

## Prova di Complementi di Analisi del 25 luglio 2018

**Esercizio 1** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x + \pi & \text{se } x \in [0, \pi] \\ -x & \text{se } x \in [-\pi, 0]. \end{cases}$$

Calcolare il suo sviluppo in serie di Fourier.

**Esercizio 2** Data la funzione  $g(x, y)$

$$g(x, y) = 2yx + 2y$$

calcolare  $F'(x)$  dove  $F(x)$  definito da

$$F(x) = \int_{x+1}^{x+2} g(x, y) dy$$

**Esercizio 3** Risolvere, al variare di  $k \in \mathbb{R}$

$$y''(x) + ky'(x) = \exp(x)$$

Risolvere il problema di Cauchy.

$$\begin{aligned} y''(x) + y'(x) &= \exp(x) \\ y(0) &= 1, \\ y'(0) &= 1 \end{aligned}$$

**Esercizio 4** Risolvere utilizzando la trasformata di Laplace il sistema

$$\begin{aligned} y'(t) &= 2x(t) - y(t) & x(0) &= 1 \\ x'(t) &= 2y(t) - x(t) & y(0) &= 2 \end{aligned}$$

**Esercizio 5** Risolvere nei complessi .

$$z^2 + 4z + 1 = 0, \quad z^5 - 1 = 0.$$