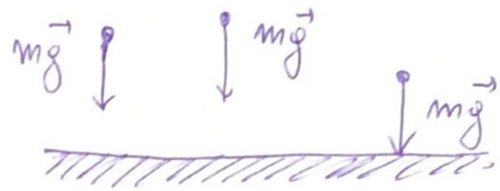
Campo di forze

Regione dello spazio, all'interno della quale, in ogni punto agisce un certo tipo di interazione su un punto materiale, cioè $\vec{F}(\vec{r})$

Es 1

Campo della forza peso

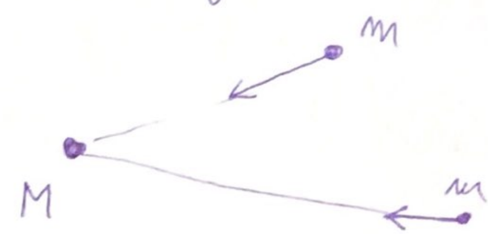


tale campo è detto uniforme

$$\boxed{\vec{F}(\vec{r}) = m\vec{g}}$$

Es 2

Campo gravitaz.

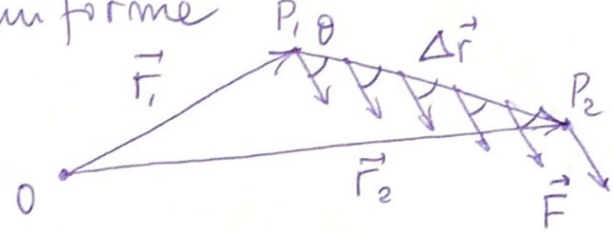


$$\boxed{\vec{F}(\vec{r}) = -G\,\frac{Mm}{r^3}\,\vec{r}}$$

Lavoro

Grandezza fisica scalare associata allo spostam. in un campo di forze

(a) Percorso rettilineo in un campo di forza uniforme



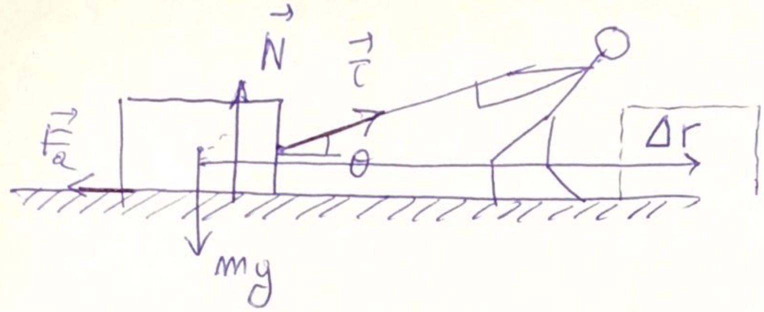
$$\mathcal{L} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}|\,|\Delta\vec{r}|\cos\theta$$

$$[\mathcal{L}] = [F][|\Delta\vec{r}|] = [L]^2[T]^{-2}[M]^1 = [Nm] = [Joule] = [J]$$

$\mathcal{L} > 0$ Lavoro motore

$\mathcal{L} < 0$ Lavoro resistente

Es 1



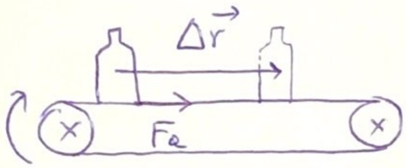
$\mathcal{L}_{m\vec{g}} = 0$

$\mathcal{L}_{\vec{N}} = 0$

$\mathcal{L}_{\vec{\tau}} = |\vec{\tau}||\Delta\vec{r}|\cos\theta > 0$

$\mathcal{L}_{\vec{F_a}} = |\vec{F_a}||\Delta\vec{r}|(-1) < 0$

Es 2

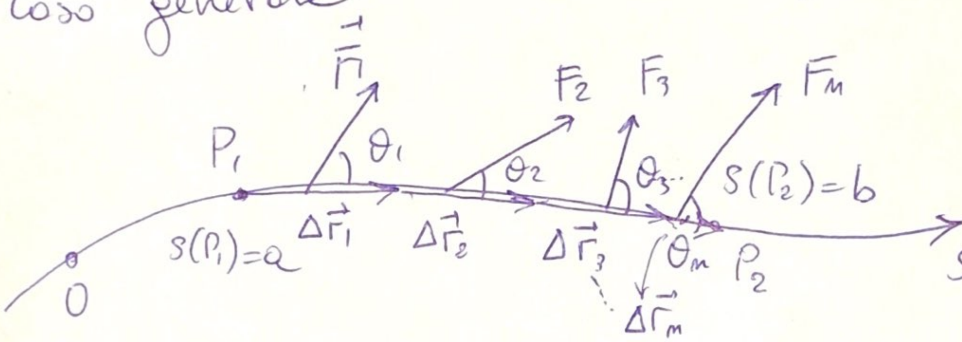


La forza di attrito può compiere lavoro motore

Es 3

La reazione vincolare può compiere lavoro motore o resist.

(b) Caso generale



$\mathcal{L}_J$ = lavoro lungo il J-esimo segmento della spezzata $= \vec{F}_J \cdot \Delta\vec{r}_J = F_J\,|\Delta\vec{r}_J|\cos\theta_J$

$\sum_{J=1}^{n} \mathcal{L}_J$ = lavoro lungo la spezzata

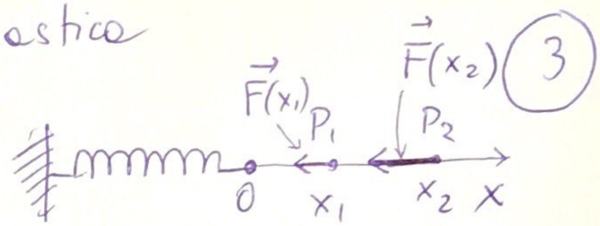
$$\mathcal{L} = \lim_{n\to\infty}\sum_{J=1}^{n}\mathcal{L}_J = \lim_{n\to\infty}\sum_{J=1}^{n} F_J\,|\Delta\vec{r}_J|\cos\theta_J =$$

$$= \int_a^b F(s)\,ds\,\cos\theta(s)$$

$$\mathcal{L}(P_1\to P_2) = \int_a^b F(s)\cos\theta(s)\,ds = \int_{P_1}^{P_2}\vec{F}\cdot d\vec{r} \leftarrow \text{integrale di linea di } \vec{F}(\vec{r})$$

Es 1 lavoro di una forza elastica

$\vec{F}(x) = -kx\,\vec{i}$



- $\mathcal{L}(P_1 \to P_2) = \mathcal{L}(x_1 \to x_2) = \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx\,(-1) = -k\int_{x_1}^{x_2} x\,dx =$

$= \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$

Il lavoro non dipende da come si arriva a x_2 partendo da x_1; se $x_2 > x_1 \Rightarrow \mathcal{L} < 0$

$x_2 < x_1 \Rightarrow \mathcal{L} > 0$

- $\mathcal{L}(P_1 \to P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{P_1}^{P_2} -kx\,\vec{i} \cdot dx\,\vec{i} = -\int_{x_1}^{x_2} kx\,dx$

si ricorda che $d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$

Es 2 lavoro della forza peso

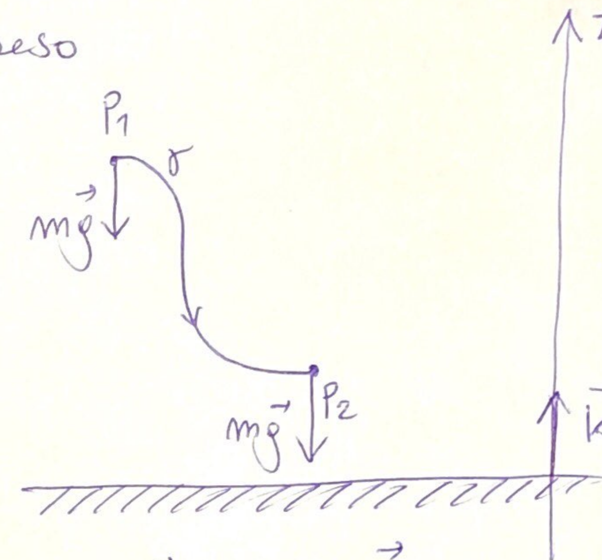
$\mathcal{L}_\gamma(P_1 \to P_2) = \int_{P_1}^{P_2} m\vec{g} \cdot d\vec{r} =$

$= m\vec{g} \cdot \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r} = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r} =$

$= -mg\,\Delta z = mgz_1 - mgz_2$

$\mathcal{L}_\gamma(P_1 \to P_2) > 0 \quad z_1 > z_2$

$\mathcal{L}_\gamma(P_1 \to P_2) < 0 \quad z_1 < z_2$

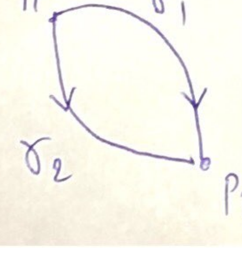


$m\vec{g} = -mg\,\vec{k}$

↳ modulo di $\vec{g}$

$\vec{P_1P_2} = \Delta\vec{r} = \Delta x\,\vec{i} + \Delta y\,\vec{j} + \Delta z\,\vec{k}$

Oss 1



$\mathcal{L}_{\gamma_1}(P_1 \to P_2) =$

$= \mathcal{L}_{\gamma_2}(P_1 \to P_2)$