Energia meccanica

$E = E_c + U$ capacità di prod. $\mathcal{L}$ variando vel. e posizione

Teorema di conservazione dell'energia meccanica

Se tutte le forze agenti su un punto mat. sono conservative, allora l'en. meccanica è una costante del moto

Dim

- $\vec{F} = \sum_{J=1}^{n} \vec{F}_J = m\vec{a}$ $\quad \mathcal{L}_J(A \to B) = U_J(A) - U_J(B) =$ lav. forza J-esima

$\mathcal{L}(A \to B) =$ lavoro della risult. delle forze $=$

$$= \sum_{J=1}^{n} \mathcal{L}_J(A \to B) = \sum_{J=1}^{n} \left[U_J(A) - U_J(B)\right] = \underbrace{\sum_{J=1}^{n} U_J(A)}_{U(A)} - \underbrace{\sum_{J=1}^{n} U_J(B)}_{U(B)}$$

en. potenz. totale $\rightarrow$

- thm. delle forze vive

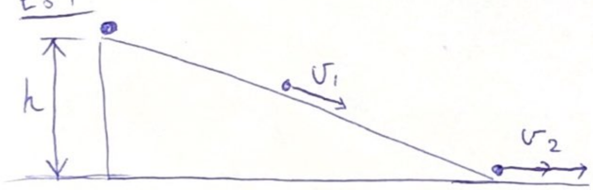
$\mathcal{L}(A \to B) = E_C(B) - E_C(A)$

$$\Rightarrow \boxed{U(A) + E_C(A) = U(B) + E_C(B) \quad \forall A, B} \qquad E(A) = E(B)$$

Oss 1

Il thm. di conservaz. dell'en. meccanica è utile alla risoluzione di problemi di meccanica senza la risoluz. dell'eq. del moto.

Es 1



$$mgh + 0 = mg\frac{h}{2} + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Oss 2

Esistono situazioni non facilmente risolubili mediante l'eq. del moto che invece possono essere risolte dal thm di conserv. dell'en. meccanica

Oss 3

Viceversa non appena si sono f. non conservative il thm. cessa di valere e p.es. la discesa da un piano scabro non può essere trattata

Oss 4

Il thm. di cons. dell'en. meccanica fornisce solo inform. parziali sul moto, p. es. non dà nessuna informazione sul tempo del moto per andare da A a B

Caso di forze non conservative

$$\mathcal{L}(A\to B) = \mathcal{L}_C(A\to B) + \mathcal{L}_{NC}(A\to B)$$

$$\mathcal{L}(A\to B) = E_C(B) - E_C(A)$$

$$\mathcal{L}_C(A\to B) = U(A) - U(B)$$

$$U(A) - U(B) + \mathcal{L}_{NC} = E_C(B) - E_C(A)$$

$$\mathcal{L}_{NC} = [E_C(B) + U(B)] - [E_C(A) + U(A)] = E(B) - E(A) = \Delta E$$

Oss

Se le f. non conservative hanno lavoro nullo

$\Delta E = 0$ e l'en. mec. si conserva

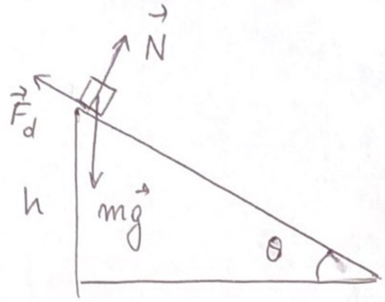
Oss 5

E' importante non confondere il thm. cons. della en. mecc. e il principio di conservazione dell'energia. Quest'ultimo dice che l'en. totale di un sist. isolato si conserva.

	TCEM	PCE
energia	mecc.	totale
solo per sist. iso	NO	SÌ
solo per f. cons.	SÌ	NO
legge	teorema	principio

Esempio

1



$$\cancel{m}g\sin\theta - \mu_d \cancel{m}g\cos\theta = \cancel{m}a$$

$$a = g(\sin\theta - \mu_d\cos\theta) > 0 \quad \Rightarrow \mu_d < tg\,\theta$$

$$v = a\tau \qquad \frac{h}{\sin\theta} = \frac{1}{2}a\tau^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{v^2}{a}$$

$$v^2 = \frac{2h}{\sin\theta}(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)\,g$$

2

$$\mathcal{L}_{nc} = \Delta E$$

$$\mathcal{L}_{nc} = -\mu_d \cancel{m}g\cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta}$$

$$\Delta E = -\cancel{m}gh + \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

$$\frac{v^2}{2} = gh\left(1 - \mu_d\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$$