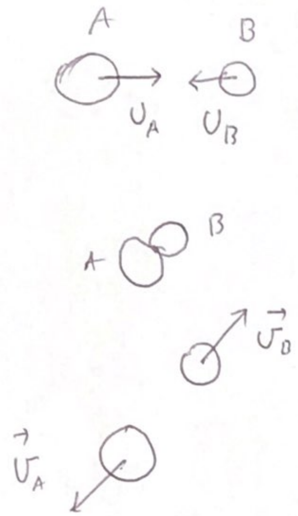
<u>Dinamica dell'urto</u> (1)

Urto o collisione quando due corpi, inizialmente separati, vengono a contatto con velocità relativa non nulla



- contatto con velocità iniz. $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$
- A tende a continuare il proprio moto ostacolato da B e viceversa; sviluppo di forze interne di contatto
- i due corpi si staccano con velocità finali $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$

<u>Problema della dinamica dell'urto</u>

Ricavare $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ note $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$

<u>Classificazione</u>

Urto elastico: dopo l'urto A e B riacquistano le stesse prop. come prima dell'urto, quali forma, struttura temperatura, ecc. ad eccezione delle velocità

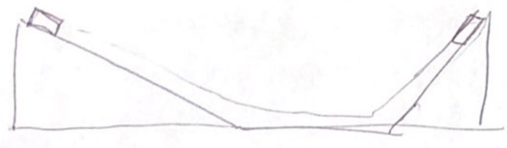
Urto anelastico: quando almeno una proprietà varia

urto perf anel.: se i due corpi rimangono solidali dopo l'urto

<u>Oss</u>

Per l'urto elastico le forze interne sono tutte conservative, altrimenti non si potrebbe arrivare allo stesso stato iniziale

<u>Es</u>



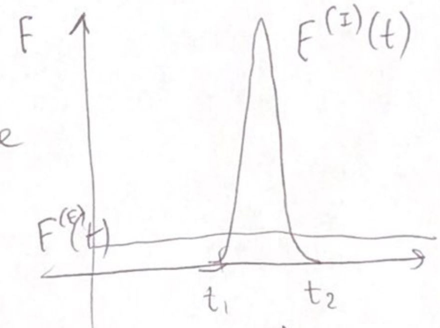
se c'è attrito non si torna alla stessa quota iniz.

Oss 2

La dinamica dell'urto è un problema dei due corpi che non può essere risolto poiché l'espressione esatta delle forze int. non è nota

Forze impulsive

Le forze interne responsabili dell'urto sono assai intense nel breve tratto in cui agiscono



$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{(E)} \simeq 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = \text{conservata}$$

$$\boxed{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}$$

le forze esterne sono trascurabili per cui $\vec{p}$ si cons. durante l'urto.

Per l'urto elastico vale la conservazione dell'en. meccanica

$$\cancel{U(\vec{r}_A)} + \cancel{U(\vec{r}_B)} + \boxed{\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2} + \cancel{U(\vec{r}_A') + U(\vec{r}_B')}$$

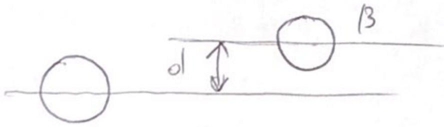
infatti si ha $\vec{r}_A \simeq \vec{r}_A'$ e $\vec{r}_B = \vec{r}_B'$

Oss 1

I due teoremi di conservazione danno info parziali ma, a causa della brevità del processo d'urto, non si ha perdita d'info né nel tempo (istantaneo) né nella posizione (sempre quella)

Oss 2

Nel migliore dei casi si hanno 6 incognite e 4 equaz per cui il problema dell'urto non ha soluzione unica.



le vel. finali dipendono dal parametro d'urto d

Urto centrale

se le traiettorie dei corpi A e B giacciono sulla stessa retta (1-D

Urto centrale elastico

Consente la determinazione univoca del moto dopo l'urto

$$\begin{cases} m_A u_A + m_B u_B = m_A v_A + m_B v_B \\ \frac{1}{2} m_A u_A^2 + \frac{1}{2} m_B u_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_A (v_A - u_A) = m_B (u_B - v_B) \\ m_A (v_A^2 - u_A^2) = m_B (u_B^2 - v_B^2) \end{cases}$$

divido la II eq. per la prima

$$u_A + v_A = u_B + v_B$$

il sistema è stato abbassato di un grado con la perdita della soluzione $v_A = u_A$ e $v_B = u_B$, che non è fisicamente significativa (nessuna collisione).

$$\begin{cases} m_A v_A + m_B v_B = m_A u_A + m_B u_B \\ v_A - v_B = u_B - u_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_A = -\dfrac{-(m_A u_A + m_B u_B) - (u_B - u_A) m_B}{m_A + m_B} = \dfrac{2 m_B u_B + (m_A - m_B) u_A}{m_A + m_B} \\ v_B = \dfrac{2 m_A u_A + (m_B - m_A) u_B}{m_A + m_B} \end{cases}$$

$\leftarrow$ tale soluzione è ottenuta sfruttando la simm. $A \leftrightarrow B$

Casi notevoli

1) $m_A = m_B$

$$\begin{cases} v_A = u_B \\ v_B = u_A \end{cases}$$

le vel. si scambiano

2) $u_B = 0 \quad u_A > 0$

a) $m_A > m_B$

$$\begin{cases} v_A > 0 \\ v_B > 0 \end{cases}$$

b) $m_A < m_B$

$$\begin{cases} v_A < 0 \\ v_B > 0 \end{cases}$$

c) $m_A = m_B$

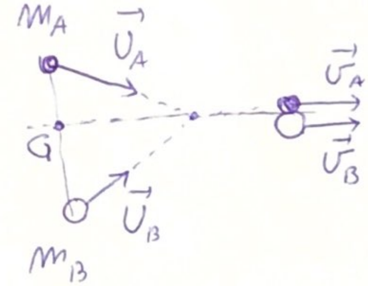
$$\begin{cases} v_A = 0 \\ v_B = u_A \end{cases}$$

d) $m_B \gg m_A$

$$\begin{cases} v_A \simeq -u_A \\ v_B \simeq 0 \end{cases}$$

Urto perfettamente anelastico

$$\begin{cases} m_A\vec{U}_A + m_B\vec{U}_B = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B \\ \vec{v}_A = \vec{v}_B \end{cases}$$



$$\boxed{\vec{v}_A = \vec{v}_B = \frac{m_A\vec{U}_A + m_B\vec{U}_B}{m_A + m_B} = \vec{v}_G}$$

Tale risultato si poteva ottenere ricordando che

$$m\vec{v}_G = \vec{P} \rightarrow \text{q. moto totale}$$

$\vec{v}_G$ → velocità CM

m → massa totale

Oss

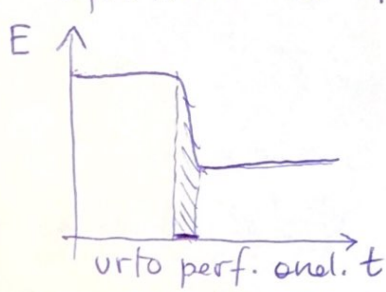
Durante un urto perf. anelastico si ha una perdita di en. meccanica in altre forme di energia.
Tale conto è semplice da effettuare nel SR del CM.

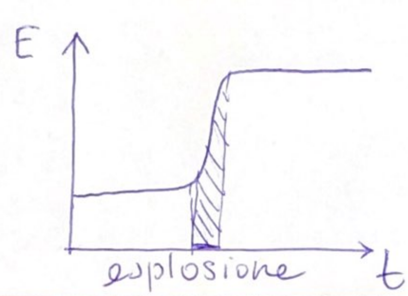
$$\Delta E = \Delta E_c = \underbrace{\frac{1}{2}(m_A + m_B)v_G^2}_{=0} \underbrace{- \frac{1}{2}m_A U_A^2 - \frac{1}{2}m_B U_B^2}_{<0}$$

$$\boxed{\Delta E < 0}$$

Esplosione

Rapida trasformazione di en. elastica o chimica o nucleare in en. meccanica. È il processo inverso di un urto perf. anelastico e pertanto si può sfruttare la inversione $\vec{U} \longleftrightarrow \vec{v}$

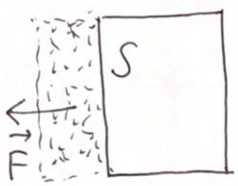




Applicazione

Calcolo delle f. viscose di un corpo in velocità in un fluido
Si suppone che avvenga un urto perfettamente anelastico fra il corpo e le molecole d'aria.

F = f. agente sulle molecole



$d\mathcal{L} = F\,dx$ = lav. forza acc. particelle dovuta alle collis. con il corpo

teor. dell'en. cinetica $\quad d\mathcal{L} = F\,dx = \frac{v^2}{2}\rho S\,dx$

III PD $\quad \vec{F} = -\vec{F}_v$ con $\vec{F}_v$ = f. viscose agente sul corpo

$$\boxed{F_v = \frac{\rho S v^2}{2}}$$

In realtà le molecole non subiscono un urto perf. anelastico, in quanto scivolano sul corpo per cui la forza agente non è $\frac{\rho S v^2}{2}$ ma una frazione di questa, ossia

$$F_v = c_x \rho \frac{S v^2}{2} \qquad 0 < c_x < 1$$

Per un'automobile $\quad 0.25 \lesssim c_x \lesssim 0.45$

In realtà devo evitare effetti di turbolenza altrim. sale il c_x

e può essere che $c_x \gg 1$