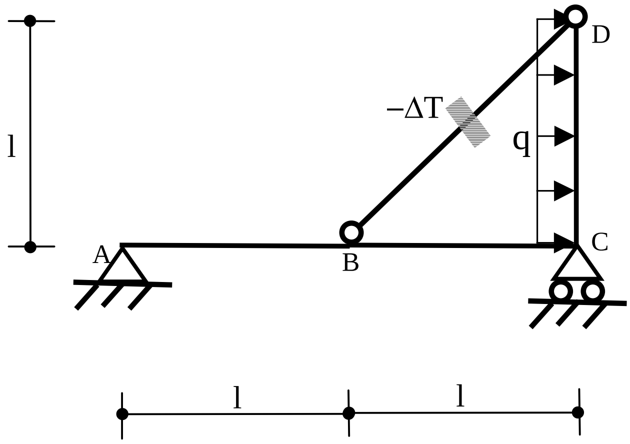
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
FERRARA, 09/01/2009

B

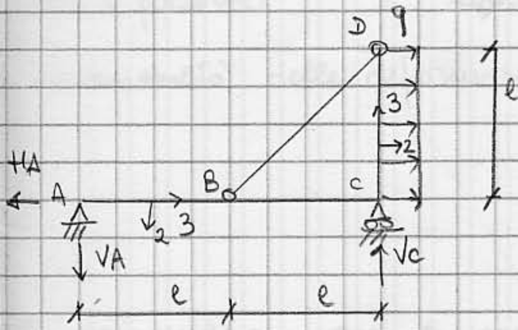


l = 3 m, q = 1 t/m,
σ_{AMM} = 2400 kg/cm^2 , E = 2.1 10^6 kg/cm^2
ΔT= 20°C, α = 10^{-5} °C^{-1}

La travatura iperstatica di figura è realizzata con profilati IPE.

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza del solo carico q e disegnare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N, T, M).
2. Progettare la travatura.
3. Calcolare la rotazione del nodo B.
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche il carico termico nella biella BD. Disegnare i nuovi diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N, T, M) comprensivi sia di q che del carico termico.

B.1)



(→) $H_A = q\ell$

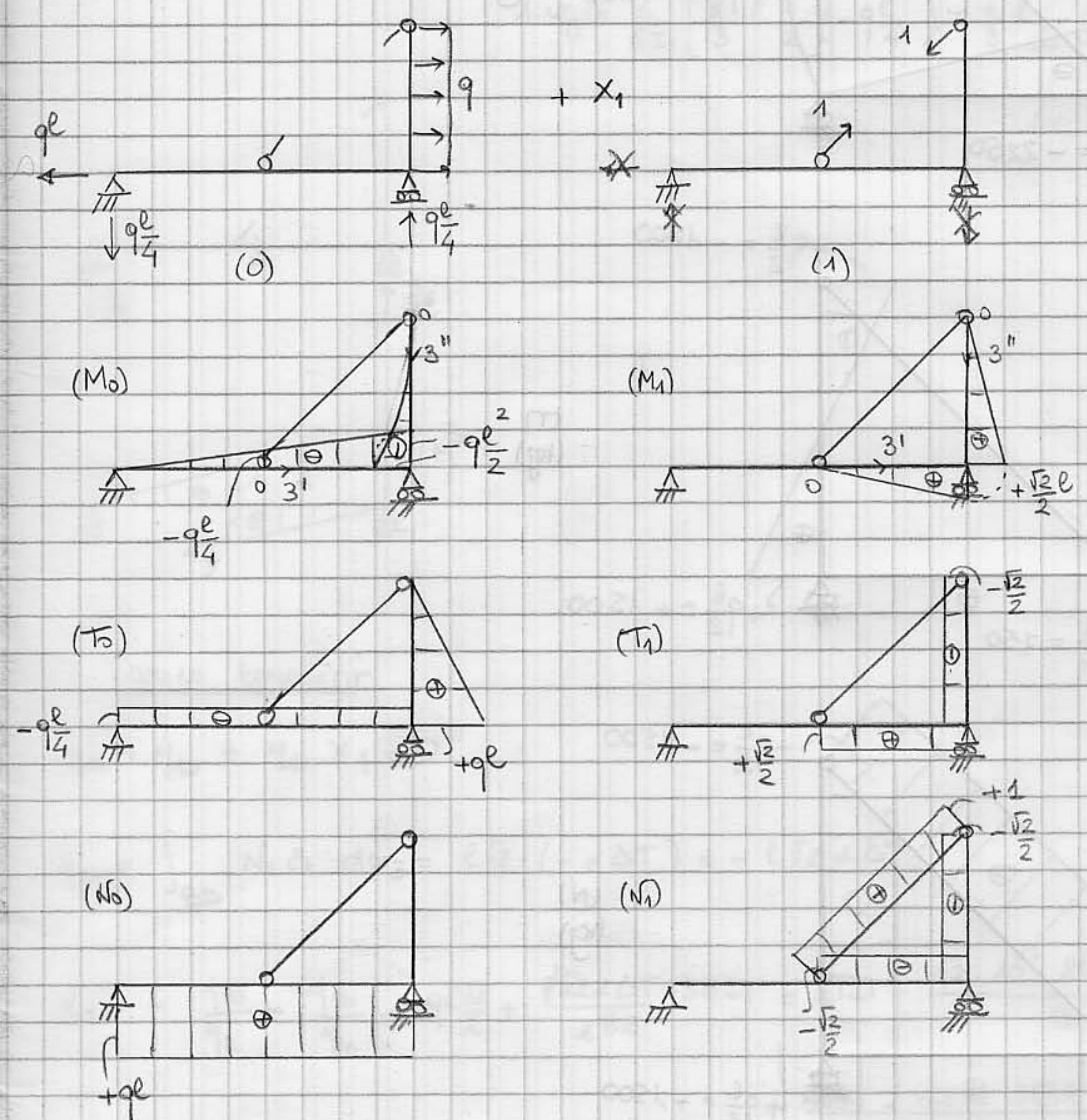
(↑) $V_A = V_C$

(A↺) $V_C\, 2\ell = q\frac{\ell^2}{2}$

$$\begin{cases} H_A = q\ell \\ V_A = V_C = q\frac{\ell}{4} \end{cases}$$

La travatura è isostatica per vincoli esterni.

Internamente è una volta iperstatica: $X_1 = N_{BD}$.



Eq.ne di Müller-Breslau: $0 = \eta_{10} + \eta_{11} X_1$

$$EI_1\eta_{10} = \int_0^{\ell}\left(-q\frac{\ell^2}{4} - q\frac{\ell}{4}x_3'\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x_3'\right)dx_3' + \int_0^{\ell}\left(-q\frac{x_3''^2}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x_3''\right)dx_3''$$

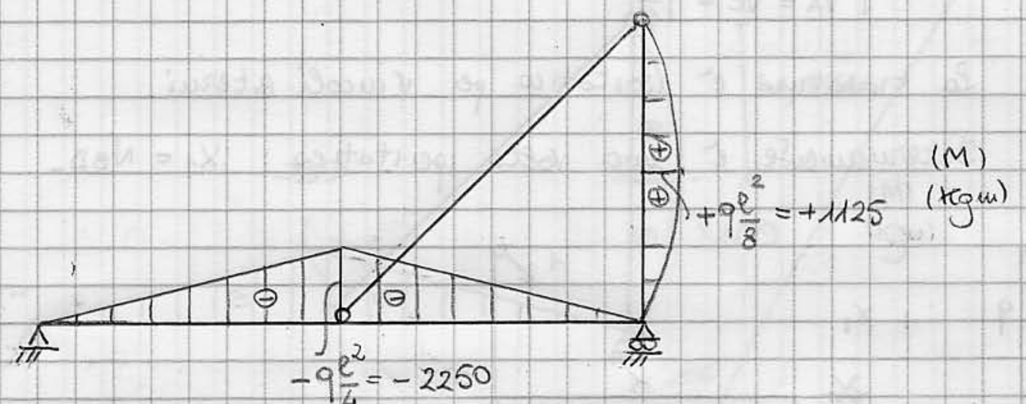
$$= -q\frac{\ell}{4}\frac{\sqrt{2}}{2}\int_0^{\ell}\left(\ell x_3' + x_3'^2\right)dx_3' - q\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{\ell^4}{4} = -q\ell\frac{\sqrt{2}}{8}\left(\frac{\ell^3}{2}+\frac{\ell^3}{3}\right) - q\ell^4\frac{\sqrt{2}}{16} = -q\frac{\ell^4\sqrt{2}}{8}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)$$

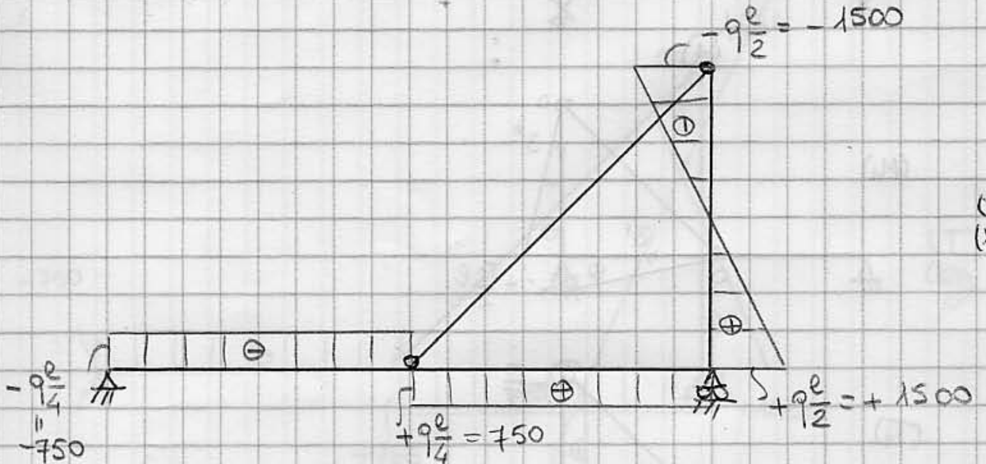
$$= -\frac{\cancel{4}}{3}q\ell^4\frac{\sqrt{2}}{\cancel{8}\,2} = -q\ell^4\frac{\sqrt{2}}{6}$$

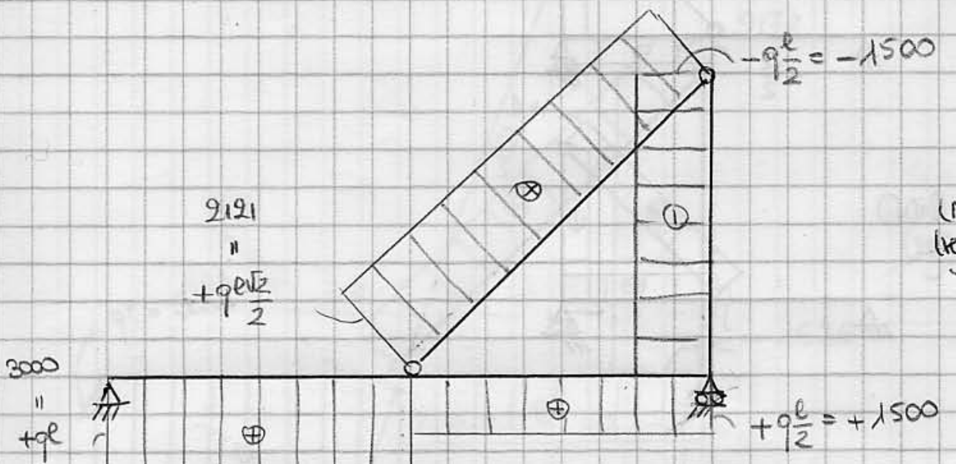
$$EI_1\eta_{11} = \cancel{2}\cdot\frac{1}{3}\ell\left(\frac{\sqrt{2}\ell}{\cancel{2}}\right)^2 = \frac{\ell^3}{3}$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = q l^{4} \frac{\sqrt{2}}{6}\,\frac{3}{l^3} = \frac{q l \sqrt{2}}{2} = 2121 \text{ kg}$$

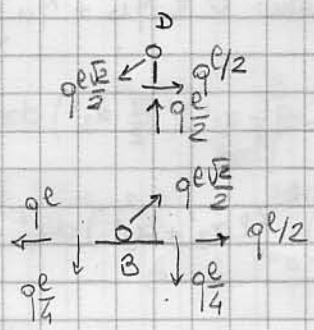
Diagrammi quotati:







$$M_C = -q\frac{l^2}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} l X_1 = -q\frac{l^2}{2} + \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2} l \, \frac{q l \cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} = 0$$



$$T_{C^+} = q l - \frac{\sqrt{2}}{2} X_1 = q l - q\frac{l}{2} = q\frac{l}{2}$$

$$T_D = -\frac{\sqrt{2}}{2} X_1 = -q\frac{l}{2}$$

A.2) Progetto (solo a flessione): $W_1 \geq \frac{2250 \cdot \cancel{100}}{24\cancel{00}} = 93,75\ cm^3$ IPE 160 $\begin{cases} A = 20,1\ cm^2 \\ I_1 = 869\ cm^4 \end{cases}$

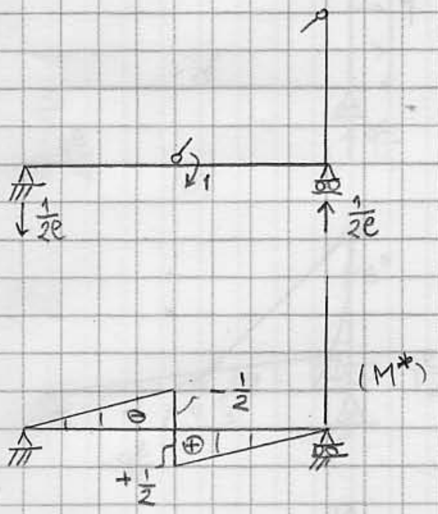
Trascurabilità delle deformazioni assiali: $\frac{\eta_{11}^N}{\eta_{11}^M} = (\sqrt{2}\cdot 1 + 2\cdot\frac{1}{2})\frac{\ell}{\cancel{E}A}\cdot\frac{3\cancel{E}I_1}{\ell^3}$

$= (1+\sqrt{2})\frac{3I_1}{A\ell^2} = 0,35\%$

Le deformazioni assiali sono trascurabili.

A.3) Rotazione in B

$$1\cdot\varphi_B = \frac{1}{EI_1}\left[\frac{1}{3}\ell\frac{1}{2}\left(-q\frac{\ell^2}{4}\right) + \frac{1}{3}\ell\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-q\frac{\ell^2}{4}\right)\right] = 0$$



A.4) Carico termico

$\eta_{1t} + \eta_{10} + \eta_{11}X_1 = 0$

$\eta_{1t} = \int_{BD} N_1\varepsilon_t\, dx_3 = \ell\sqrt{2}\cdot(-\alpha\Delta T) = -\ell\sqrt{2}\alpha\Delta T$

$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} - \frac{\eta_{1t}}{\eta_{11}} = q\ell\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\cancel{\ell}\sqrt{2}\alpha\Delta T}{\ell^{\cancel{3}2}}3EI_1 = 2121 + \frac{\sqrt{2}\cdot 10^{-5}\cdot 20\cdot 3\cdot 2,1\cdot 10^{\cancel{6}\,2}\cdot 869}{9\cdot\cancel{10^4}}$

$= 2121 + 17 = 2138$ kg

I diagrammi si discostano poco da quelli rappresentati al pto (1)