# Moto armonico

1

**1-D** $x(t) = A \sin(\omega t + \theta_0)$

$v_x(t) = A\omega \cos(\omega t + \theta_0)$

$a_x(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \theta_0) = -\omega^2 x(t)$

$A$ = ampiezza
$\omega$ = pulsazione
$\omega t + \theta_0$ = fase

**Oss 1**

Il moto armonico è periodico

$$x(t+T) = A \sin(\omega t + \omega T + \theta_0) = A \sin(\omega t + \theta_0)$$

se $\omega T = 2\pi m \quad m \in \mathbb{N}$ $\qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ = periodo

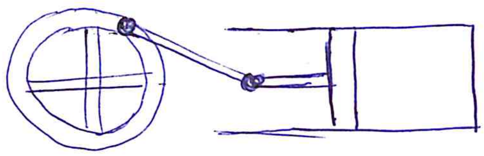
la traiettoria è $[-A, A]$

**Oss 2**

I moti di proiezione sugli assi cartesiani del MCU sono MA

$$\vec{r}(t) = A \underset{\displaystyle \sin\left(\omega t + \theta_0 + \tfrac{\pi}{2}\right)}{\underset{\parallel}{\cos(\omega t + \theta_0)}}\, \vec{i} + R \sin(\omega t + \theta_0)\, \vec{j}$$

Tale risultato è applicato nei sistemi biella-manovelle per convertire un moto circolare in un moto traslazionale oscillatorio o viceversa



CRANKSHAFT MECHANISM

## 2-D

$$\vec{r}(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1)\,\vec{i} + A_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2)\,\vec{j}$$
$$\vec{v}(t) = A_1 \omega_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1)\,\vec{i} + A_2 \omega_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)\,\vec{j}$$
$$\vec{a}(t) = -A_1 \omega_1^2 \sin(\omega_1 t + \theta_1)\,\vec{i} - A_2 \omega_2^2 \sin(\omega_2 t + \theta_2)\,\vec{j}$$

**Oss**

Il moto armonico non è detto che sia periodico

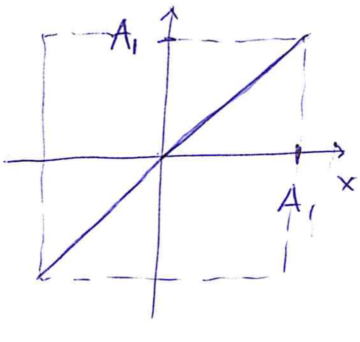
$$\vec{r}(t+T) = A_1 \sin(\omega_1 t + \omega_1 T + \theta_1)\,\vec{i} + A_2 \sin(\omega_2 t + \omega_2 T + \theta_2)\,\vec{j} \overset{?}{=}$$
$$\overset{?}{=} \vec{r}(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1)\,\vec{i} + A_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2)\,\vec{j}$$

questo è vero se

$$\begin{cases} \omega_1 T = 2\pi m_1 & m_1 \in \mathbb{N} \\ \omega_2 T = 2\pi m_2 & m_2 \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{m_1}{m_2} \in \mathbb{Q}$$

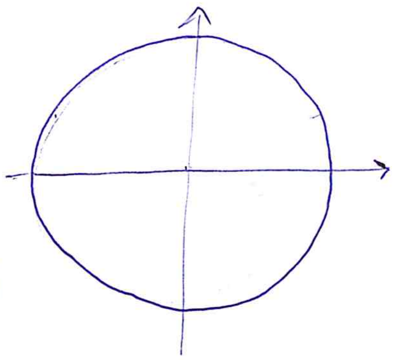
**Es**

$A_1 = A_2$
$\omega_1 = \omega_2$
$\theta_2 - \theta_1 = 0$

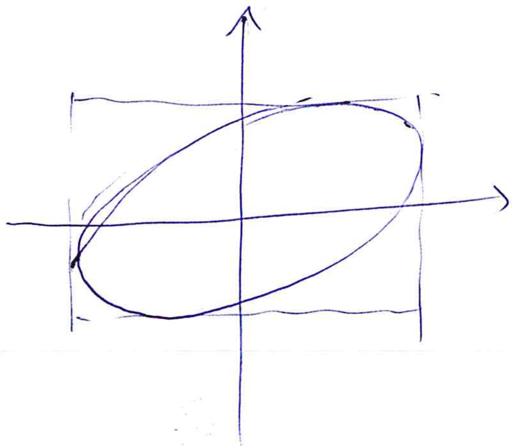



$A_1 = A_2$
$\omega_1 = \omega_2$
$\theta_2 - \theta_1 = \frac{\pi}{2}$
$= -\frac{\pi}{2}$

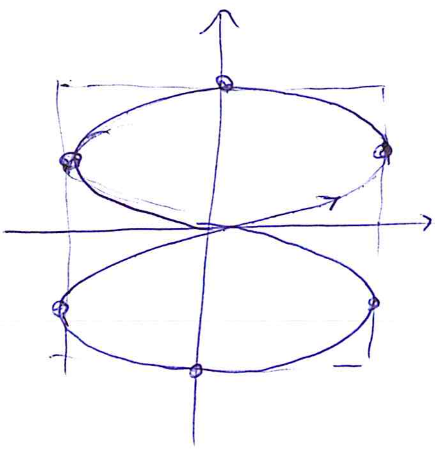
È il MCU



$A_1 \neq A_2$
$\omega_1 = \omega_2$
$\theta_2 - \theta_1 \neq 0$



$A_1 = A_2$
$\omega_1 = 2\omega_2$
$\theta_2 - \theta_1 = 0$



Sono dette figure di Lissajous

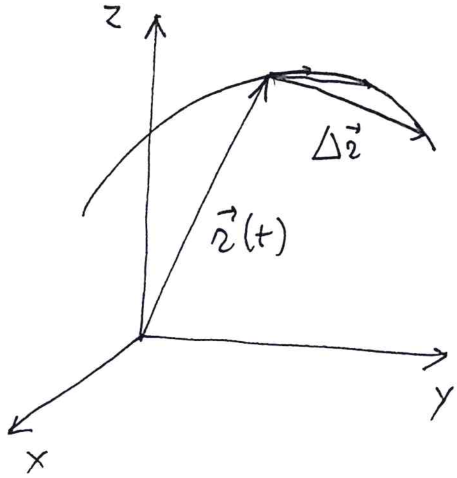
## Considerazioni generali sul vettore velocità



Oss

- La velocità $\vec{v}(t)$ è sempre tangente alla traiettoria

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$




$\Rightarrow$ $\vec{v}(t)$ è diretto come $d\vec{r}$, ossia è tangente alla traiettoria

- in generale vale la relazione $|\vec{v}(t)| = \left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \left|\frac{ds}{dt}\right| = |\text{vel. scal.}|$

$$|d\vec{r}| = |ds|$$

quindi

$$\left|\frac{d\vec{r}}{dt}\right| = \left|\frac{ds}{dt}\right|$$

dunque è sempre vero che:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\,\vec{T}(t)}$$