E23b – Risoluzione

Se il cannone è ancorato ad un ammortizzatore, il massimo spostamento posteriore del cannone corrisponderà alla massima compressione dell'ammortizzatore.

Considerando il sistema ammortizzatore+cannone si avrà che l'energia cinetica del cannone dopo l'esplosione si trasforma in energia potenziale elastica dell'ammortizzatore, ovvero l'energia meccanica si conserva:

$$\frac{1}{2}m_2 v_2^2=\frac{1}{2}kx^2$$

La velocità v_2 di rinculo del cannone si determina imponendo la conservazione della quantità di moto (lungo l'asse x parallelo al piano orizzontale) del sistema cannone+proiettile durante l'esplosione.

$m_1\cdot v_1\cdot\cos(\alpha)-m_2\cdot v_2=0$ essendo nulla inizialmente.

Da questa segue che:

$$v_2=1.01\,m/s$$

Infine, da ciò segue che:

$$x=\sqrt{\frac{m_2 v_2^2}{k}}=0.255\text{m}$$

E24 – Risoluzione

Consideriamo un sistema di riferimento cartesiano xy in cui assumiamo che, se l'urto tra le due biglie non è perfettamente centrale, le velocità finali $\boldsymbol{v}_A$ e $\boldsymbol{v}_B$ delle due biglie formino un angolo α e β con l'asse x rispettivamente. Essendo l'urto elastico, imponiamo la conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica. Siano le masse delle due biglie uguali ($m_A = m_B = m$) e sia la biglia B ferma.

Si avrà un sistema di 3 equazioni:

1) $mu_A=mv_A\cos\alpha+mv_B\cos\beta$ conservazione della quantità di moto lungo x.

2) $0=-mv_A\sin\alpha+mv_B\sin\beta$ conservazione della quantità di moto lungo y dove si assume che la velocità della biglia A prima dell'urto non abbia componente lungo y ma $u_A = u_{Ax}$.

3) $\frac{1}{2}mu_A^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}mv_B^2$ conservazione dell'energia cinetica.

Dalla 2) otteniamo

$v_B=\frac{v_A\sin\alpha}{\sin\beta}$ che sostituiamo nella 1) e nella 3) ottenendo:

$$u_A=v_A\cos\alpha+\frac{v_A\sin\alpha}{\sin\beta}\cos\beta$$

e

$$u_A^2=v_A^2+\frac{v_A^2\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}$$

da cui ricaviamo

$$v_A=\frac{u_A}{\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}}}$$

Riscriviamo la 1) sostituendo a v_A il risultato appena ottenuto:

$$u_A = \frac{u_A}{\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}}}\cos\alpha + \frac{u_A}{\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}}}\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\cos\beta$$

da cui:

$$\sqrt{1+\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}} = \cos\alpha + \cos\beta\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

Se eleviamo al quadrato ambo i membri dell'equazione e moltiplichiamo il tutto per $\sin^2\beta$ si ottiene

$$\sin^2\beta\sin^2\alpha + \sin^2\alpha\sin^2\beta - 2\sin\alpha\cos\alpha\sin\beta\cos\beta = 0$$

dividendo per $\sin\alpha\sin\beta$

si ottiene poi

$\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = 0$ ovvero

$$\cos(\alpha+\beta) = 0$$

e quest'ultima relazione è vera quando $\alpha+\beta = \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi$

Le due biglie dopo l'urto avranno quindi velocità mutuamente perpendicolari.