E10- Risoluzione

Poniamo l'origine O del riferimento nell'angolo inferiore sinistro della finestra. Diciamo P l'angolo superiore destro, con coordinate P(1.20;1.80). Osserviamo che il moto è reversibile, cioè la traiettoria è la stessa che percorrerebbe un corpo che passa prima per O e poi per P nel tempo indicato. Scriviamo dunque le leggi di questo moto:

$$\begin{aligned} y(t) &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x(t) &= v_{0x}t \end{aligned} \qquad (1)$$

Sostituendo le coordinate e il tempo del passaggio per P, otteniamo le due relazioni

$$\begin{aligned} 1.80 &= v_{0y} \cdot 0.150 - 4.91 \cdot 0.150^2 \\ 1.20 &= v_{0x} \cdot 0.150 \end{aligned}$$

da cui si ricavano le componenti della velocità iniziale: v_{0y}=12.7 m/s, v_{0x}=8.00 m/s.

Adesso indichiamo con τ il tempo necessario per raggiungere la massima altezza. Lo ricavo dalla legge per la velocità del moto accelerato verticale:

$$0 = v_{0y} - g\tau \Rightarrow \tau = 1.30\,\mathrm{s}$$

Sostituendo nelle (1) trovo le coordinate del punto di massima altezza M rispetto all'origine scelta, espresse in metri:

$$\begin{aligned} y_M &= y(\tau) = 12.7 \cdot 1.30 - -\frac{1}{2}g \cdot 1.30^2 = 8.22 \\ x_M &= x(\tau) = 8 \cdot 1.30 = 10.4 \end{aligned}$$

E11- Risoluzione

Detto α l'angolo di alzata del proiettile e v_0 la sua velocità, le leggi orarie sono

$$\begin{aligned} y(t) &= v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \\ x(t) &= v_0 \cos\alpha \cdot t \end{aligned}$$

Isolando x dalla seconda e sostituendo nella prima, ottengo l'equazione della traiettoria parabolica:

$$y = \tan\alpha \cdot x - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2\cos^2\alpha}$$

Indico con d la distanza OB. La traiettoria interseca la retta passante per A e B nel punto di coordinata

$$y(d) = \tan\alpha \cdot d - \frac{1}{2}g\frac{d^2}{{v_0}^2\cos^2\alpha} \qquad (1)$$

Il proiettile giunge in questo punto al tempo $\tau = \dfrac{d}{v_0\cos\alpha}$ (si ricava dalla seconda legge oraria).

Il moto verticale del bersaglio è descritto dall'equazione

$$y_B(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

dove h indica la distanza AB. Notiamo che $h = \tan\alpha \cdot d$. Se nella equazione per y_B sostituiamo il tempo τ a cui giunge il proiettile, confrontando con la (1) osserviamo che i due corpi in quell'istante si trovano alla stessa altezza e dunque nello stesso punto.

Si noti che in generale $y(d)$ può essere negativa. Di conseguenza, se il cannone è al livello del terreno, il proiettile colpirà il bersaglio in tempo utile solo se la gittata è maggiore di d.