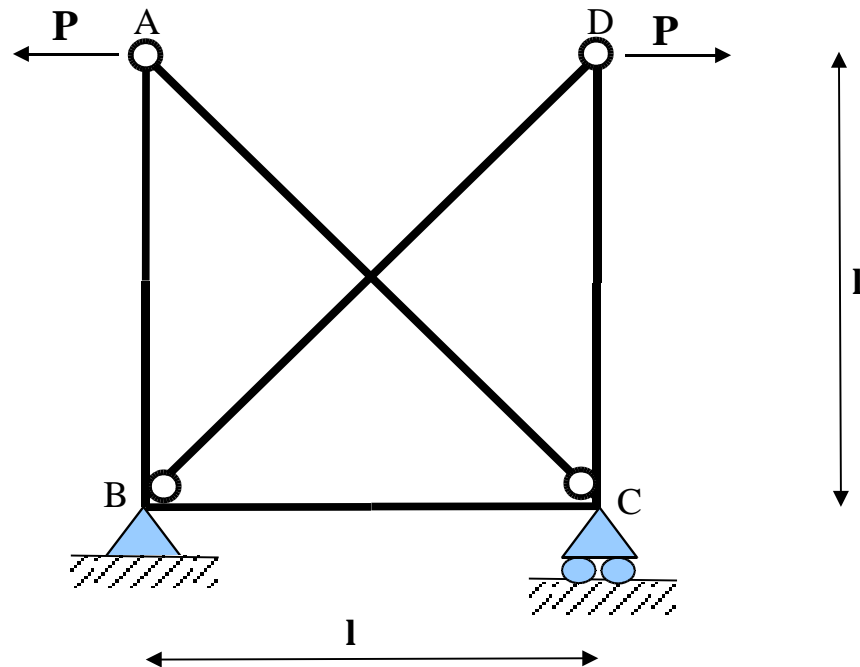


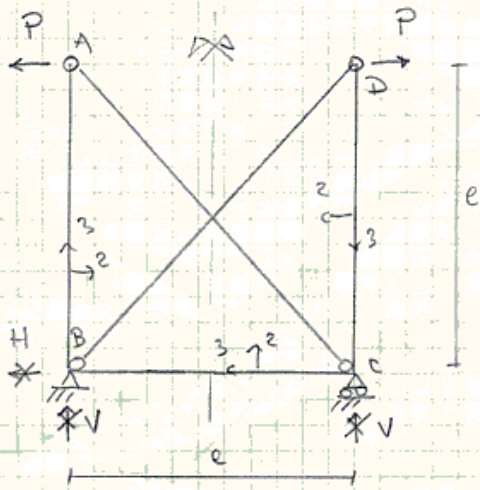
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
14/06/2011



$$l = 2 \text{ m}, \quad P = 40 \text{ kN}, \quad \Delta T = 10^\circ\text{C}$$
$$E = 210 \text{ GPa}, \quad \alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}, \quad \sigma_{\text{amm}} = 240 \text{ MPa},$$

La travatura ABCD in figura deve essere realizzata con profilati IPE mentre le bielle AC e BD sono realizzate con ferri tondi di diametro pari a 4 cm.

- Disegnare i diagrammi quotati delle caratteristiche della sollecitazione in presenza dei soli carichi concentrati P.
- Progettare la travatura ABCD.
- Calcolare lo spostamento orizzontale relativo dei punti A e D.
- Disegnare nuovamente i diagrammi quotati considerando, in aggiunta ai carichi concentrati P, anche un riscaldamento pari a $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ di entrambe le bielle AC e BD.

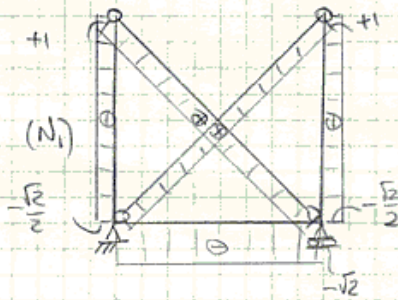
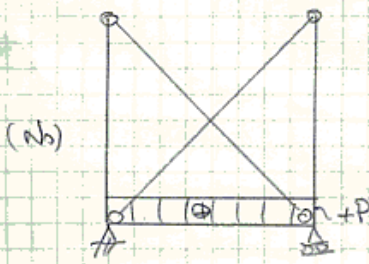
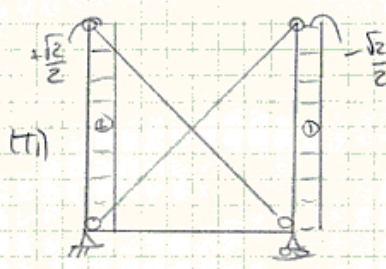
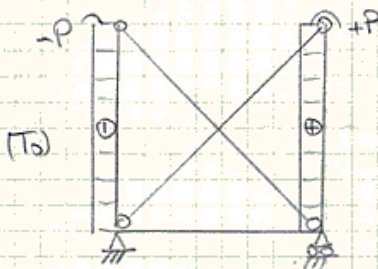
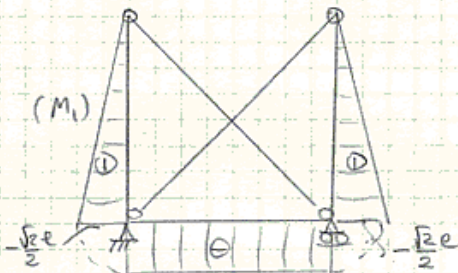
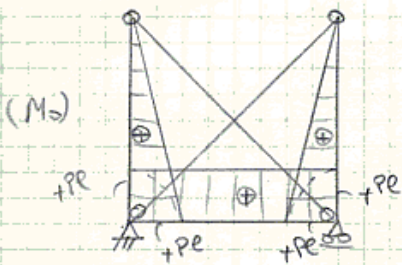
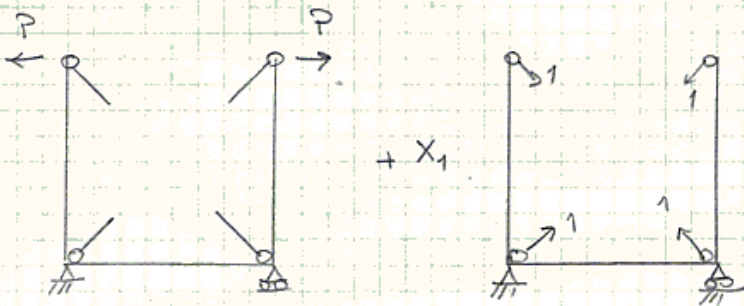


La struttura è simmetrica e caricata in modo simmetrico.

Eq. cardinali della Statica:

$$\begin{cases} H + P - P = 0 \\ V + V = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} H = 0 \\ V = 0 \end{cases}$$

Essenzialmente la struttura è isostatica e le reazioni nodali sono nulle (carico auto-equilibrato). Intenzionalmente la struttura è 2 volte perstatica, ma solo 1 volta staticamente indeterminata per ragioni di simmetria.



$$\eta_{10} = \frac{1}{EI_1} \int_{ABCD} M_1 M_0 dz + \frac{1}{EA_b} \int_{belle} N_1 N_0 dz$$

$$= \frac{1}{EI_1} \left[-\frac{1}{3} \frac{2Pe}{2} \frac{\sqrt{2}e}{2} - \frac{2Pe\sqrt{2}e}{2} \right] + \frac{1}{EA_b} \cdot 0$$

$$= -\frac{1}{EI_1} \frac{5\sqrt{2}Pe^3}{6}$$

NR. Si trascura la deformabilità
angolare delle tralicci ABCD.

$$\psi = \frac{1}{1 + \frac{6\sqrt{2}}{5} \frac{I_1}{A_b e^2}} < 1$$

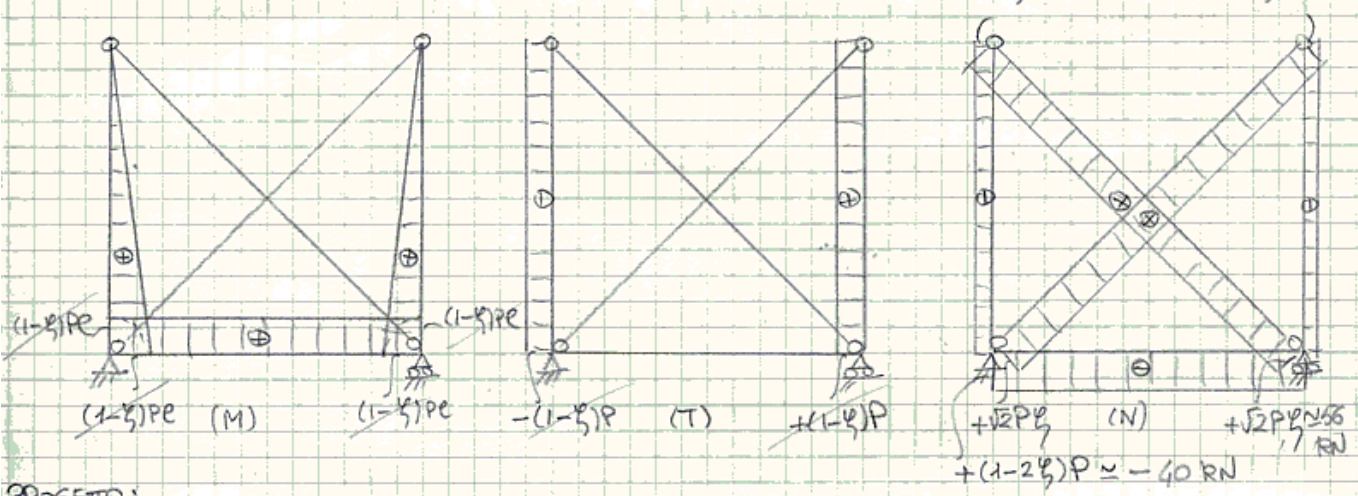
$$\eta_{11} = \frac{1}{EI_1} \int_{ABCD} M_1^2 dz + \frac{1}{EA_b} \int_{belle} N_1^2 dz$$

$$= \frac{1}{EI_1} \left[\frac{2}{3} e \frac{e^2}{2} + 2 \frac{e^2}{2} \right] + \frac{1}{EA_b} [2e\sqrt{2}]$$

$$= \frac{5e^3}{6EI_1} + \frac{2e\sqrt{2}}{EA_b}$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = + \frac{5\sqrt{2}Pe^3}{6EI_1} \frac{1}{\left(\frac{5e^3}{6EI_1} + \frac{2e\sqrt{2}}{EA_b}\right)} = \sqrt{2}P \frac{1}{\left(1 + \frac{6\sqrt{2}}{5} \frac{I_1}{A_b e^2}\right)} = \psi \sqrt{2}P$$

DIAGRAMMI QUOTATI delle C.S.



PROGETTO:

$$\sigma_I = \frac{(2\psi-1)P}{A} + \frac{(1-\psi)Pe}{W_1}$$

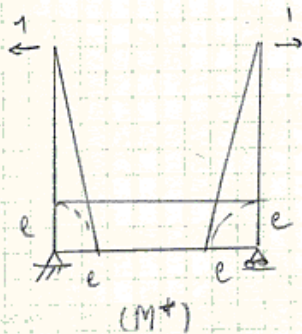
$$\sigma_b = \frac{\psi P \sqrt{2}}{A_{belle}}$$

IPE	A [cm ²]	W ₁ [cm ³]	I ₁ [cm ⁴]	ψ	σ _I [MPa]	σ _b [MPa]
80	7.64	20.03	80.14	0.999	52	45

(< 60MPa) (< 60MPa)

Poiché si è trattato che $\xi = 0,999 \approx 1$, la struttura risulta soggetta essenzialmente a solo sforzo normale.

Essendo inoltre trascurabili le deformazioni assiali delle travi rispetto a quelle flessionali dei lati AB e CD (questo segue dal fatto che $\xi \approx 1$), ci si attende un valore nullo per lo spostamento assiale relativo dei punti A e D.



$$1. \Delta u = \frac{1}{EI_1} \left[2 \cdot \frac{1}{3} \cdot e \cdot (1-\xi)pe + e \cdot (1-\xi)pe \right]$$

$$= \frac{5(1-\xi)pe^2}{3EI_1} \approx 0$$

$\xi \approx 1$

CARICO TERMICO

$$M_{1T} = 2 \cdot e\sqrt{2} \alpha \Delta T$$

$$X_1 = \frac{+ \frac{5\sqrt{2} pe^3}{6 EI_1} - 2e\sqrt{2} \alpha \Delta T}{\frac{5e^3}{6EI_1}} = \sqrt{2}P - \frac{12\sqrt{2}}{5} \frac{EI_1 \alpha \Delta T}{e^2} = (56,6 \cdot 10^3 - 14,3) \approx 56,6 \text{ kN}$$

L'effetto del carico termico è trascurabile.