

## Prova di Complementi di Analisi del 23 settembre 2016

**Esercizio 1** Sia data la funzione  $f(x)$  definita come

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & \text{se } x \in [-\pi, \frac{-\pi}{2}] \\ x^2 & \text{se } x \in [\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}], \frac{\pi}{2} & \text{se } x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$$

Calcolare il suo sviluppo in serie di Fourier.

**Esercizio 2** Data la funzione  $f(x, y) = 2xy + 2x^2y$ , calcolare  $F'(x)$ , dove la  $F(x) = \int_{2x^2}^{x+2} f(x, y) dy$

Verificare che il risultato che si ottiene mediante la nota formula coincide con il calcolo diretto della  $F'(x)$

**Esercizio 3** Risolvere al variare di  $k \in \mathbb{R}$  l'equazione  $y'''(x) + y' = e^{k*x}$

Risolvere il problema di Cauchy.

$$(1) \quad \begin{aligned} y'''(x) + y'(x) &= e^x \\ y(0) &= 2 \\ y'(0) &= \frac{1}{2} \\ y''(0) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Esercizio 4** Risolvere in  $\mathbb{C}$   $z^2 - 4\bar{z} + 12 = 0$ .

Risolvere  $z^3 = (\bar{z})^2$  scrivendo in maniera esplicita le soluzioni.

**Esercizio 5** Date le funzioni  $g(x) = 1$  se  $0 < x < 1$  e 0 altrimenti calcolare al convoluzione  $(g * g)(t)$ , sia  $f(t) = g(t - 1)$  calcolare  $(f * g)(t)$ . Che relazione esiste tra i due risultati?