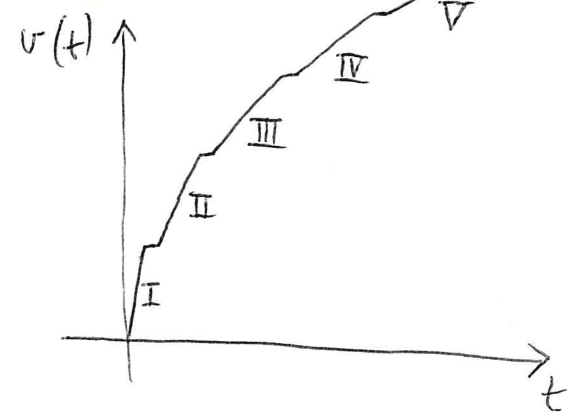
Accelerazione scalare media



Esiste una grandezza che quantifica la variazione di velocità nel tempo?

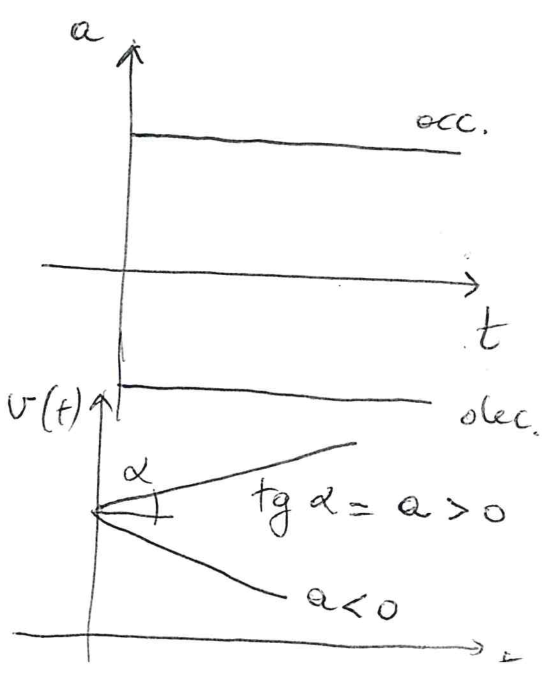
$$a_m = \frac{v(t_1)-v(t_0)}{t_1-t_0}$$

Moto uniformemente accelerato (MUA)

$a_m(t_0, t_1)$ in generale dipende da t_0 e t_1

se, in particolare, $a_m(t_0, t_1) = a \quad \forall\, t_1, t_0$
il moto si dice unif. accelerato

$$a = \frac{v(t_1)-v(t_0)}{t_1-t_0}$$

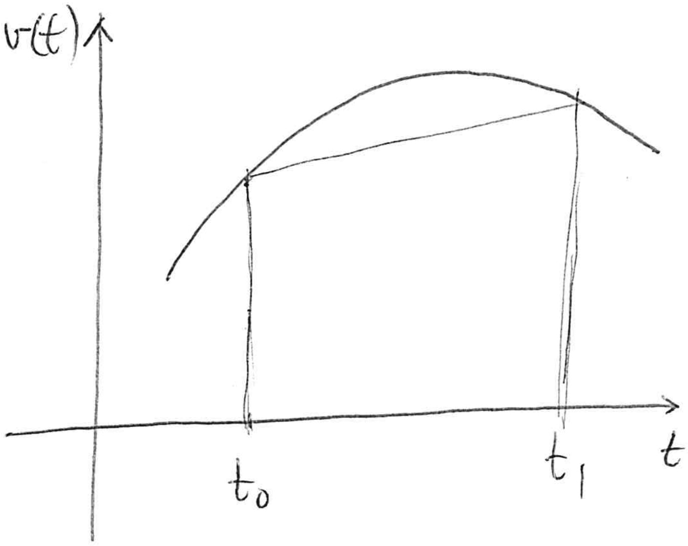


$$v(t_1) = v(t_0) + a(t_1 - t_0)$$

se scelgo $t_0 = 0 \qquad t_1 = t$

$$\boxed{v(t) = v(0) + at} = v_0 + at$$

Accelerazione scalare (istantanea)



$$a_m = \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Caduta libera dei gravi

tutti i gravi cadono con accelerazione costante verso il basso $a = g = 9.81 \ m/s^2$

Moto uniform. accelerato: continuazione

Verifichiamo che il MUA è un moto che si svilup-pa ad acel. ist. costante

$$a(t) = \frac{dv}{dt} \underset{\text{MUA}}{=} \frac{d}{dt}\left[v_0 + at\right] = a \quad \forall t$$

Si può pensare di ricavare l'espressione della vel. ist. partendo proprio dall'imporre $a(t) = a = \text{costante} \; \forall t$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = a \qquad \forall t$$

Integrando in $(0,t)$ si ha

$$\int_0^t \frac{dv}{dt}\, dt = \int_0^t a \, dt = a \int_0^t dt = at$$

$$= v(t) - v(0) \quad \Rightarrow \quad \boxed{v(t) = v(0) + at}$$

Oss

Il MUA può essere ricavato o imponendo $a_m(t_0, t_1) = a \; \forall t_0, t_1$ oppure $a(t) = a \; \forall t$

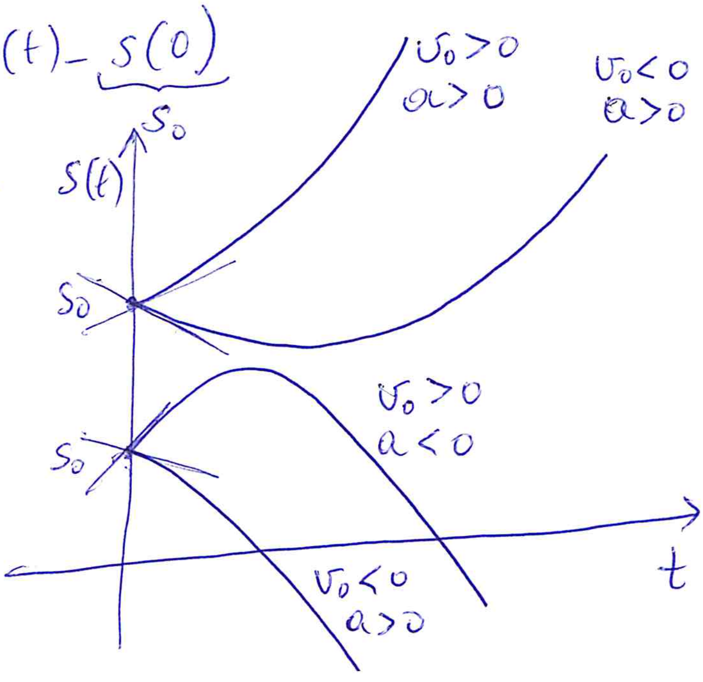
Legge oraria per il MUA

$$v(t) = v_0 + at = \frac{ds}{dt}$$

$$\int_0^t (v_0 + at)\, dt = \int_0^t \frac{ds}{dt}\, dt = s(t) - \underbrace{s(0)}_{s_0}$$

$$= \int_0^t v_0 \, dt + \int_0^t a t \, dt = v_0 t + a\frac{t^2}{2}$$

$$\boxed{s(t) = s_0 + v_0 t + a\frac{t^2}{2}}$$

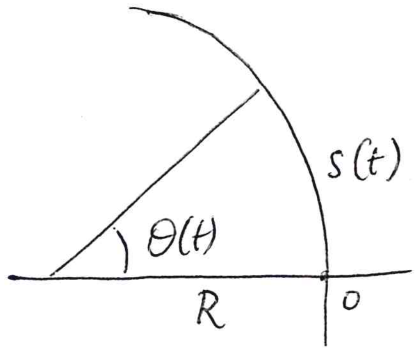


Velocità e accelerazione angolari nel MC

Nel MCU la vel. ang.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Se ho MC vario, ossia $\theta = \theta(t)$



$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\theta(t) = \frac{s(t)}{R} \Rightarrow \omega(t) = \frac{1}{R}\frac{ds}{dt} = \frac{v(t)}{R}$$

$$\boxed{\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v(t)}{R}}$$

Inoltre

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha(t)$$

$$\boxed{\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{a(t)}{R}}$$

Moto rett. unif. acc.

$$v(t) = v(0) + at$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Moto circ. unif. acc.

$$\omega(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{v_0}{R} + \frac{at}{R} = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta(t) = \frac{s(t)}{R} = \frac{x_0}{R} + \frac{v_0 t}{R} + \frac{1}{2}\frac{at^2}{R} = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$