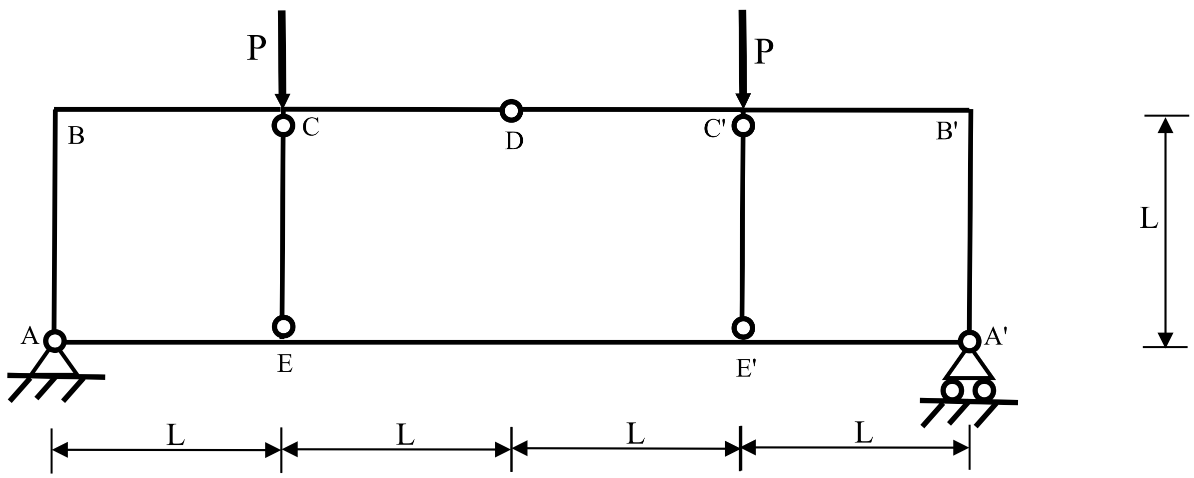
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

PROVA SCRITTA DI STATICA

FERRARA, 10/09/2013

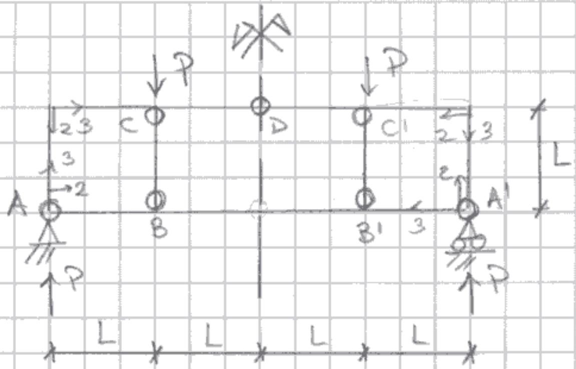


$$L = 1\ \text{m},\quad P = 50\ \text{kN}$$

$$\sigma_{AMM} = 240\ \text{MPa},\quad E = 210\ \text{GPa},$$

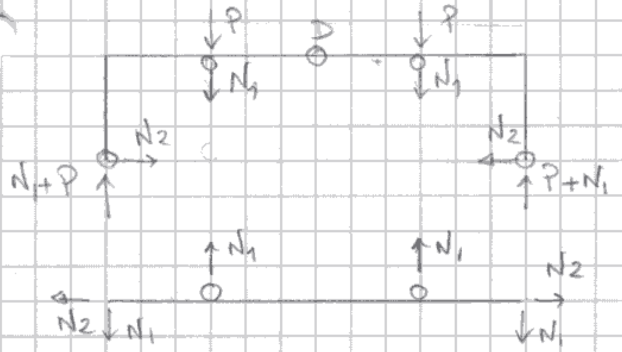
$$\alpha = 10^{-5}\ °C^{-1},\quad \Delta T = 20\ °C$$

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura iperstatica di figura in presenza dei soli carichi P e disegnarne i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N, T, M).
2. Dimensionare la travatura con profilati IPE.
3. Calcolare lo spostamento verticale in D.
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche un riscaldamento uniforme ΔT delle bielle CE e C'E' e disegnare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N, T, M) comprensivi sia di P che di ΔT.



Utilizzando la simmetria del carico e tenendo conto delle azioni interne, è possibile ricondursi allo studio delle due parti disegnate.

Eq.ne della sconnessione in D:

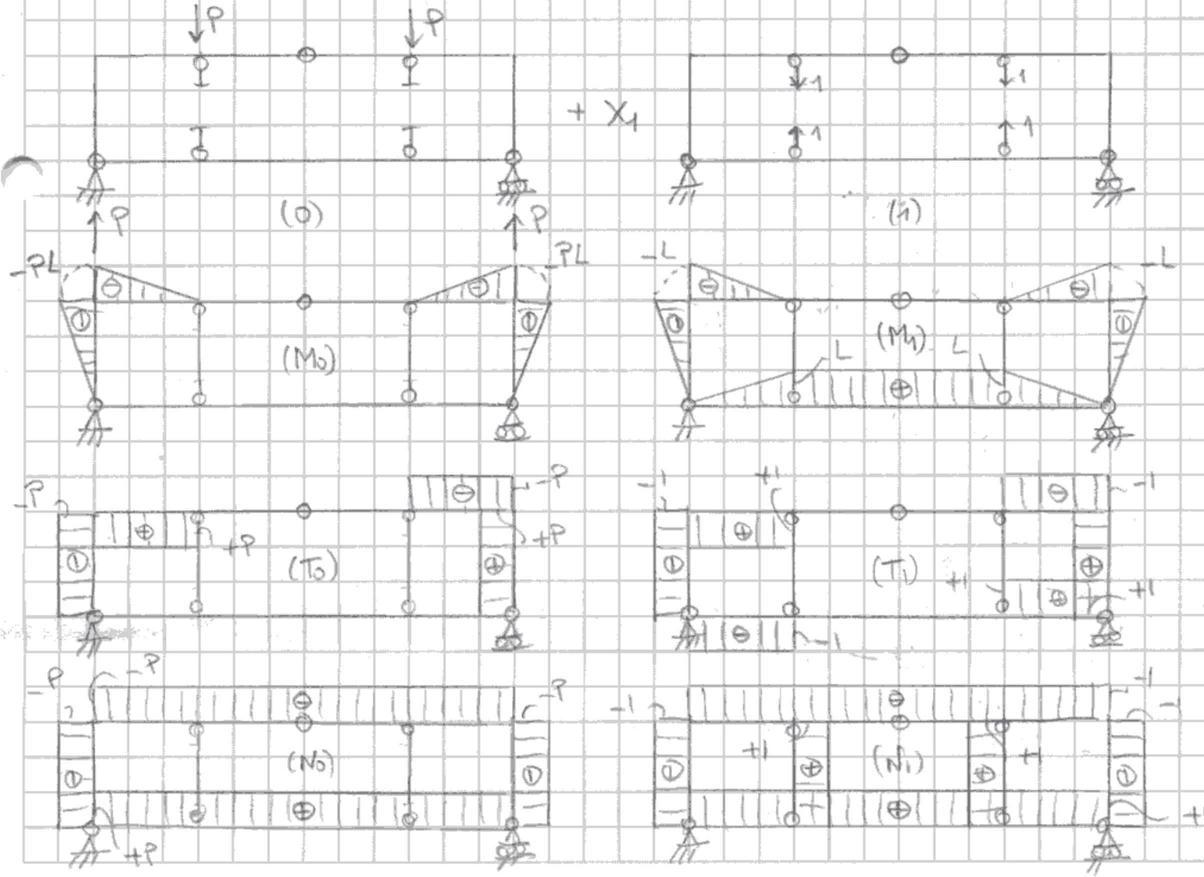


$(P+N_1)2L - (P+N_1)L - N_2 L = 0$

$\boxed{N_2 = P+N_1}$

La struttura è una volta iperstatica.

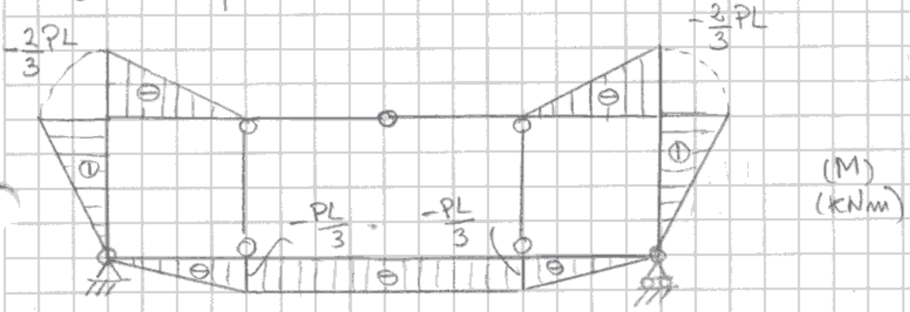
$X_1 = N_1$

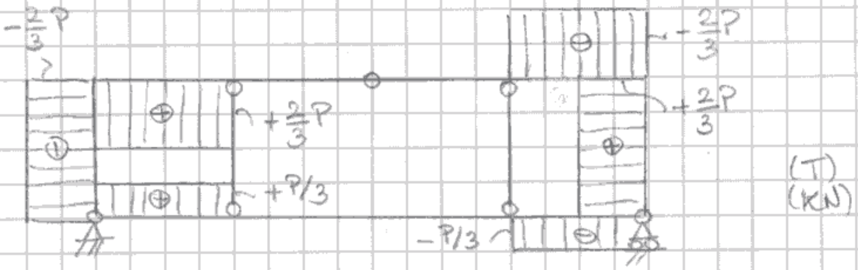


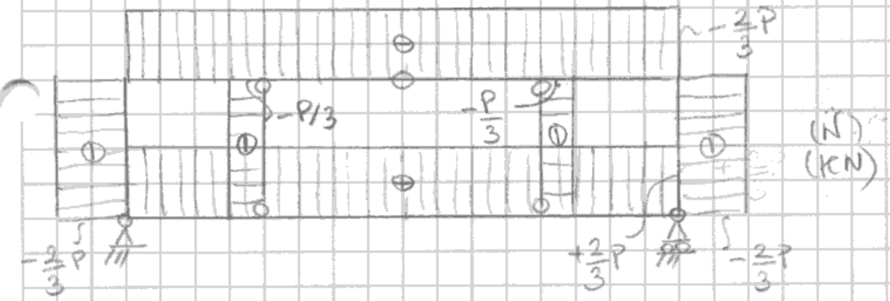
$EI_1 \eta_{10} = 4PLL\frac{L}{3} = \frac{4}{3}PL^3$ $\rightarrow$ $X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = -\frac{P}{3} = -16.7$ KN

$EI_1 \eta_{11} = \overset{2}{\cancel{8}} L^2 \frac{L}{\cancel{3}} + 2L^2 L = 4L^3$

Diagrammi quotati:



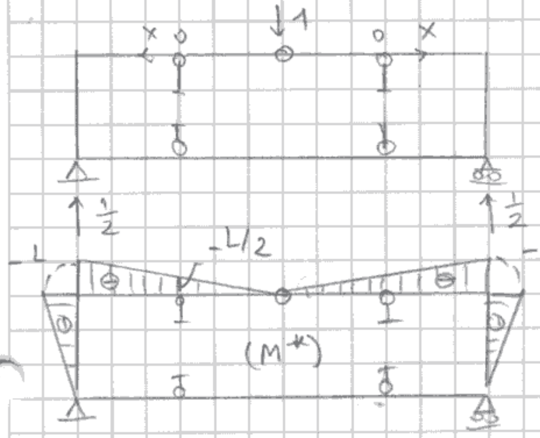




Dimensionamento: $W_1 \geq \frac{2}{3}\frac{PL}{\sigma_{AMM}} = \frac{\cancel{2}}{3}\frac{\cancel{50}\cdot 10^3}{\cancel{240}\cdot 10^{6}} = 1{,}38 \cdot 10^{-4}\ m^3 = 138\ cm^3$

IPE 180
$$\begin{cases} W_1 = 146{,}3\ cm^3 \\ I_1 = 1317\ cm^4 \\ A = 23{,}9\ cm^2 \end{cases}$$

Spostamento verticale in mezzeria:



$$1\cdot\delta_D = \frac{1}{EI_1}\left\{\frac{2}{3}LL\frac{2}{3}PL + 2\int_0^L\left(-\frac{1}{3}Px\right)\left(-\frac{L}{\cancel{2}}-\frac{x}{\cancel{2}}\right)dx\right\}$$

$$= \frac{1}{EI_1}\left\{\frac{4}{9}PL^3 + \frac{2P}{3}\int_0^L\left(Lx + x^2\right)dx\right\}$$

$$= \frac{1}{EI_1}\left\{\frac{4}{9}PL^3 + \frac{2P}{3}\left[L\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right]_0^L\right\}$$

$$= \frac{1}{EI_1}\left\{\frac{4}{9}PL^3 + \frac{\cancel{2}P}{3}\frac{L^3}{\cancel{2}} + \frac{2P}{3}\frac{L^3}{3}\right\}$$

$$= \frac{PL^3}{3EI_1}\left[\frac{4}{3} + 1 + \frac{2}{3}\right] = \frac{\cancel{2}}{\cancel{9}}\frac{PL^3}{EI_1}$$

$$= \frac{\cancel{1}\quad 50\cdot 10^3\cdot 10^2}{210\cdot 10^9\cdot 1317\cdot 10^{-8}} = 1{,}8\ \text{cm}$$

Riscaldamento delle bielle:

$$\eta_{1t} = 2\alpha\Delta T L$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} - \frac{\eta_{1t}}{\eta_{11}} = -\frac{P}{3} - \frac{2\alpha\Delta T\cancel{L}EI_1}{4L^{\cancel{3}2}}$$

$$= \left(-16{,}7 - \frac{2\cdot 10^{-5}\cdot 20\cdot 210\cdot 10^9\cdot 1317\cdot 10^{-8}}{4}\cdot 10^{-3}\right)\text{kN}$$

$$= -16{,}7 - 0{,}3\quad \text{kN}$$

Il nuovo valore di X_1, comprensivo del carico termico non si discosta in modo significativo da quello calcolato al punto 1.