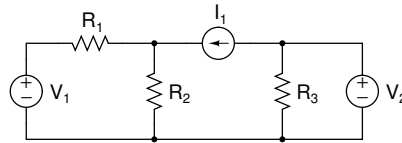


Elettrotecnica – Esercizi di riepilogo

Esercizio 1

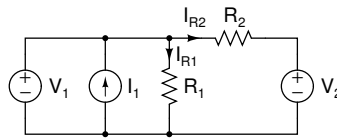


Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 5 \text{ V}$, $V_2 = 4 \text{ V}$, $I_1 = 1 \text{ mA}$.

Determinare:

- la potenza P_{R_2} e P_{R_3} dissipata, rispettivamente, sulle resistenze R_2 e R_3 ;
- la potenza P_{V_1} e P_{V_2} erogata, rispettivamente, dai generatori ideali di tensione V_1 e V_2 .

Esercizio 2

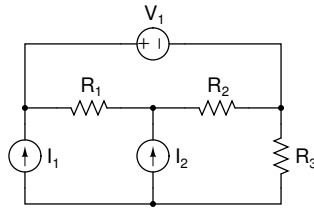


Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 6 \text{ V}$, $V_2 = 4 \text{ V}$, $I_1 = 4 \text{ mA}$.

Determinare:

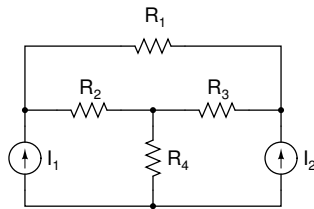
- la corrente I_{R_1} e I_{R_2} , rispettivamente, sulle resistenze R_1 e R_2 e indicate in figura;
- la potenza P_{V_1} e P_{V_2} erogata, rispettivamente, dai generatori ideali di tensione V_1 e V_2 .

Sulla base dei risultati ottenuti, è possibile stabilire chi, tra gli elementi del circuito, fornisce energia agli altri elementi e chi invece la dissipa?

Esercizio 3

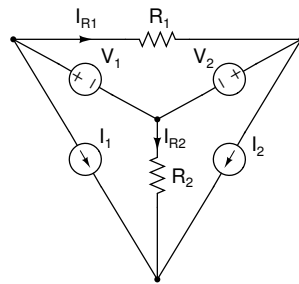
Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 3 \text{ V}$, $I_1 = 2 \text{ mA}$, $I_2 = 5 \text{ mA}$.

Determinare la potenza P_{R_1} e P_{R_2} dissipata, rispettivamente, sulle resistenze R_1 e R_2 .

Esercizio 4

Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 1 \text{ k}\Omega$, $I_1 = 3 \text{ mA}$, $I_2 = 6 \text{ mA}$.

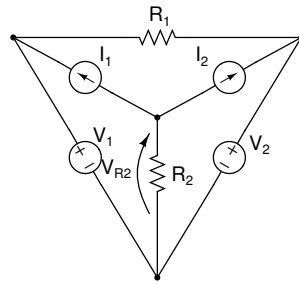
Determinare la potenza P_{R_2} e P_{R_3} dissipata, rispettivamente, sulle resistenze R_2 e R_3 .

Esercizio 5

Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 3 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 12 \text{ V}$, $V_2 = 6 \text{ V}$, $I_1 = 2 \text{ mA}$, $I_2 = 2 \text{ mA}$.

Determinare:

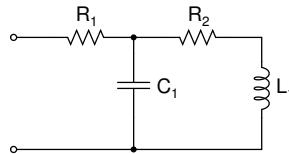
- la corrente I_{R_1} e I_{R_2} , rispettivamente, sulle resistenze R_1 e R_2 e indicate in figura;
- la potenza P_{V_1} e P_{V_2} erogata, rispettivamente, dai generatori ideali di tensione V_1 e V_2 .

Esercizio 6

Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $V_1 = 4 \text{ V}$, $V_2 = 12 \text{ V}$, $I_1 = 2 \text{ mA}$, $I_2 = 2 \text{ mA}$.

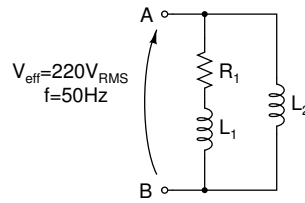
Determinare:

- la tensione V_{R2} sulla resistenza R_2 , come indicato in figura;
- la potenza P_{I1} e P_{I2} erogata, rispettivamente, dai generatori ideali di corrente I_1 e I_2 .

Esercizio 7

Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:
 $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$, $C_1 = 300 \mu\text{F}$, $L_1 = 50 \text{ mH}$.

Si assuma inoltre che il circuito funzioni in regime sinusoidale con frequenza angolare ω . Determinare la resistenza equivalente $R^{(eq)}$ e la reattanza equivalente $X^{(eq)}$ del bipolo in figura assumendo $\omega = 100 \text{ rad/s}$ e $\omega = 200 \text{ rad/s}$. Il bipolo equivalente ottenuto è di tipo induttivo o capacitivo?

Esercizio 8

Con riferimento al circuito di figura si assumano i seguenti valori:

$$R_1 = 40 \Omega, L_1 = 58 \text{ mH}, L_2 = 528 \text{ mH}.$$

Sapendo che la tensione di rete è $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}_{\text{RMS}}$ ad una frequenza di $f = 50 \text{ Hz}$, determinare:

- l'angolo φ di sfasamento tra la tensione e la corrente assorbita;
- quale capacità deve essere collegata ai morsetti A e B per rifasare il carico in modo da avere $\cos \varphi = 0.95$.

Soluzione

Si consideri inizialmente l'impedenza del bipolo in figura alla frequenza $f = 50 \text{ Hz}$, ovvero alla pulsazione $\omega = 2\pi f \approx 314.2 \text{ rad/s}$.

Le impedenze associate ad R_1 e L_1 sono rispettivamente

$$Z_{R1} = R_1 = 40 \Omega, \quad Z_{L1} = j\omega L_1 = j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 5.8 \cdot 10^{-2} \Omega \approx j18.22 \Omega$$

da cui chiamando con Z_1 l'impedenza della serie costituita da R_1 e L_1 , si ha

$$Z_1 = Z_{R1} + Z_{L1} \approx 40 + j18.22 \Omega$$

Indicando con Z_2 l'impedenza associata a L_2 , si ha

$$Z_2 = Z_{L2} = j\omega L_2 = j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 5.28 \cdot 10^{-1} \Omega \approx j165.8 \Omega$$

L'impedenza complessiva Z si ha considerando il parallelo tra Z_1 e Z_2 , ovvero

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \approx \frac{(40 + j18.22)j165.8}{40 + j18.22 + j165.8} \Omega \approx \frac{-3020 + j6632}{40 + j184} \Omega \approx 31 + j23.15 \Omega$$

che, riscritta in forma polare,

$$Z = |Z|e^{j\varphi}, \quad |Z| = \sqrt{31^2 + 23.15^2} \approx 38.7 \Omega, \quad \varphi = \arctan \frac{23.15}{31} \approx \begin{cases} 0.641 \text{ rad} \\ 36.75 \text{ deg} \end{cases}$$

L'angolo φ trovato è anche l'angolo di sfasamento tra tensione e corrente. Per tale angolo si ha $\cos \varphi = 0.8$.

Per rifasare il circuito, il metodo più conveniente è quello di calcolare potenza attiva P e reattiva Q . Si ricorda che, data la potenza complessa \tilde{S} , definita come

$$\tilde{S} = \frac{1}{2} \tilde{V} \tilde{I}^*$$

(dove \tilde{V} è il fasore associato alla tensione, \tilde{I} quello associato alla corrente, e \tilde{I}^* il suo complesso coniugato) oppure

$$\tilde{S} = \tilde{V}_{\text{eff}} \tilde{I}_{\text{eff}}^*$$

se invece delle ampiezze delle sinusoidi si considerano (ed è il caso dell'esercizio in questione) i loro valori efficaci, la potenza attiva P è la parte reale di \tilde{S} , mentre la potenza reattiva è la parte immaginaria di \tilde{S} , ovvero

$$\tilde{S} = P + jQ$$

In alternativa, note le ampiezze di tensione e corrente (e indicate con $|\tilde{V}|$ o semplicemente con V l'ampiezza della tensione e $|\tilde{I}|$ oppure I quella della corrente) e l'angolo di sfasamento φ , si ha

$$P = \frac{1}{2}VI \cos \varphi, \quad Q = \frac{1}{2}VI \sin \varphi$$

oppure, utilizzando i valori efficaci

$$P = V_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi, \quad Q = V_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \sin \varphi$$

dai cui si ha anche

$$\frac{Q}{P} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi, \quad Q = \tan \varphi P$$

Con i dati già calcolati risulta più semplice utilizzare questa seconda definizione, dove per calcolare la corrente è sufficiente

$$I_{\text{eff}} = |\tilde{I}_{\text{eff}}| = \left| \frac{\tilde{V}_{\text{eff}}}{Z} \right| = \frac{|\tilde{V}_{\text{eff}}|}{|Z|} = \frac{V_{\text{eff}}}{|Z|} \approx \frac{220}{38.7} \text{A}_{\text{RMS}} \approx 5.68 \text{A}_{\text{RMS}}$$

Per il circuito in esame si ha quindi

$$P = V_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi \approx 1000 \text{ W}, \quad Q = V_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \sin \varphi \approx 750 \text{ VAR}$$

Per rifasare il circuito si connetta una capacità C tra i morsetti A e B . Questa capacità avrà solo una potenza reattiva, pari a

$$Q^C = \frac{1}{2} \frac{-V^2}{X_C} = -\frac{1}{2} \omega C V^2$$

oppure, usando i valori efficaci

$$Q^C = \frac{-V_{\text{eff}}^2}{X_C} = -\omega C V_{\text{eff}}^2$$

dove X_C è la reattanza associata alla capacità.

Per via dell'additività della potenza, nel circuito rifasato la potenza (attiva e reattiva) è la somma delle potenze (attive e reattive) dei singoli circuiti, nell'esercizio in esame il bipolo considerato e la capacità di rifasamento. Indicando con P^R e Q^R potenza attiva e reattiva del circuito una volta rifasato, si ha

$$P^R = P, \quad Q^R = Q + Q^C$$

dove P^R e Q^R devono essere tali che lo sfasamento tra tensione e corrente sia l'angolo φ^R tale che $\cos \varphi^R = 0.95$, ovvero

$$\varphi^R = \arccos 0.95 \approx \begin{cases} 0.317 \text{ rad} \\ 18.2 \text{ deg} \end{cases}, \quad \frac{Q^R}{P^R} = \tan \varphi^R \approx 0.3286$$

da cui

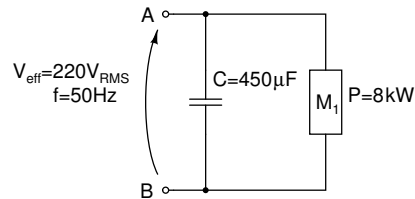
$$Q + Q^C = P \tan \varphi^R \\ Q^C = P \tan \varphi^R - Q \approx 328.6 - 750 \text{ VAR} \approx -421.3 \text{ VAR}$$

Il fatto che la Q^C da collegare al circuito per il rifasamento sia risultata negativa è in accordo col fatto che la potenza reattiva di una capacità sia sempre negativa.

A questo punto è possibile calcolare il valore di C come

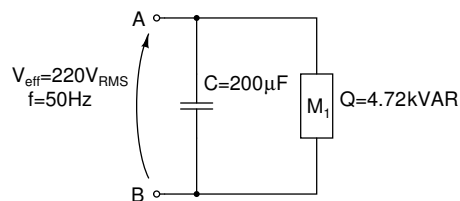
$$C = \frac{-Q^C}{\omega V_{\text{eff}}^2} = \frac{-Q^C}{2\pi f V_{\text{eff}}^2} \approx 27.7 \mu\text{F}$$

Esercizio 9

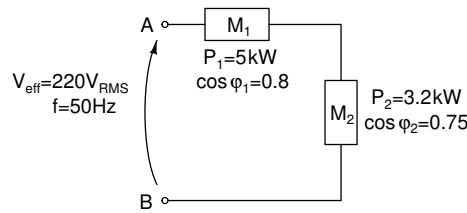


Il motore elettrico M_1 è stato rifasato tramite una capacità $C = 450 \mu\text{F}$ per avere $\cos \varphi = 0.95$. Sapendo che la tensione di rete è $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}_{\text{RMS}}$ ad una frequenza di $f = 50 \text{ Hz}$, e che la potenza attiva assorbita da M_1 vale $P = 8 \text{ kW}$, calcolarne la potenza reattiva.

Esercizio 10

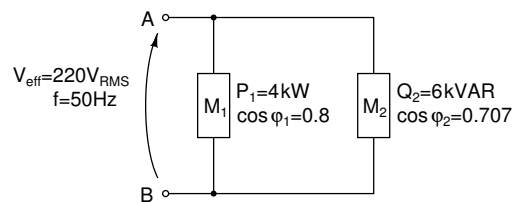


Il motore elettrico M_1 è stato rifasato tramite una capacità $C = 200 \mu\text{F}$ per avere $\cos \varphi = 0.95$. Sapendo che la tensione di rete è $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}_{\text{RMS}}$ ad una frequenza di $f = 50 \text{ Hz}$, e che la potenza reattiva di M_1 è $P = 4.72 \text{ kVAR}$, calcolare la potenza attiva assorbita.

Esercizio 11

Due motori M_1 e M_2 funzionano in serie. Il primo sviluppa una potenza $P_1 = 5 \text{ kW}$ con $\cos \varphi_1 = 0.8$, mentre il secondo una potenza $P_2 = 3.2 \text{ kW}$ con $\cos \varphi_2 = 0.75$. Sapendo che la tensione di rete è $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}_{\text{RMS}}$ ad una frequenza di $f = 50 \text{ Hz}$, determinare:

- l'angolo φ di sfasamento tra la tensione e la corrente assorbita;
- quale capacità deve essere collegata ai morsetti A e B per rifasare il carico complessivo in modo da avere $\cos \varphi = 0.95$.

Esercizio 12

Due motori M_1 e M_2 funzionano in parallelo. Il primo sviluppa una potenza $P_1 = 4 \text{ kW}$ con $\cos \varphi_1 = 0.8$, mentre il secondo ha una potenza reattiva $Q_2 = 6 \text{ kVAR}$ con $\cos \varphi_2 = 0.707$. Sapendo che la tensione di rete è $V_{\text{eff}} = 220 \text{ V}_{\text{RMS}}$ ad una frequenza di $f = 50 \text{ Hz}$, determinare:

- l'angolo φ di sfasamento tra la tensione e la corrente assorbita;
- quale capacità deve essere collegata ai morsetti A e B per rifasare il carico complessivo in modo da avere $\cos \varphi = 0.95$.