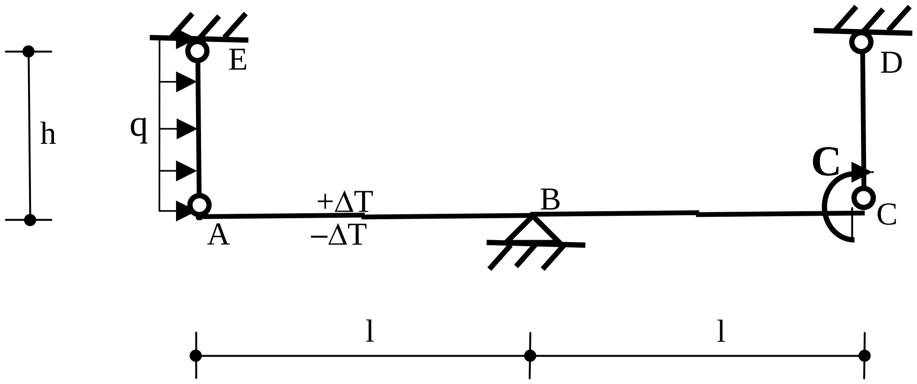
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
SECONDA PROVA SCRITTA IN ITINERE DI STATICA
FERRARA, 28/11/2007

B

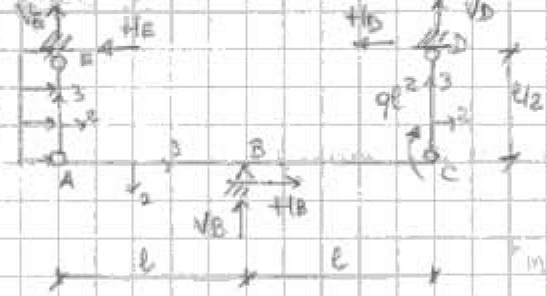


$l = 2$ m, $h=1$ m, $q = 2$ t/m, $C=ql^2$,
$E = 2.1\ 10^6$ kg/cm^2, $\alpha = 10^{-5}$ °C^{-1}, $\Delta T = 20$ °C

La travatura iperstatica di figura è realizzata con profilati IPE 270 ($I_1 = 5790$ cm^4, area A=45.9 cm^2, altezza della sezione H=270 mm).

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza dei carichi q e C e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M). È possibile trascurare le deformazioni assiali.
2. Calcolare la rotazione del nodo C.
3. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche il carico termico nel tratto AB e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M).

B1)



$q = 2000$ kg/m
$l = 2$ m
$ql = 4000$ kg
$ql^2 = 8000$ kgm

Eq.ni ausiliarie:

$(A\circlearrowleft)_{AE} \quad H_E \cancel{l} = q \cancel{l} \frac{l}{4} \rightarrow H_E = q\frac{l}{4}$

$(C\circlearrowleft)_{CD} \quad H_D \frac{l}{2} = 0 \rightarrow H_D = 0$

Eq.ni cardinali della Statica:

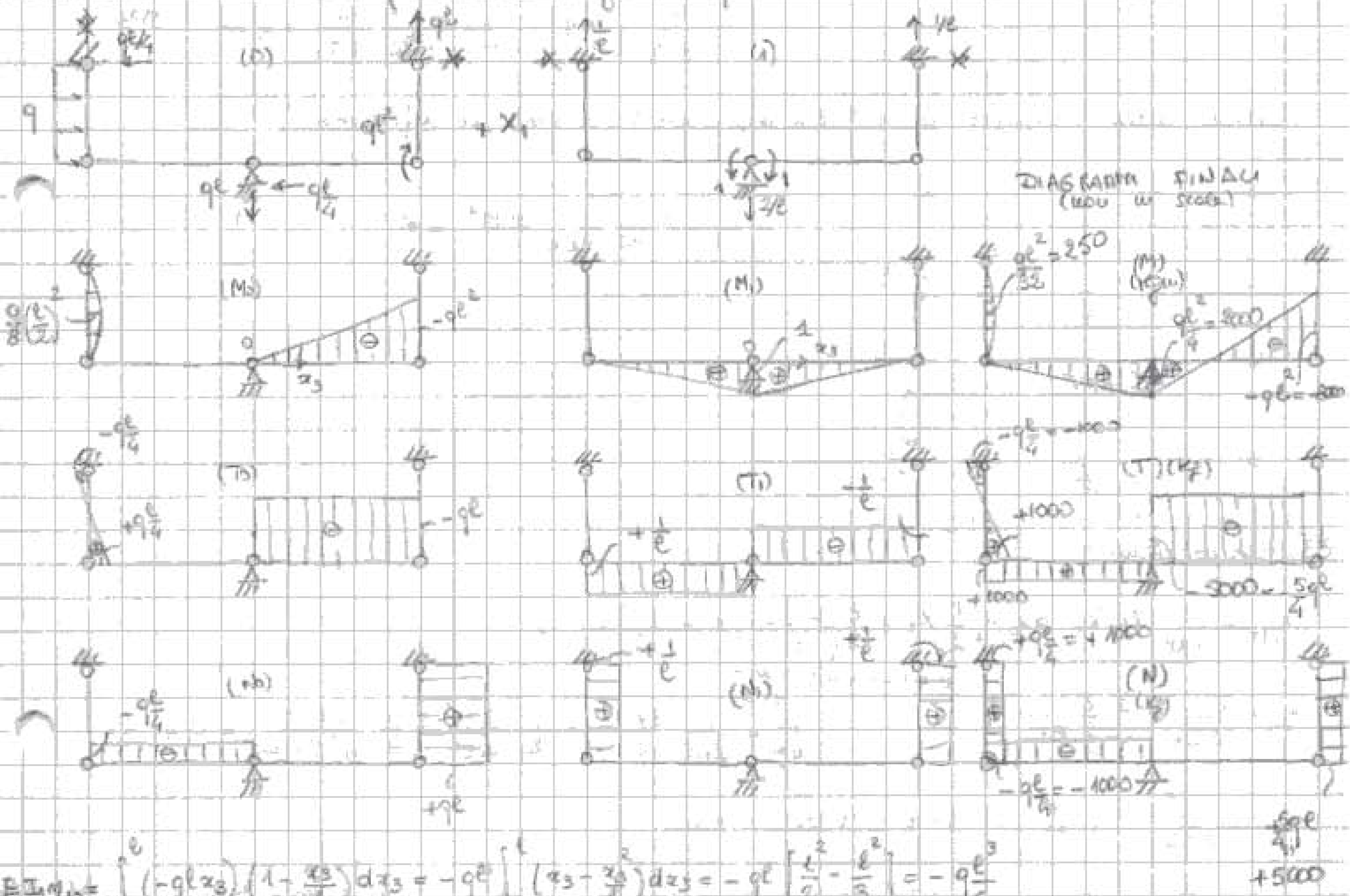
$(\rightarrow) \quad H_B = q\frac{l}{4} - q\frac{l}{2} = -q\frac{l}{4}$

$(\uparrow) \quad V_E + V_B + V_D = 0$

$(B\circlearrowleft) \quad V_D l - ql^2 - V_E l - q\frac{l}{\cancel{2}}\frac{\cancel{l}}{4} + q\frac{\cancel{l}}{4}\frac{l}{2} = 0$

due eq.ni e tre incognite

La travatura è una volta iperstatica. Incognita iperstatica: $X_1 = M_B$.



$$EI_1 \eta_{10} = \int_0^l (-ql x_3)\left(1 - \frac{x_3}{l}\right) dx_3 = -ql \int_0^l \left(x_3 - \frac{x_3^2}{l}\right) dx_3 = -ql\left[\frac{l^2}{2} - \frac{l^2}{3}\right] = -q\frac{l^3}{6}$$

$$EI_1 \eta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{3} l$$

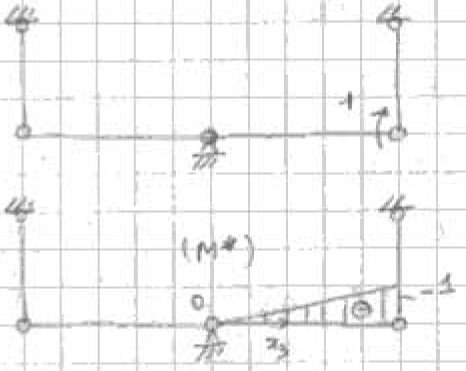
$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = q\frac{l^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{6}_2}\frac{\cancel{3}}{2\cancel{l}} = q\frac{l^2}{4} = 2000 \text{ kgm}$$

$$T_B^+ = -ql - q\frac{l}{4} = -\frac{5}{4}ql = -5000 \text{ kg}$$

B2) Rotazione in C

La rotazione è diversa nelle sezioni C^- e C^+

Calcolo della rotazione in C^- (si assumono trascurabili le def. assiali):



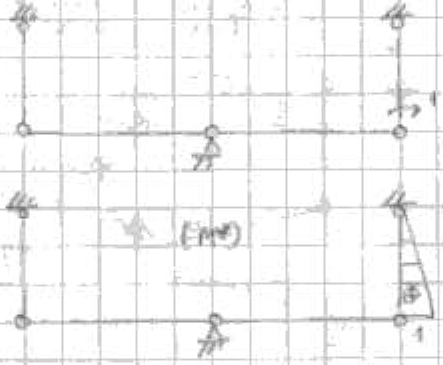
$$1\cdot\varphi_{C^-} = \frac{1}{EI_1}\int_{BC} MM^*$$

$$= \frac{1}{EI_1}\int_0^\ell \left(\frac{q\ell^2}{4}-\frac{5}{4}q\ell x_3\right)\left(-\frac{x_3}{\ell}\right)dx_3$$

$$= \frac{q\cancel{\ell}}{4\cancel{\ell}EI_1}\int_0^\ell \left(5q x_3^2-\ell x_3\right)dx_3$$

$$= \frac{q}{4EI_1}\left[\frac{5}{3}q\ell^3-\frac{\ell^3}{2}\right] = \frac{7}{24}\frac{q\ell^3}{EI_1} = 0{,}22^0$$

Calcolo della rotazione in C^+ (si assumono trascurabili le def. assiali):



$$1\cdot\varphi_{C^+} = \frac{1}{EI_1}\int_{CD} MM^* = 0$$

B3) Carico termico

$$\eta_{1T} = \int_{AB} M_1\chi_t\,dx_3 = \frac{\ell}{2}\chi_t = \frac{\ell}{2}\left(-\frac{2\Delta T\alpha}{H}\right) = -\frac{\alpha\Delta T\ell}{H}$$

$$\eta_{11} = \frac{2\ell}{3EI_1} + \cancel{2\frac{\ell}{2}\frac{1}{EA}\frac{1}{\ell^2}}$$

trascurabile ? ...

$$\frac{\eta_{11}^N}{\eta_{11}^M} = \frac{1}{\cancel{E}A\ell}\frac{3\cancel{E}I_1}{2\ell} = \frac{3}{2}\frac{I_1}{A\ell^2} = \frac{3}{2}\frac{5780}{45.9\cdot 200^2} = 0.47\%$$

$$\eta_{10} = -\frac{q\ell^3}{6EI_1} \quad (\eta_{10}^N \text{ si tiene trascurabile})$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{1T}}{\eta_{11}} - \frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = +\frac{\alpha\Delta T\cancel{\ell}}{H}\frac{3EI_1}{2\cancel{\ell}} + \frac{q\ell^2}{4} = \frac{10^{-5}\cdot 20\cdot 3\cdot 2{,}1\cdot 10^6\cdot 5780}{2\cdot 27}\cdot 10^{-2} + 2000 \text{ kgm} = 1351 + 2000 \text{ kgm} = 3351 \text{ kgm}$$

DIAGRAMMI FINALI DEL PUNTO B3
(non in scala)