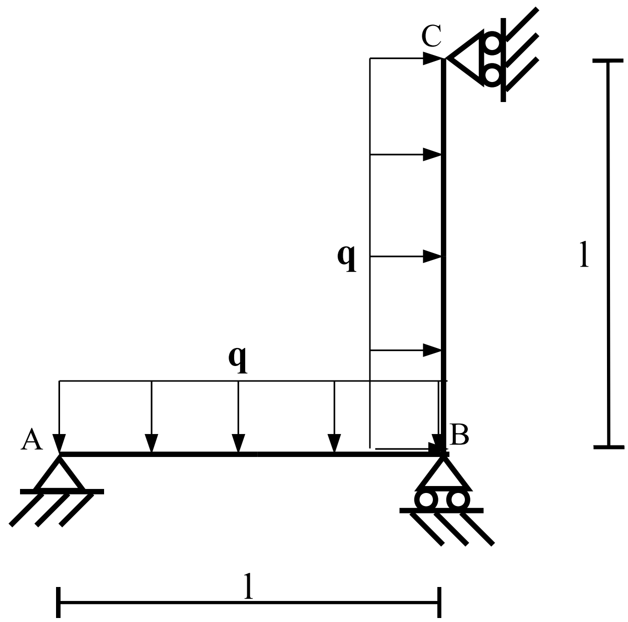
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
FERRARA, 03/02/2014

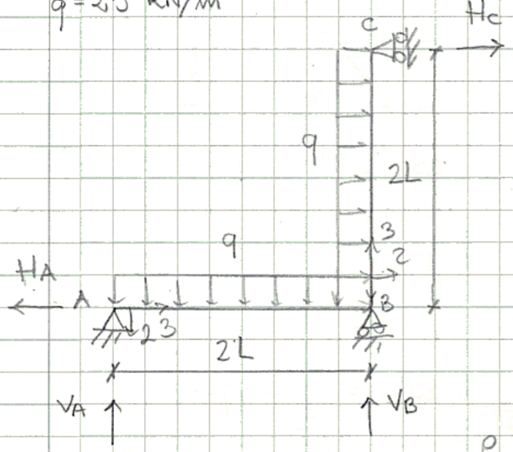


$l = 3$ m, $q = 25$ kN/m,
$E = 210$ GPa, $\sigma_{AMM} = 240$ MPa
$\delta = 1$cm

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza del carico q e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M).
2. Progettare la travatura con profilati IPE.
3. Calcolare la rotazione della sezione in C.
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche un abbassamento verticale pari a δ del vincolo in B e disegnare i nuovi diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M) comprensivi sia del carico q che del cedimento vincolare.

N.B. $L = \ell/2 = 1{,}5\ m$

$q = 25\ kN/m$



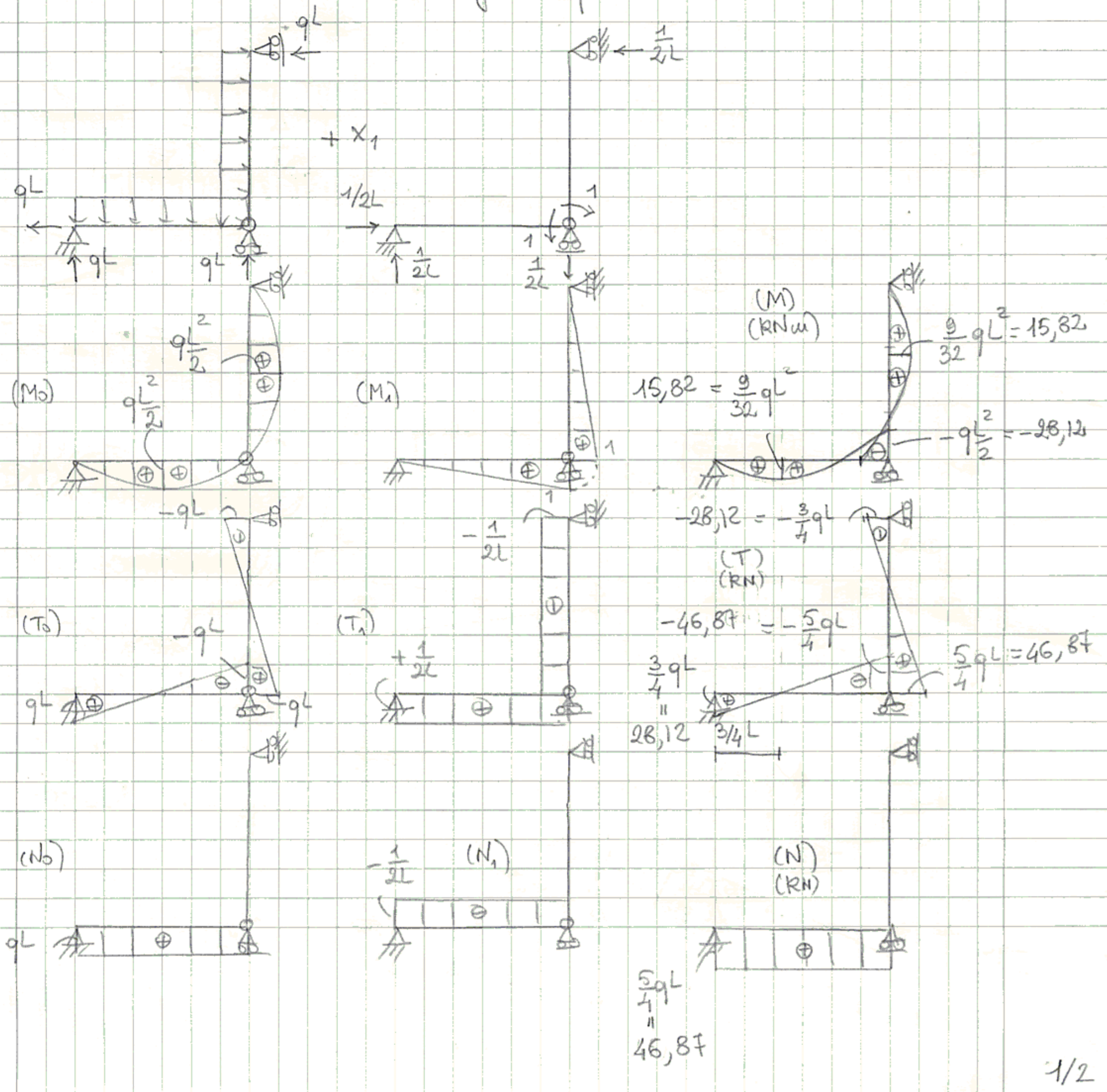
Equazioni cardinali della Statica:

$$\begin{cases} (\rightarrow) & H_A - H_C - 2qL = 0 \\ (\uparrow) & V_A + V_B - 2qL = 0 \\ (A\circlearrowleft) & V_B \cancel{2}L - H_C \cancel{2}L - \cancel{2}qL^2 - \cancel{2}qL^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_A = H_C + 2qL \\ V_B = H_C + 2qL \\ V_A = 2qL - V_B = \cancel{2qL} - H_C - \cancel{2qL} = -H_C \end{cases}$$

La trave è una volta iperstatica.

Incognita iperstatica $X_1 = M_B$.



$$EI_1 \eta_{10} = 2\,\frac{q(2L)^3}{24} = \frac{\cancel{16}^{2}}{\cancel{24}_{3}} qL^3 = \frac{2}{3} qL^3$$

$$EI_1 \eta_{11} = 2\,\frac{1}{3}\,2L = \frac{4}{3}L$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = -\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} qL^{\cancel{3}\,2}\,\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}_2 L} = -\frac{qL^2}{2} = -28{,}12\ \text{kNm}$$

Calcoli per i diagrammi:

- $qL - \frac{1}{2L} q\frac{L}{2} = \frac{3}{4} qL$
- $-qL - \frac{1}{2L} q\frac{L}{2} = -\frac{5}{4} qL$
- $qL + q\frac{L^2}{2}\frac{1}{2L} = \frac{5}{4} qL$

$\uparrow \frac{3}{4}qL$, $\frac{3}{4}L$

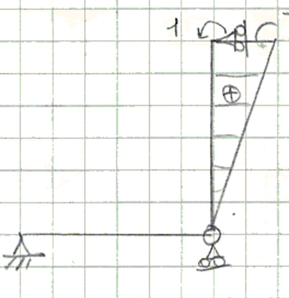
$$M = \frac{9}{16} qL^2 - \frac{1}{2}\frac{9}{16} qL^2 = \frac{9}{32} qL^2$$

Dimensionamento:

$$W_1 \geq \frac{qL^2/2}{\sigma_{AMM}} = \frac{25 \cdot 1{,}5^2 \cdot 10^3 \cdot 10^6}{2 \cdot 240 \cdot \cancel{10^6}}\ \text{cm}^3 = 117{,}18\ \text{cm}^3$$

IPE 180 $\begin{cases} W_1 = 146{,}3\ \text{cm}^3 \\ I_1 = 1317\ \text{cm}^4 \\ A = 23{,}95\ \text{cm}^2 \end{cases}$

Rotazione in C:



$$1 \cdot \varphi_C = \frac{1}{EI_1}\int_0^{2L} \left(\frac{x_3}{2L}\right)\left(-q\frac{L^2}{2} + \frac{5}{4} qL x_3 - q\frac{x_3^2}{2}\right) dx_3$$

$$= \frac{1}{8LEI_1}\int_0^{2L} \left(-2qL^2 x_3 + 5qL x_3^2 - 2q x_3^3\right) dx_3$$

$$= \frac{1}{8LEI_1}\left[-\cancel{2}qL^2\frac{(2L)^2}{\cancel{2}} + \frac{5qL}{3}(2L)^3 - \frac{\cancel{2}q}{\cancel{4}_2}(2L)^4\right]$$

$$= \frac{qL^3}{\cancel{8}_2 EI_1}\left(-\cancel{4}^{1} + \frac{\cancel{40}^{10}}{3} - \cancel{8}^{2}\right) = \frac{qL^3}{2EI_1}\left(-3 + \frac{10}{3}\right) = \frac{qL^3}{6EI_1} = 5{,}08 \cdot 10^{-3} = 0{,}29^\circ$$

Cedimento vincolare in B:

$$\eta_{10} + \eta_{11} X_1 = \eta_1 \quad , \quad \eta_1 = \delta \cdot \frac{1}{2L}$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} - \frac{\eta_1}{\eta_{11}} = -q\frac{L^2}{2} + \frac{\delta}{2L}\,\frac{3EI_1}{4L} = -\frac{qL^2}{2} + \frac{3EI_1\delta}{8L^2}$$

$$= \left(-28{,}12 + \frac{3 \cdot 1317 \cdot \cancel{10^{-8}} \cdot 210 \cdot \cancel{10^{9}} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 1{,}5^2}\right) \text{kNm}$$

$$= (-28{,}12 + 4{,}61)\ \text{kNm} = -23{,}51\ \text{kNm}$$

16%