E5 - Risoluzione

Si tratta di un moto di caduta libera di un corpo lungo la verticale, con velocità iniziale $v_0 > 0$, ovvero all'istante $t = 0$ la velocità del corpo $\boldsymbol{v_0}$ è diretta verso l'alto. Supponiamo che il moto si svolga lungo l'asse z. Le sue leggi sono allora:

$$z(t) = z_0 + v_{0z} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \qquad (1)$$

$$v_z(t) = v_{0z} - g \cdot t \qquad (2)$$

dove in questo caso $v_{0z} = v_0$ e $z_0 = h = 120\ m$. La velocità scalare del corpo $v_z(t)$ diminuisce al passare del tempo e si annulla all'istante $t = t_{max} = \frac{v_0}{g} = 0.816\ s$ (ottenuto ponendo la (2) uguale a 0). In questo modo possiamo direttamente determinare l'altezza massima raggiunta dal corpo ponendo nell'eq. (1) il valore di t_{max} sopra dato.

(b) risulta quindi z (t_{max}) = 123 m

Per determinare il tempo impiegato per raggiungere il suolo consideriamo ancora le due equazioni del moto sopra scritte. Il tempo di caduta del corpo, t_c , è determinato dalla condizione z (t_c) = 0, sapendo che la velocità iniziale $v_0 = 0$ e che z_0 = z (t_{max}) cioè l'ordinata della posizione all'istante t=0 è pari all'altezza massima raggiunta dal corpo. Ne risulta che $t_c = \sqrt{\frac{2 \cdot (z(t_{max}))}{g}} = 5.01\ s$.

(a) Il tempo totale impiegato per raggiungere il suolo è dato quindi da:
$t = t_{max} + t_c = 0.816 + 5.01 = 5.83\ s$

Per semplicità, si è scelto di svolgere l'esercizio determinando prima l'altezza massima raggiunta dal corpo e poi il tempo impiegato per raggiungere il suolo, suddividendo quindi il moto in fase di salita e fase di caduta libera del corpo. In alternativa, si sarebbe anche potuto determinare direttamente il tempo impiegato a raggiungere il suolo utilizzando le equazioni 1 e 2 e ponendo $z(t) = 0$ e e $z_0 = h$. In questo modo, con $v_{0z} = v_0$, il tempo (ed anche la velocità finale $v_z(t)$ del corpo) è determinato.

E6 – Risoluzione

(a) Il moto è circolare uniforme. Se si considera sopra la circonferenza un sistema di ascisse curvilinee s che determina la posizione del punto sulla traiettoria, vale la legge del moto uniforme:

$$s(t) = s_0 + v \cdot t$$

dove s_0 è l'ascissa della posizione all'istante $t = 0$.

Dalla relazione del moto circolare uniforme:

$\omega = \frac{v}{R}$, con v velocità scalare del punto materiale e R raggio della circonferenza

si ottiene $v = \omega \cdot R = 5.00\ m/s$.

(b) Il moto è circolare ma ora la velocità scalare varia nel tempo.
In questo caso l'accelerazione del punto materiale possiede anche una componente tangenziale (a_T) che rende conto del cambiamento nel tempo del modulo della velocità.
Il moto lungo la traiettoria è uniformemente decelerato.

La legge del moto in termini angolari (sapendo che $\theta(t)=\frac{s(t)}{R}$) è data da:

$$\theta(t)=\theta_0+\omega_0\cdot t+\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t^2 \qquad (1)$$

$$\omega(t)=\omega_0+\alpha\cdot t \qquad (2)$$

dove $\alpha = \frac{a_T}{R}$ è l'accelerazione angolare da determinare.
Sapendo che al tempo $t = \tau$ si decide di arrestare la giostra, allora si avrà che:
$\omega(\tau) = 0$, da cui, ponendo $\omega_0 = \omega$, si ricava che l'accelerazione angolare $\alpha = 0.200\ rad/s^2$.

Per determinare il numero di giri percorsi (N) bisogna ricavare l'angolo $\theta(\tau)$ descritto dal punto materiale in moto sulla circonferenza. Ponendo $\theta_0 = 0$, $\omega_0 = \omega$ e $\alpha = 0.200\ rad/s^2$, si ricava $\theta(\tau) = 2.50\ rad$.
Ora, sapendo che ad un giro di circonferenza corrisponde un angolo di 2π rad, il numero di giri percorsi lo si calcola con una semplice proporzione:

$$1:2\pi=N:2.50$$

$$N=\frac{2.50}{2\pi} = 0.400 \text{ giri}$$

E7 - Risoluzione

(a) Sia $[\xi(t)]=[L]^{\alpha}\cdot[M]^{\beta}\cdot[T]^{\gamma}$;

Dalla relazione data $\xi(t)=\frac{d^3 s}{dt^3}$ e sapendo che

$$[s]=[L]^1\cdot[M]^0\cdot[T]^0$$

e

$$[t^3]=[L]^0\cdot[M]^0\cdot[T]^3$$

risulta che:

$$[\xi(t)]=\frac{[L]^1}{[T]^3}\cdot[M]^0=[L]^1\cdot[M]^0\cdot[T]^{-3}=[L]^1\cdot[T]^{-3}$$

quindi:
$\alpha = 1$
$\beta = 0$
$\gamma = -3$

(b) Dall'analisi dimensionale si ha quindi che, in unità del SI:

$$\xi=100\, m/s^3$$

che nel sistema CGS diventa:

$$\xi=100\cdot 10^2\, cm/s^3=10^4\, cm/s^3$$