$

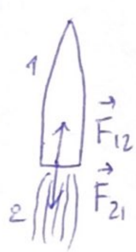
Es 1



Oss

Essendo $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ il III PD si dice anche principio di azione e reazione

Es 2



Es 3