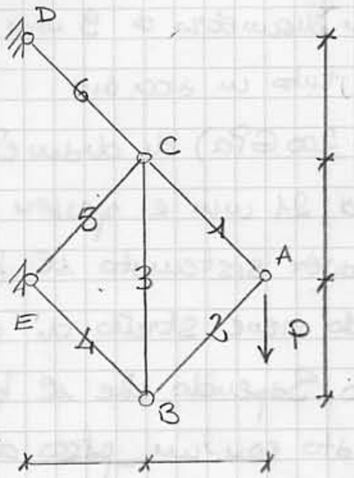
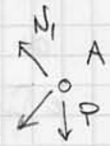
ESERCIZIO 1. Determinare la massima forza P che può essere applicata alla travatura in modo che nessuno dei suoi elementi sia soggetto ad uno sforzo superiore a 2,5 kN in trazione e a 2 kN in compressione.

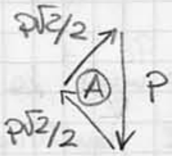


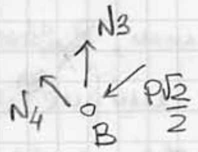
Soluzione. Risolviamo la reticolare con il metodo dell'equilibrio ai nodi



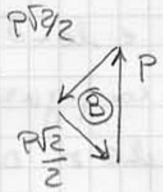
$$(\rightarrow)\ \begin{cases} N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} + N_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - N_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = P \end{cases} (\uparrow) \quad \longleftrightarrow \quad \begin{cases} N_1 = -N_2 \\ 2N_1 = P\sqrt{2} \end{cases}$$

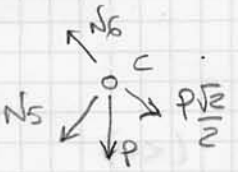
$$\begin{cases} N_2 = -P\sqrt{2}/2 \\ N_1 = P\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



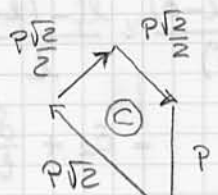


$$(\rightarrow)\ \begin{cases} N_4 \frac{\sqrt{2}}{2} = -P\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2}\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} \longleftrightarrow N_4 = -P\frac{\sqrt{2}}{2} \\ N_3 = -N_4\frac{\sqrt{2}}{2} + P\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2}\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}} = \frac{P}{2} + \frac{P}{2} = P \end{cases} (\uparrow)$$





$$\begin{cases} (\nwarrow)\ N_6 = P\frac{\sqrt{2}}{2} + P\frac{\sqrt{2}}{2} = P\sqrt{2} \\ (\swarrow)\ N_5 = -P\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



ASTA	N
1	$P\sqrt{2}/2$
2	$-P\sqrt{2}/2$
3	P
4	$-P\sqrt{2}/2$
5	$-P\sqrt{2}/2$
6	$P\sqrt{2}$

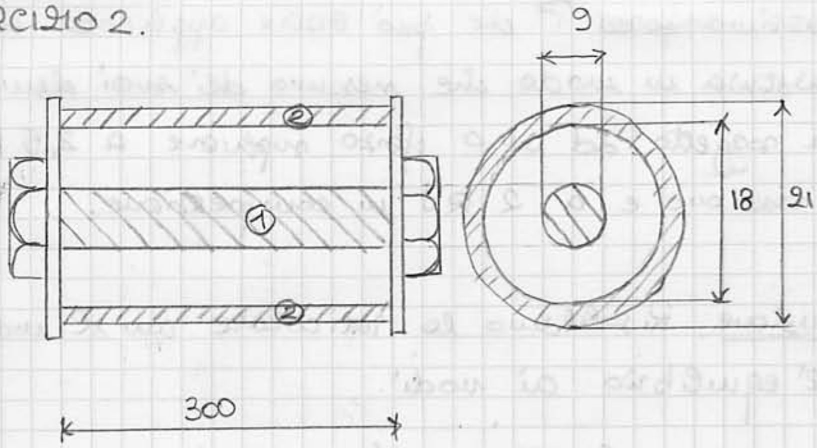
Occorre scegliere P in modo che:

$$\begin{cases} P\sqrt{2} \leq 2.5 \text{ kN} \\ P\frac{\sqrt{2}}{2} \leq 2 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P \leq 1.77 \text{ kN} \\ P \leq 2.82 \text{ kN} \end{cases}$$

Pertanto $P_{max} = 1.77$ kN.

ESERCIZIO 2.

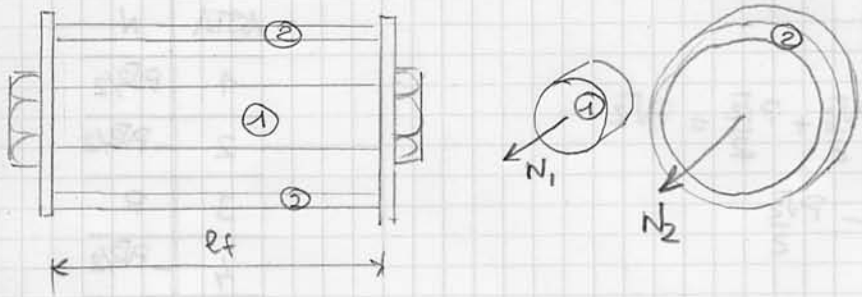


Un bullone in ottone ($E_1 = 105$ GPa) con un diametro di 9 mm è infilato in un tubo in acciaio ($E_2 = 200$ GPa) di diametro esterno 21 mm e spessore 3 mm. Dopo aver sistemato il bullone il dado viene stretto di un quarto di giro. Sapendo che il bullone è filettato con un passo di 2.4 mm, calcolare lo sforzo nel bullone e nel tubo.

$$A_1 = \pi \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 63.62 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = \pi \left[\left(\frac{21}{2}\right)^2 - 9^2 \right] = 91.89 \text{ mm}^2$$

Soluzione - Sia l_0 (= 300 mm) la lunghezza iniziale del tubo (e del bullone). Dopo aver stretto il dado, il bullone è più corto di $\delta = (2.4) \cdot \frac{1}{4} = 0.6$ mm. Bullone e dado sono però collegati dalle flange laterali (ipotizzate rigide) e dunque(*) il sistema bullone + tubo assumerà una nuova configurazione caratterizzata dalla lunghezza l_f incognita (intuitivamente intermedia fra l_0 e $l_0 - \delta$).



In questa nuova configurazione, che è poi quella che si osserva all'equilibrio, si ha che

$$N_1 + N_2 = 0$$

$$\varepsilon_2 = \frac{l_f - l}{l} \quad (<0)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{l_f - (l-\delta)}{(l-\delta)} \simeq \frac{l_f - (l-\delta)}{l} = \varepsilon_2 + \frac{\delta}{l}$$

Sapendo poi che: $N_1 = E_1 A_1 \varepsilon_1$ e $N_2 = E_2 A_2 \varepsilon_2$, abbiamo che

$$\underbrace{E_1 A_1 (\varepsilon_2 + \delta)}_{N_1} + \underbrace{E_2 A_2 \varepsilon_2}_{N_2} = 0$$

da cui:

$$\varepsilon_2 = -\left(\frac{1}{1 + \frac{E_2 A_2}{E_1 A_1}} \right) \frac{\delta}{l} = -0{,}00053$$

Dunque:

$$N_2 = E_2 A_2 \varepsilon_2 = -9.79 \text{ kN}$$

$$N_1 = -N_2 = 9.79 \text{ kN}$$

$$\longrightarrow \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -106.54 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 153.88 \text{ MPa}$$

(*) a causa della deformabilità del tubo in acciaio