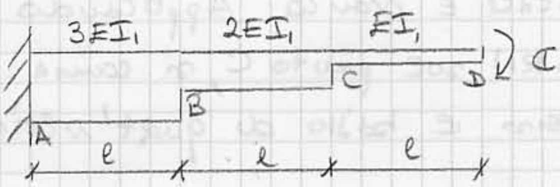
ESERCIZIO 1 _ Per la trave a mensola ed il carico di figura, determinare la rotazione e lo spostamento nel punto D.

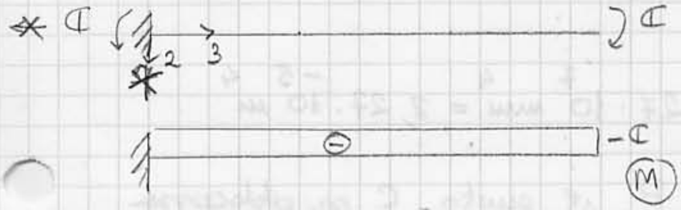


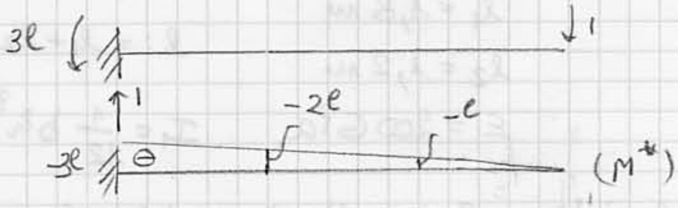
Soluzione:

Calcolo dello spostamento verticale in D:

sistema di spostamenti - deformazioni

sistema di forze - tensioni





ELV: $L_e = 1 \cdot v_D$

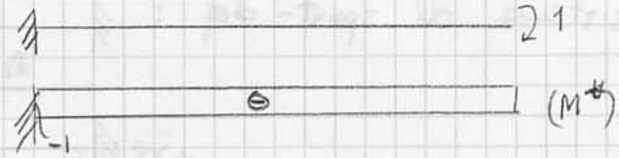
$$L_i = \int_0^{3l} \frac{1}{(EI_1)(x_3)} \overset{-C}{M} M^* \, dx_3 = -\frac{C}{EI_1}\left[\frac{l}{2}(-l)\right] - \frac{C}{2EI_1}\left[\frac{1}{2} l(-3l)\right] - \frac{C}{3EI_1}\left[\frac{1}{2} l(-5l)\right]$$

$$= +\frac{C l^2}{2EI_1}\left[1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{3}\right] = \frac{25}{12}\frac{C l^2}{EI_1}$$

Calcolo della rotazione in D:

sistema di spostamenti - deformazioni
(vedi sopra)

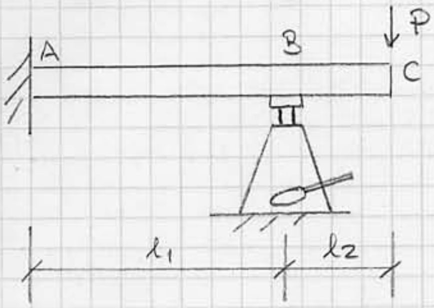
sistema di forze tensioni



ELV: $L_e = 1 \cdot \varphi_D$

$$L_i = +\frac{C}{EI_1}\left[\frac{l}{3} + \frac{l}{2} + l\right] = \frac{11}{6}\frac{C l}{EI_1}$$

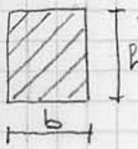
ESERCIZIO 2. Un martinetto idraulico può essere usato per sollevare il punto B della trave a mensola ABC. La trave è inizialmente rettilinea, orizzontale e scarica. Applicando un carico $P = 20$ kN sul punto C, si causa un movimento verso il basso di quest'ultimo.



Determinare:

a) di quanto deve essere innalzato il punto B per far tornare il punto C nella posizione iniziale;

b) il valore finale della reazione in B.



Sez. rettangolare

$b = 124$ mm

$h = 130$ mm

$l_1 = 1{,}8$ m

$l_2 = 1{,}2$ m

$E = 200$ GPa.

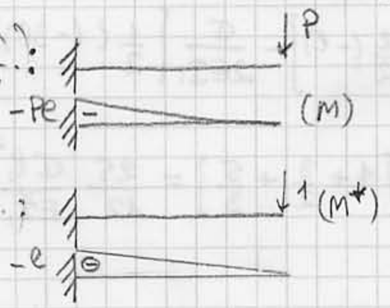
$$l := l_1 + l_2$$

$$I_1 = \frac{1}{12} b h^3 = 2{,}27 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 = 2{,}27 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

Soluzione. Sotto l'azione del solo carico P, il punto C si abbassa della quantità δ_C^P, che si calcola come segue.

• sistema di spost-def.:

• Sistema di forze-tens.:



ELV: $L_e = 1 \cdot \delta_C^P$

$\parallel$

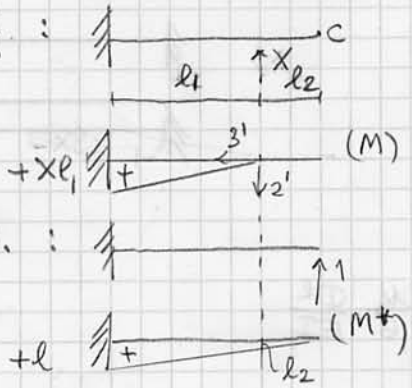
$$L_i = \frac{1}{EI_1} \frac{1}{3} l(-l)(-Pl)$$

$$\hookrightarrow \quad \delta_C^P = \frac{Pl^3}{3EI_1}$$

Sotto l'azione della sola spinta, X, del martinetto il punto C si alzerebbe della quantità δ_C^X, che si calcola come segue:

• sistema di spost-def.:

• Sistema di forze-tens.:



ELV: $L_e = 1 \cdot \delta_C^X$

$\parallel$

$$L_i = \int_0^{l_1} \frac{1}{EI_1} (X x_3')(l_2 + x_3') dx_3' = \frac{X}{EI_1}\left[l_2 \frac{x_3'^2}{2} + \frac{x_3'^3}{3}\right]_0^{l_1} = \frac{X}{EI_1}\left[\frac{l_1^2 l_2}{2} + \frac{l_1^3}{3}\right]$$

Affinché δ_C^P sia uguale a δ_C^X occorre che X sia tale che:

$$\frac{Pl^3}{3EI_1} = \frac{X}{EI_1}\left[\frac{l_1^2 l_2}{2} + \frac{l_1^3}{3}\right] \longrightarrow X = 2P \frac{(l_1+l_2)^2}{l_1^2(2l_1+3l_2)} = 46.3 \text{ kN}.$$

L'innalzamento del punto B per far tornare C nella posizione iniziale è allora:

$$\delta_B^X = \frac{X l_1^3}{3EI_1} = \frac{46{,}3 \cdot \cancel{10^3} \cdot (1{,}8)^3}{3 \cdot 200 \cdot 10^{9} \cdot 2{,}27 \cdot \cancel{10^{-5}}} = 1{,}98 \text{ cm}.$$