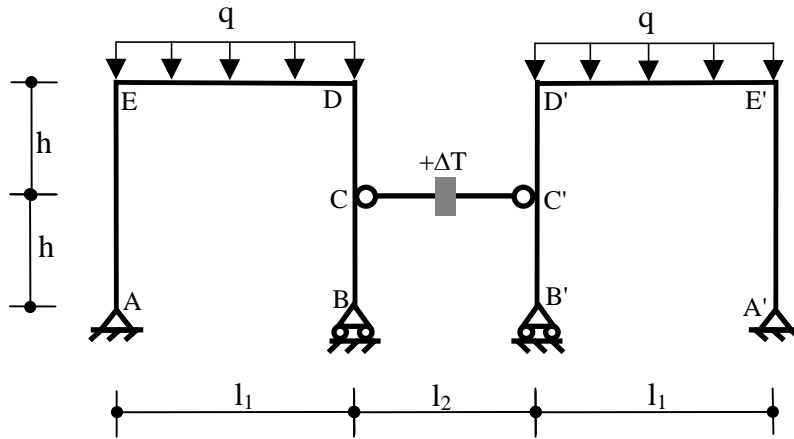


CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
FERRARA, 09/09/2008



$$l_1 = 3 \text{ m}, l_2 = 1 \text{ m}, h = 1.5 \text{ m}, q = 2 \text{ t/m}, \sigma_{AMM} = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

$$E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2, \Delta T = 10^\circ\text{C}, \alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

La travatura iperstatica di figura è realizzata con profilati IPE.

1. Risolvere la travatura in presenza del solo carico q e disegnare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N , T , M).
2. Progettare la travatura.
3. Calcolare la rotazione in D .
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche il carico termico nel tratto CC' . Disegnare i nuovi diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N , T , M).



$l = 1m ; q = 2000 \text{ kg/m}$
 La truttura è geometricamente simmetrica e caricata in modo simmetrico. Le reazioni vincolari sono pertanto disposte in modo simmetrico.

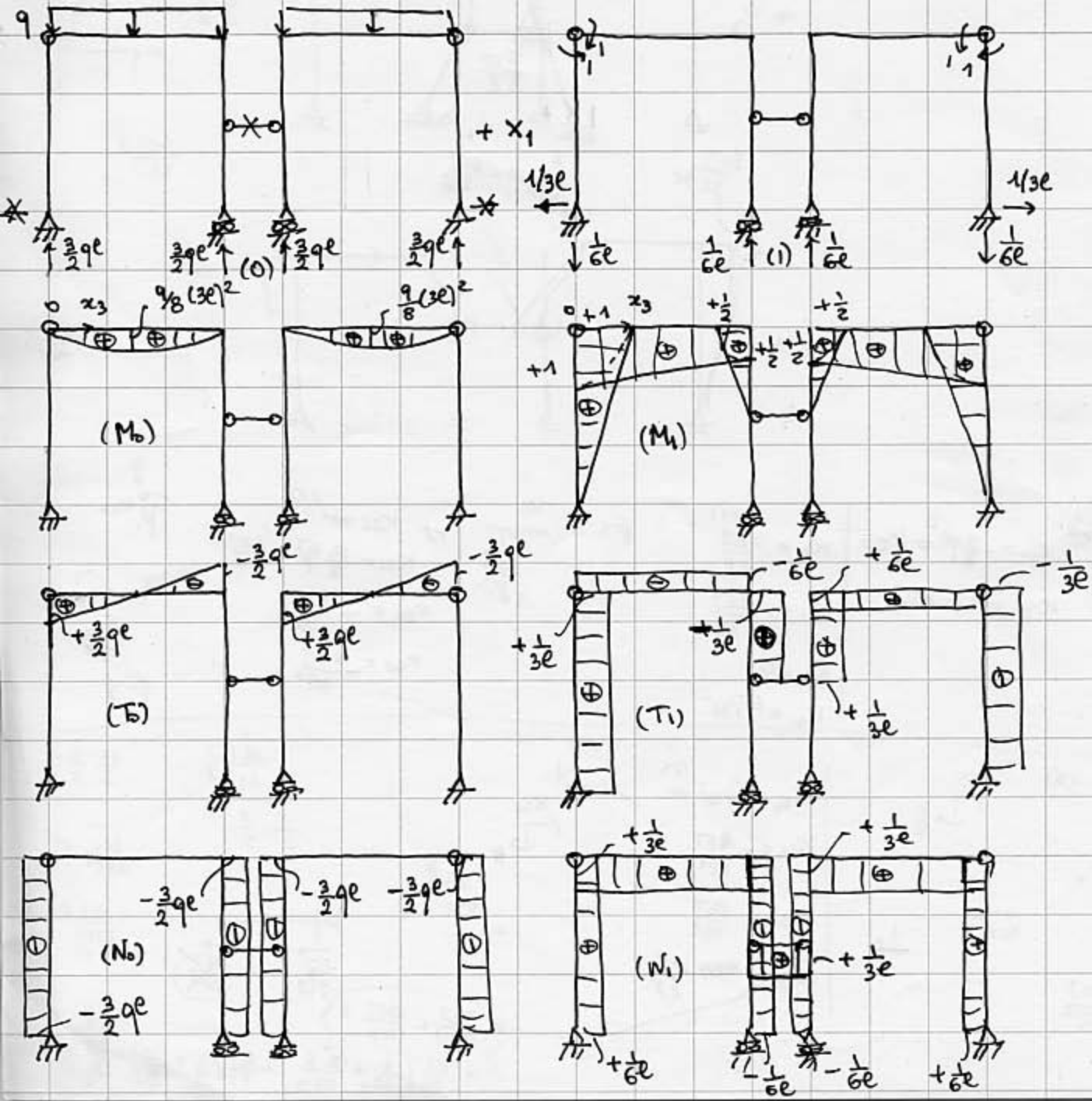
Eq. ni cardinali della Statica: $H_A = H_{A'}$
 $2V_A + 2V_B = 6qe \quad (*)$

(I) $V_A \frac{7}{2}e - V_B \frac{7}{2}e + V_B e - V_B e + 2qe^2 - 2qe^2 = 0$

Eq. me della scissura in C(C'): (C') ABCEDE $3qe \frac{3}{2}e - V_A \frac{3}{2}e - H_A \frac{3}{2}e = 0 \quad (**)$

La truttura è Δ scelta iperstatica (tre incognite: H_A, V_A, V_B e due eq. ni: (*) e (**)).

Successiva iperstatica: il momento flettente in E, M_E .



$$EI_1 \eta_{10} = q \cdot \int_0^{3e} \left(\frac{3}{2} q l x_3 - \frac{9}{2} x_3^2 \right) \left(1 - \frac{x_3}{6e} \right) dx_3$$

$$= \int_0^{3e} \left(3qlx_3 - \frac{3qlx_3^2}{2} - 9x_3^2 + \frac{9x_3^3}{6e} \right) dx_3 = \int_0^{3e} \left(3qlx_3 - \frac{3}{2} q x_3^2 + \frac{9x_3^3}{6e} \right) dx_3$$

$$= \left[3ql \frac{x_3^2}{2} - \frac{3}{2} q \frac{x_3^3}{3} + \frac{9x_3^4}{24e} \right]_0^{3e} = \frac{3}{2} ql 9e^2 - \frac{9}{2} 27e^3 + \frac{81qe^4}{24e} = ql^3 \left(\frac{27}{2} - \frac{27}{2} + \frac{27}{8} \right)$$

$$= \frac{27}{8} ql^3$$

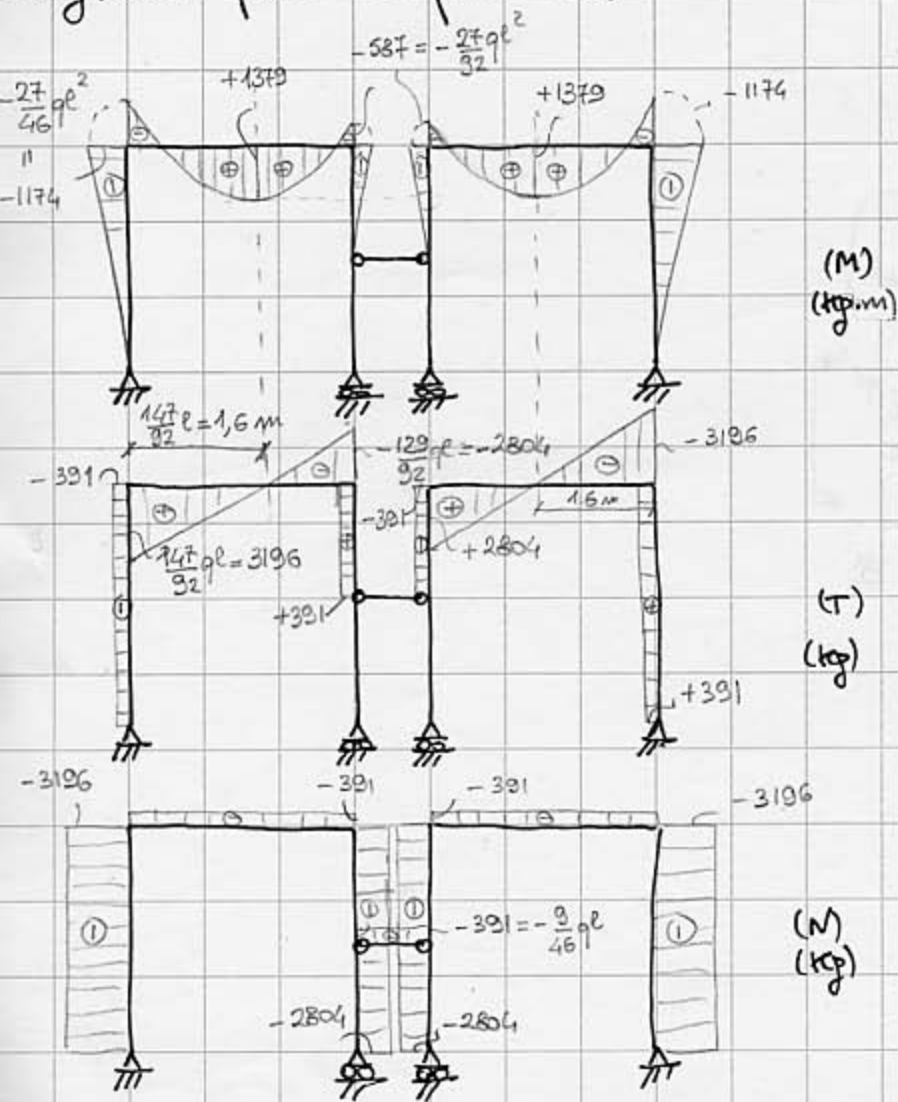
$$EI_1 \eta_{11} = q \cdot \left[\frac{1}{3} 3e \cdot 1^2 + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{2} e \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \int_0^{3e} \left(1 - \frac{x_3}{6e} \right)^2 dx_3 \right]$$

$$= 2 \left[e + \frac{e}{8} + \int_1^{1/2} z^2 (-6e dz) \right] = 2 \left\{ \frac{9}{8} e - 6e \int_1^{1/2} z^2 dz \right\} = 2 \left\{ \frac{9}{8} e - \frac{6e}{3} \left[\frac{1}{3} - 1 \right] \right\}$$

$$= 2e \left[\frac{9}{8} + \frac{2 \cdot 7}{8} \right] = \frac{23}{4} e$$

$$X_1 = -\eta_{10} / \eta_{11} = -\frac{27}{8} ql^3 \cdot \frac{4}{23e} = -\frac{27}{46} ql^2 = -1174 \text{ kgm}$$

Diagrammi finali del punto (1):



Calcoli

$$\cdot T_E = \frac{3}{2} ql + \frac{27}{46} \cdot \frac{1}{2} ql = \frac{147}{92} ql$$

$$\cdot T_B = -\frac{3}{2} ql + \frac{27}{46} \cdot \frac{1}{6} ql = -\frac{129}{92} ql = -2804 \text{ kg}$$

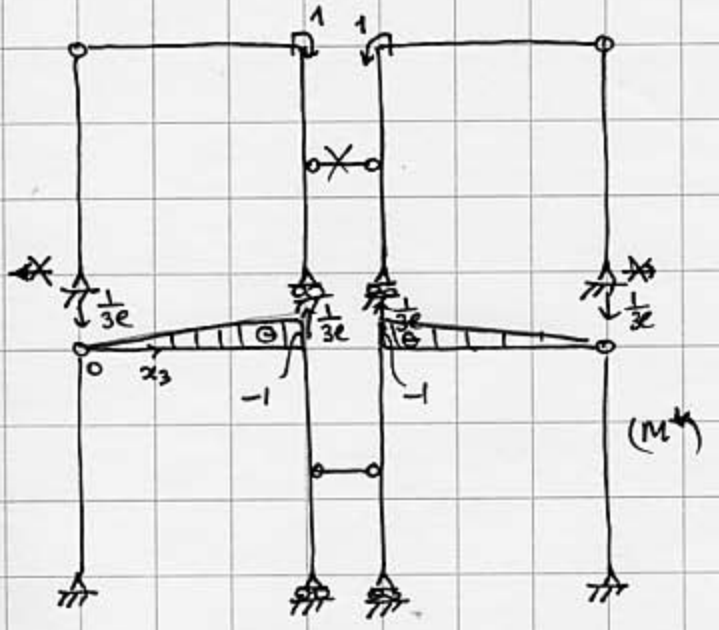
$$M = -\frac{27}{46} ql^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{147}{92} \right)^2 ql^2$$

$$= 1379 \text{ kgm}$$

$$N_{cc1} = -\frac{27}{46} ql \cdot \frac{1}{3} = -391 \text{ kg}$$

2) $W_1 \geq \frac{1379 \cdot 100}{2400} \text{ cm}^3 = 57.4 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{IPE 140} : A = 16.4 \text{ cm}^2$
 $(W_1 = 77.3 \text{ cm}^3) \quad I_1 = 541 \text{ cm}^4$

3) Rotazione in D



SIMMETRIA

PLV: $L_e = 1 \cdot \varphi_D + 1 \cdot \varphi_{D'} = 2 \cdot \varphi_D$

$L_i = \frac{1}{EI_1} \cdot 2 \int_0^{3e} \left(-\frac{x_3}{3e}\right) \left(-\frac{27}{46} qe^2 + \frac{147}{92} q x_3 - \frac{93x_3^2}{2}\right) dx_3$

$= \frac{2}{EI_1} \cdot \left(-\frac{99}{184} qe^3\right) = -\frac{99}{92} \frac{qe^3}{EI_1}$

$L \rightarrow \varphi_D = -\frac{99}{184} \frac{qe^3}{EI_1}$

4) Carico termico

$M_{11e} + M_{11} X_1 = -M_{10}$

$M_{11e} = \alpha \cdot \frac{1}{3e} \alpha \Delta T = \frac{\alpha \Delta T}{3}$

$X_1 = -\frac{M_{10}}{M_{11}} - \frac{M_{11e}}{M_{11}} = -\frac{27}{46} qe^2 - \frac{\alpha \Delta T EI_1}{3} \frac{4}{23}$

$= -1174 - \left(\frac{10^{-5} \cdot 10 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 541 \cdot 4}{3 \cdot 23} \right) \cdot \frac{1}{100} \text{ kg/cm}$

$= -1174 - 66 \text{ kg/cm} = -1240 \text{ kg/cm}$

Sforzo normale sulle travi: $X_1/3e = -413 \text{ kg/cm}$, che si discosta di poco dal valore trovato al punto 1. I diagrammi di M, T, N in presenza delle del carico termico non sono significativamente diversi da quelli calcolati al punto 1.