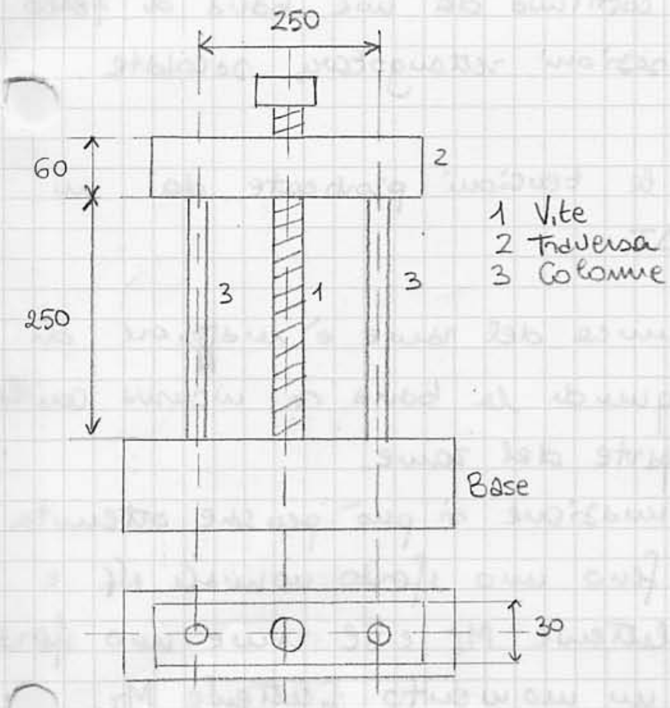
ESERCIZIO 1.



Una pressa consiste in una vite centrale 1 che attraversa la trave 2, connessa alle basi da due barre 3 identiche che appoggiano su una base rigida.

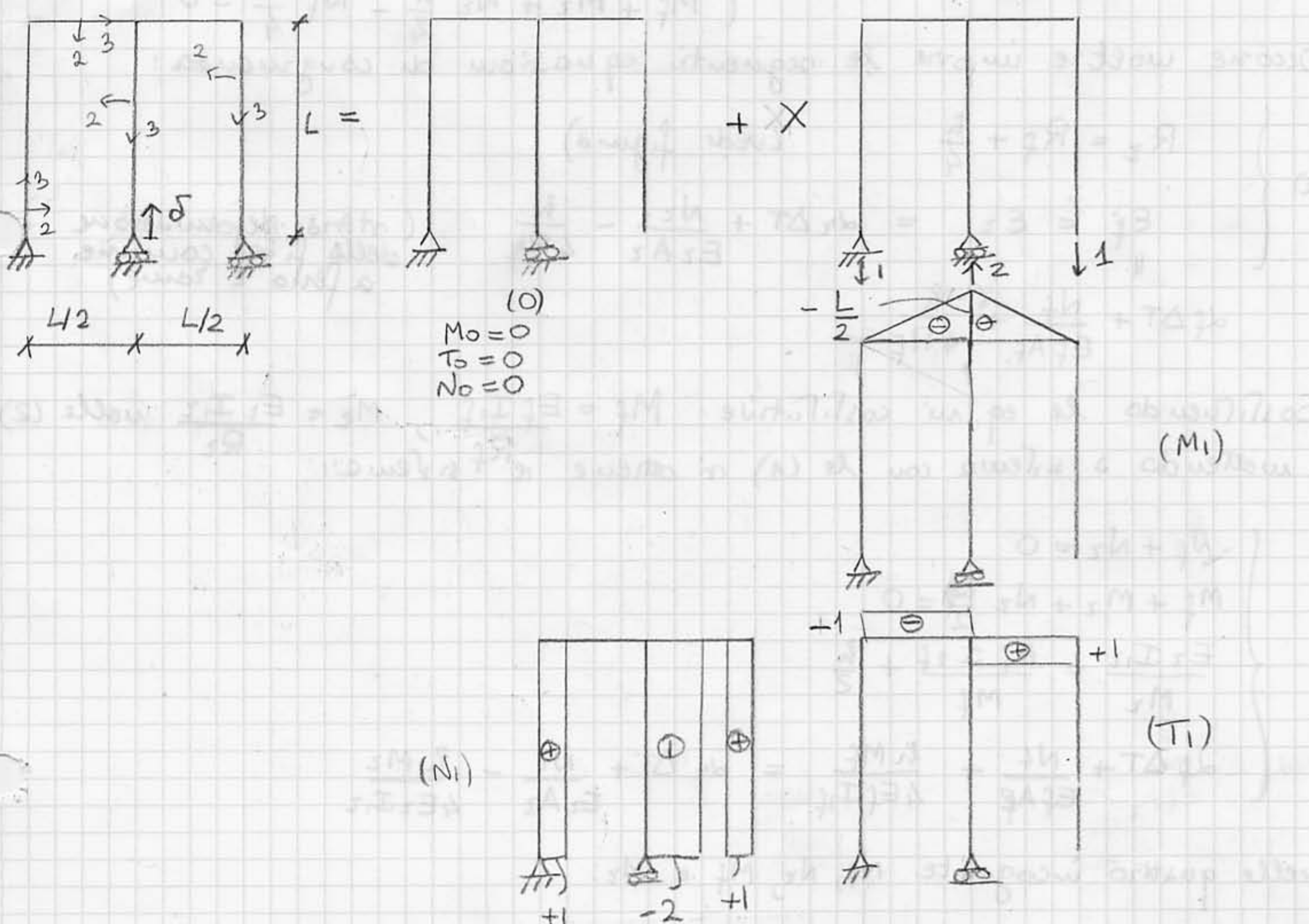
La vite ha passo $p = 1$ mm, diametro $d_1 = 20$ mm e lunghezza $L = 250$ mm.

La traversa ha sezione rettangolare di larghezza $a = 30$ mm e spessore $h = 60$ mm, mentre la lunghezza è $L = 250$ mm.

Le due colonne hanno sezione circolare di diametro $d_3 = 15$ mm.

Trascurando la deformazione della base e gli effetti dell'instabilità, calcolare la tensione nelle colonne quando la vite viene ruotata di mezzo giro. $E_1 = E_3 = 200$ GPa.

Risoluzione - Per calcolare lo sforzo normale nelle colonne, è possibile utilizzare il seguente schema statico, in cui la rotazione della vite si modella con un cedimento dell'appoggio centrale.



$$\eta_1 = \cancel{\eta_{10}}^{0} + \eta_{11} X$$

$$\eta_1 = 2 \cdot \delta$$

$$\eta_{11} = \cancel{2} \cdot \frac{1}{3} \frac{L}{\cancel{2}} \left(-\frac{L}{2}\right)^2 \frac{1}{EI_1} + \frac{2L}{EA_C} + \frac{L(2)^2}{EA_V}$$

$$= \frac{L^3}{12 EI_1} + \frac{2L}{EA_C} + \frac{4L}{EA_V}$$

$$X = \frac{\eta_1}{\eta_{11}} = \frac{2\delta}{\frac{L^3}{12EI_1} + \frac{2L}{EA_C} + \frac{4L}{EA_V}} = \frac{\delta}{\frac{L^3}{24EI_1} + \frac{L}{EA_C} + \frac{2L}{EA_V}}$$

$\delta = p/2 = 0.5$ mm

$L = 250$ mm

$E = 200$ GPa

$I_1 = \frac{1}{12} a h^3 = \frac{1}{12} 30 (60)^3 \text{ mm}^4 =$

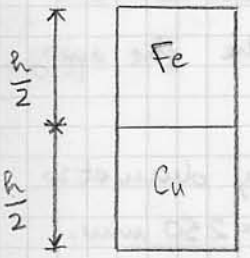
$A_c = \pi \left(\frac{d_3}{2}\right)^2 = \frac{\pi d_3^2}{4} =$

$A_v = \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = \frac{\pi d_1^2}{4} =$

$\hookrightarrow X = 23750$ N sforzo normale nelle colonne

Tensione normale : $\sigma = \frac{X}{A_c} = 134$ MPa

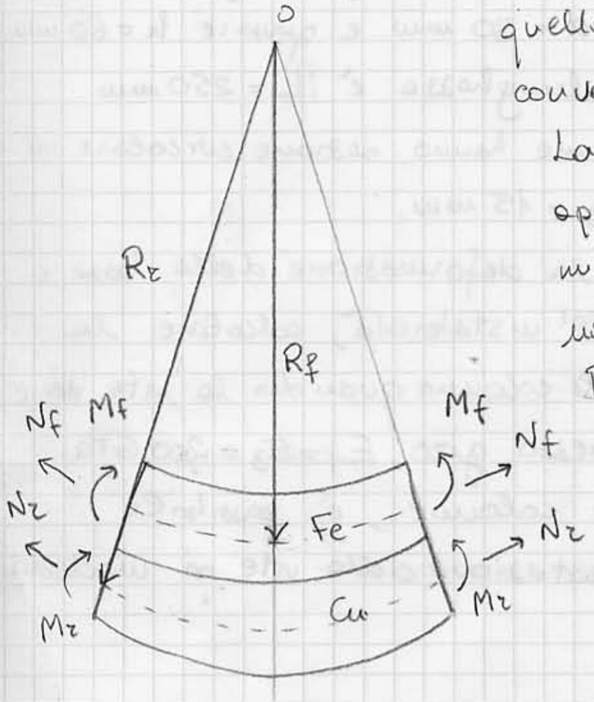
ESERCIZIO 2.



Una barra bimetallica è costituita da una banda di ferro e una di rame di uguali sezioni rettangolari, saldate insieme.

Calcolare la curvatura e le tensioni provocate da un riscaldamento uniforme ΔT.

Soluzione. Il coefficiente di dilatazione termica del rame è maggiore di quello del ferro, quindi la banda si incurva con la convessità dalla parte del rame.



La stessa deformazione si può pensare ottenuta applicando al ferro uno sforzo normale N_f e un momento flettente M_f e al rame uno sforzo normale N_r e un momento flettente M_r.

Per calcolare M_f, N_f, M_r e N_r, osserviamo innanzi tutto che devono valere le eq.ni di equilibrio:

$$\begin{cases} N_f + N_r = 0 \\ M_f + M_r + N_r \dfrac{h}{4} - N_f \dfrac{h}{4} = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Occorre inoltre imporre le seguenti equazioni di congruenza:

$$(2) \begin{cases} R_r = R_f + \dfrac{h}{4} & \text{(vedi figura)} \\ \varepsilon_f = \varepsilon_r = \alpha_r \Delta T + \dfrac{N_r}{E_r A_r} - \dfrac{h}{4 R_r} & \text{(stessa deformazione della fibra comune a ferro e rame)} \\ \varepsilon_f = \alpha_f \Delta T + \dfrac{N_f}{E_f A_f} + \dfrac{h}{4 R_f} \end{cases}$$

Sostituendo le eq.ni costitutive $M_f = \dfrac{E_f I_{1f}}{R_f}$, $M_r = \dfrac{E_r I_{1r}}{R_r}$ nelle (2) e mettendo a sistema con le (1) si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} N_f + N_r = 0 \\ M_f + M_r + N_r \dfrac{h}{2} = 0 \\ \dfrac{E_r I_{1r}}{M_r} = \dfrac{E_f I_{1f}}{M_f} + \dfrac{h}{2} \\ \alpha_f \Delta T + \dfrac{N_f}{E_f A_f} + \dfrac{h M_f}{4 E_f I_{1f}} = \alpha_r \Delta T + \dfrac{N_r}{E_r A_r} - \dfrac{h M_r}{4 E_r I_{1r}} \end{cases}$$

nelle quattro incognite N_f, N_r, M_f e M_r.

Risolvendo il sistema nell'ipotesi semplificativa che $R_f \simeq R_r =: R$ si ottiene la relazione:

$$\frac{h}{2r} + \frac{2}{rh}\left(E_f I_f + E_r I_r\right)\left(\frac{1}{E_f A_f} + \frac{1}{E_r A_r}\right) = (\alpha_r - \alpha_f)\Delta T$$

Assumendo
$$A_f = A_r = bh/2$$
$$I_f = I_r = \frac{1}{12} b \left(\frac{h}{2}\right)^3$$
$$E_f = 210 \text{ GPa}$$
$$E_r = 120 \text{ GPa}$$
$$\alpha_r = 1{,}7 \; 10^{-5} \; °C^{-1}$$
$$\alpha_f = 1{,}2 \; 10^{-5} \; °C^{-1}$$

si trova

$$\frac{h}{2R} + \frac{\cancel{2}}{R\cancel{h}}\left(E_f + E_r\right)\left(\frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_r}\right)\frac{1}{12}\cancel{b}\frac{h^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{8}\,4}\frac{\cancel{2}}{\cancel{bh}} = (\alpha_r - \alpha_f)\Delta T$$

$$\frac{h}{R}\left[\frac{1}{2} + \frac{(E_f + E_r)}{24}\left(\frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_r}\right)\right] = (\alpha_r - \alpha_f)\Delta T$$

$$\chi = \frac{1}{R} = \frac{(\alpha_r - \alpha_f)\,\Delta T/h}{\frac{1}{2} + \frac{(E_f + E_r)}{24}\left(\frac{1}{E_f} + \frac{1}{E_r}\right)} = 3{,}7 \cdot 10^{-5}\,\frac{\Delta T}{h}$$