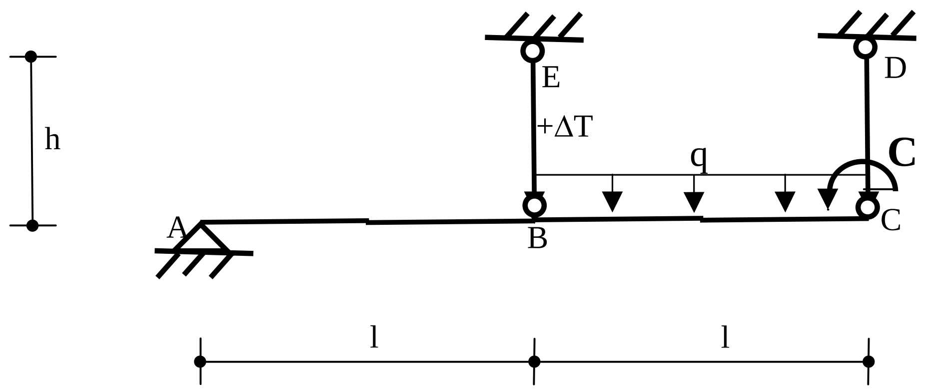
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
SECONDA PROVA SCRITTA IN ITINERE DI STATICA
FERRARA, 28/11/2007

A

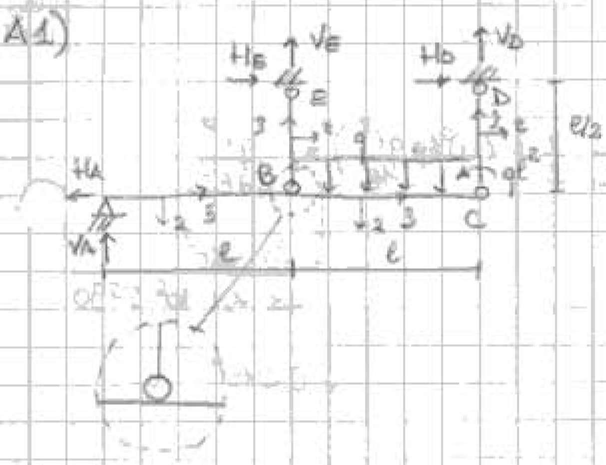


l = 2 m, h=1 m, q = 2 t/m, $C=ql^2$,
E = 2.1 10^6 kg/cm^2, α= 10^{-5} °C^{-1}, ΔT = 20 °C

La travatura iperstatica di figura è realizzata con profilati IPE 270 (I_1 = 5790 cm^4, area A=45.9 cm^2, altezza della sezione H=270 mm).

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza dei soli carichi q e C e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M). È possibile trascurare le deformazioni assiali.
2. Calcolare la rotazione del nodo B.
3. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche il riscaldamento uniforme ΔT del tratto BE e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M).

A1)



Eq.ni ausiliarie:

$(B\circlearrowright)_{BE}$ $\quad H_E \frac{l}{2} = 0 \rightarrow H_E = 0$

$(C\circlearrowright)_{CD}$ $\quad H_D \frac{l}{2} = ql^2 \rightarrow H_D = 2ql$

Eq.ni cardinali:

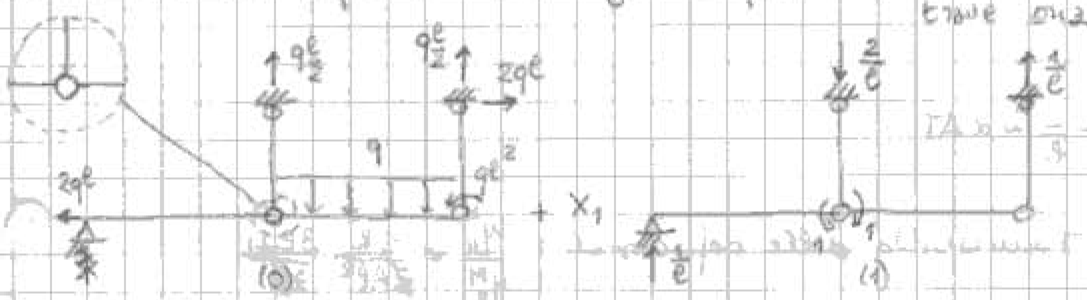
$(\rightarrow) \quad H_A = H_D + \cancel{H_E}^{0} = 2ql$

$(\uparrow) \quad V_A + V_E + V_D = ql$

$(A\circlearrowright) \quad V_E l + V_D 2l = \frac{3}{2}ql^2$

} due equaz. e tre incognite.

Trattasi una volta iperstatica - Incognita iperstatica: il momento flettente in B nella trave orizzontale ABC.



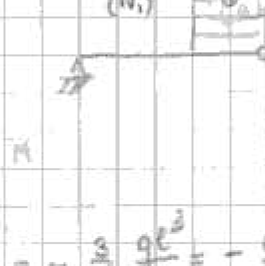
DIAGRAMMI FINALI (A.1)

$EI_1 \eta_{10} = \frac{ql^3}{24}$ $\quad \rightarrow X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = -\frac{3}{2l}\frac{ql^3}{24} = -\frac{ql^2}{16} = -500$ kg m

$EI_1 \eta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{3} l$

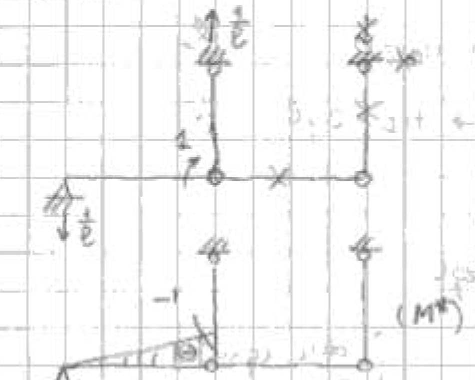
$T_C^+ = q\frac{l}{2} + \frac{ql}{16} = \frac{9}{16}ql$

$T_C^- = -q\frac{l}{2} + \frac{ql}{16} = -\frac{7}{16}ql$



$\bar{M} = \frac{1}{2}\frac{49}{256}ql^2 = \frac{49}{512}ql^2$

A2) Rotazione in B



$$1 \cdot \varphi_B = \frac{1}{EI_1}\int_{AB} M M^* = \frac{1}{EI_1}\,\frac{1}{3}\,\ell\,(-1)\left(-\frac{q\ell^2}{16}\right) = \frac{q\ell^3}{48EI_1} = \frac{20\cdot 200^3}{48\cdot 2{,}1\cdot 10^6\; 5790} = 0{,}015°$$

A3) Carico termico

$$\eta_{1T} + \eta_{11}X_1 = -\eta_{10}$$

$$\eta_{1T} = \int_{BE} N_1\,\varepsilon_T\,dx_3 = -\frac{2}{\ell}\,h\,\alpha\,\Delta T$$

$$\eta_{11} = \frac{2\ell}{3EI_1} + \frac{5h}{EA\ell^2}$$ → Trascurabilità delle def. assiali: $$\frac{\eta_{11}^N}{\eta_{11}^M} = \frac{5h}{\cancel{E}A\ell^2}\,\frac{3EI_1}{2\ell} = \frac{15}{2}\,\frac{I_1 h}{A\ell^3} = \frac{15}{2}\,\frac{5790\cdot 100}{45{,}9\cdot 200^3} = 1{,}2\%$$

↳ Il termine η_{11}^N è trascurabile. Si ritiene trascurabile anche η_{10}^N.

Eq.ne di Müller-Breslau

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} - \frac{\eta_{1T}}{\eta_{11}} = -\frac{q\ell^2}{16} + \frac{\cancel{2}\alpha\Delta T h}{\ell}\,\frac{3EI_1}{\cancel{2}\ell} = -\frac{q\ell^2}{16} + \frac{3EI_1\,\alpha\,\Delta T\,h}{\ell^2}$$

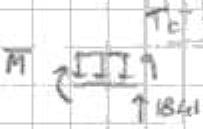
$$= -500 + \left[3\cdot 2{,}1\cdot 10^6\cdot 5790\cdot 10^{-5}\cdot 20\cdot \frac{100}{200^2}\right]\cdot 10^{-2}$$

$$= (-500 + 182)\ \text{kgm} = -318\ \text{kgm}$$

DIAGRAMMI FINALI (PUNTO A3) (non in scala):

$$T_B^+ = 2000 + \frac{318}{2} = 2159\ \text{kg}$$

$$T_C^- = -2000 + \frac{318}{2} = -1841\ \text{kg}$$



$$\overline{M} = 1841\cdot 0{,}92 - \frac{2000}{2}\cdot(0{,}92)^2 = 847\ \text{kgm}$$