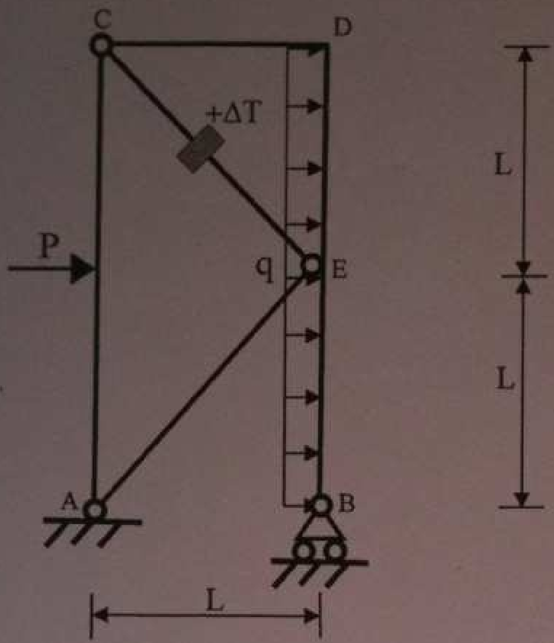
LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

PROVA SCRITTA DI STATICA

FERRARA, 06/06/2013

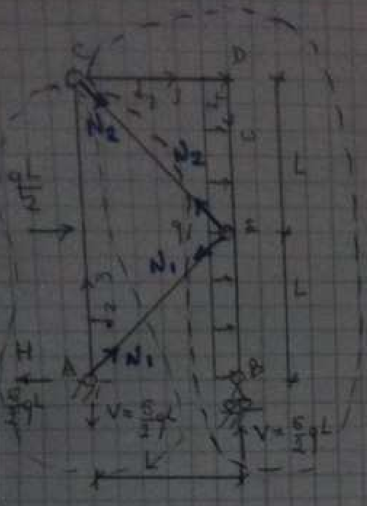


$L = 2$ m, $q = 20$ kN/m, $P = 20$ kN
$\sigma_{AMM} = 240$ MPa, $E = 210$ GPa
$\Delta T = +20$ °C, $\alpha = 10^{-5}$ °C^{-1}

Si consideri la travatura iperstatica di figura.

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza dei soli carichi q e P. Disegnare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N, T, M).
2. Dimensionare la travatura con profilati IPE.
3. Calcolare lo spostamento orizzontale in D.
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche un riscaldamento uniforme della biella CE: disegnare i nuovi diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione (N, T, M) comprensivi sia di q e P che di ΔT.

SCHEMA DI SOLUZIONE



Eq.ni della Statica

$$\begin{cases} H = 2qL + q\frac{L}{2} = \frac{5}{2}qL \\ V\cancel{L} = \frac{5}{2}qL^{\cancel{2}} \end{cases}$$

Esternamente la struttura è isostatica

Eq.ne della scomposizione in C (equilibrio alla rotazione attorno a C delle forze agenti su AC):

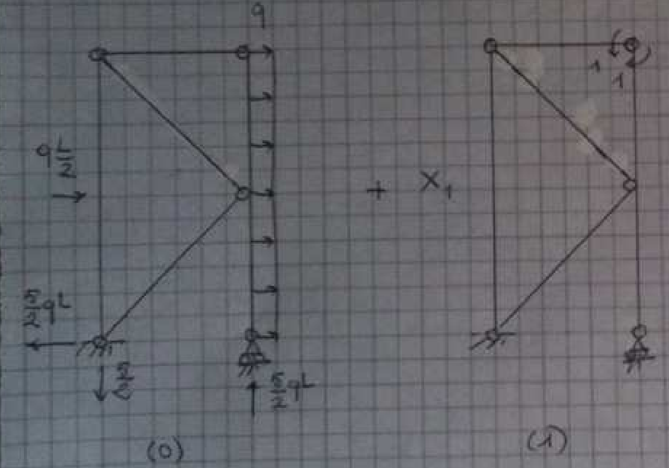
$$N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} 2\cancel{L} - \frac{5}{2}qL\, 2\cancel{L} + q\frac{L}{2}\cancel{L} = 0$$

$$\hookrightarrow N_1 \frac{\sqrt{2}}{2}\cancel{2} = \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{4}\right)\cancel{2} qL = \frac{9}{4}qL$$

$$\hookrightarrow N_1 = \frac{9}{4}\sqrt{2}\,qL$$

Non è possibile determinare N_2 solo con ulteriori relazioni (di equilibrio o di scomposizione). Pertanto la struttura è internamente 1 volta iperstatica

Incognita iperstatica $X_1 = M_D$.



Diagrammi parziali e totali alla pagina seguente.

$$EI_1 \eta_{10} = \int_0^L q\frac{x^2}{2}\left(1 - \frac{x}{L}\right)dx = \frac{q}{2}\int_0^L \left(x^2 - \frac{x^3}{L}\right)dx = \frac{q}{2}\left[\frac{L^3}{3} - \frac{L^3}{4}\right] = \frac{qL^3}{24}$$

In questa fase si può trascurare le def. assiali

$$EI_1 \eta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot L$$

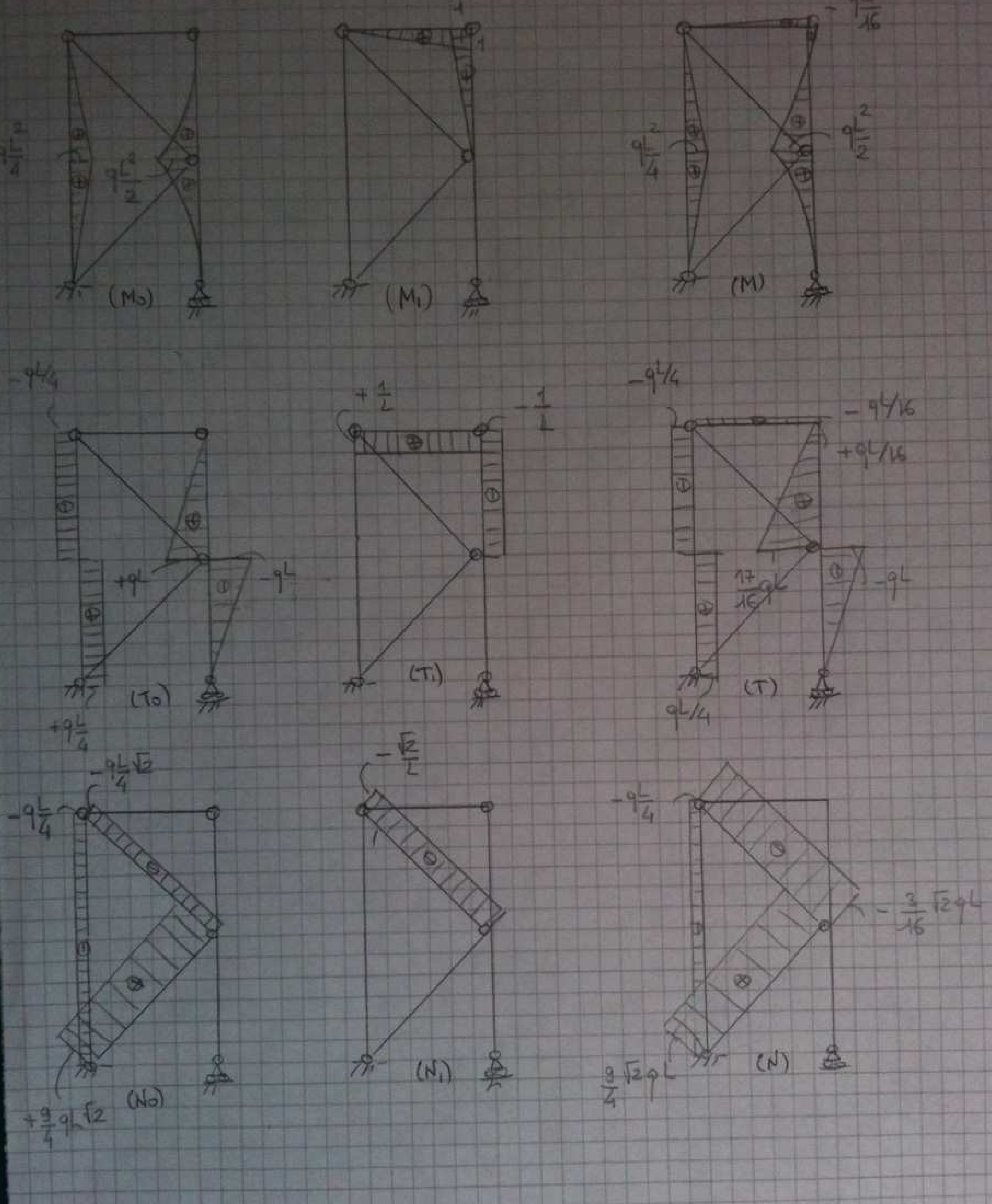
$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = -\frac{qL^3}{\cancel{24}_8}\frac{\cancel{3}}{2L} = -\frac{qL^2}{16}$$

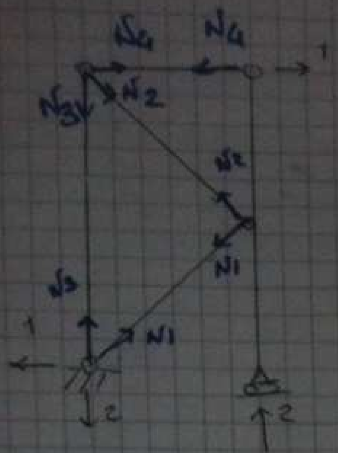
$$W_1 \geq \frac{qL^2/2}{\sigma_{amm}} = \frac{2\cancel{0} \cdot 4/\cancel{2} \cdot 10^{\cancel{3}}}{24\cancel{0} \cdot 10^{\cancel{6}3}}\,m^3 = \frac{4}{24}\frac{10^{\cancel{6}3}}{\cancel{10^3}}\,cm^3 = \frac{10^3}{6}\,cm^3 = 167\,cm^3$$ IPE 200

$I_1 = 1943\ cm^4$

$A = 28{,}48\ cm^2$

Diagrammi non tutti in scala...





Con il metodo dell'equilibrio si vede
si vede che

$N_1 = \sqrt{2}$

$N_2 = -\sqrt{2}$

$N_3 = 1$

$N_4 = 1$

e che la struttura è soggetta solo a sforzo normale.
Se si trascurano le def. assiali, si trova che lo spostamento orizzontale in D è nullo. In alternativa:

$$\eta_D = \frac{1}{EA}\left[2L\left(-q\frac{L}{4}\right)\cdot 1 + L\cancel{\sqrt{2}}\left(\frac{q}{\cancel{4}_2}\cancel{\sqrt{2}}qL\right)\sqrt{2} + L\cancel{\sqrt{2}}\left(-\frac{3}{\cancel{16}_8}\cancel{\sqrt{2}}qL\right)\left(-\sqrt{2}\right)\right]$$

$$\overset{!}{=} \frac{qL^2}{EA}\left[-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{8}\sqrt{2}\right] = \frac{qL^2}{2EA}\left(\frac{7}{4}\sqrt{2} - 1\right)$$

Riscaldamento della biella:

$$\eta_{10} + \eta_{1t} + \eta_{11} X_1 = 0$$

η_{10}, η_{11} vedi a pag. 1

$$\eta_{1t} = \cancel{L}\sqrt{2}\,\alpha\Delta T\left(-\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\right) = -2\alpha\Delta T$$

$$\hookrightarrow X_1 = -\frac{qL^2}{16} + \cancel{2}\alpha\Delta T\frac{3EI_1}{\cancel{2}L} = -\frac{qL^2}{16} + \frac{3EI_1\alpha\Delta T}{L}$$

$$\overset{!}{=}\left(-5 + \frac{3\cdot 21\cancel{0}\cdot 1\cancel{0}^{8}\cdot 10^{-5}\cdot\cancel{10}\cdot 1943\,\cancel{10}^{-8}\cdot\cancel{10}^{-2}}{\cancel{2}}\right)\text{kNm}$$

$$\overset{!}{=}\left(-5 + 3\cdot 21\cdot 1943\cdot 10^{-5}\right)\text{kNm} =$$

$$\overset{!}{=}\left(-5 + 1{,}22\right)\text{kNm} = -3{,}78\ \text{kNm}$$