Esercizio 12 – Risoluzione

Consideriamo un riferimento orientato verso l'alto e con origine in P. Descriviamo il moto di salita e ri-discesa fino a P in questo riferimento, prendendo inoltre come istante iniziale l'istante t=2 s. La legge oraria è $s = v_1 t - \frac{1}{2} g t^2$. Al tempo t=2 s del nuovo riferimento si ha s=0, da cui si trova immediatamente che v_1=9.81 m/s. Dalla legge per la velocità $v = v_1 - gt$ si trova che con t=1 s si ha v=0, dunque questo è l'istante in cui si raggiunge la massima altezza, che è data da $s_{\max} = 9.81 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot 1^2 = 4.91\ \text{m}$. Inoltre a t=2 s si ha $v = -9.81\ \text{m/s}$, e questa è v_2.
Ritornando ad un riferimento con l'origine a terra, è chiaro che l'oggetto era partito al tempo zero con $v_0 = 3 \cdot 9.81\ \text{m/s}$ (la velocità diminuisce di 9.81 m/s ogni secondo!). Ne segue che P si trova ad una altezza $h_P = 3 \cdot 9.81 \cdot 2 - \frac{1}{2} 9.81 \cdot 2 = 4 \cdot 9.81\ \text{m}$. In conclusione dunque h=44.1 m, τ=3 s.

Esercizio 13 – Risoluzione

Fissiamo un riferimento il cui il punto di partenza della pallina è A(0;0.50), il punto in cui passa sopra la rete è B(12;1.1) e il punto in cui tocca terra è C(34;0). Le leggi orarie sono

$$y(t) = 0.50 + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$x(t) = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

e l'equazione della traiettoria (sostituendo $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$) è

$$y = 0.50 + ax - bx^2$$

con $a = \tan\alpha$, $b = \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha}$.
Imponendo che la parabola passi per i punti B e C si ottiene un sistema lineare nelle incognite a e b, la cui soluzione è a=0.0853, b=0.00294. Da questo si ricava α=4.88°, $v_0 = \sqrt{\frac{g}{2b\cos^2\alpha}} = 41.0\ \text{m/s}$.
(Una velocità notevole per una pallina da tennis, corrispondente a 148 km/h!) Il tempo di volo τ si ottiene considerando l'equazione del moto orizzontale: $x_C = v_0 \cos\alpha \cdot \tau$, da cui

$$\tau = \frac{34}{41.0 \cos 4.88°} = 0.83\ \text{s}.$$