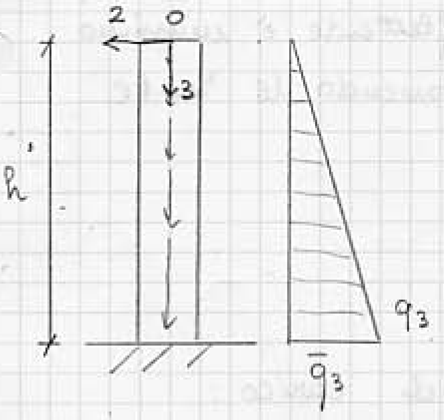
ESERCIZIO 1 (Pilastro soggetto a peso proprio).



Area della sezione $A = 46\ cm^2$

Altezza $h = 2\ m$

Peso specifico $p = 77\ kN/m^3$ (acciaio)

Disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione

Risoluzione. La trave è sollecitata con un carico lineare $q_3(x_3)$ pari a:

$$q_3(x_3) = \frac{\bar{q}_3}{h} x_3 .$$

Per calcolare il valore massimo $\bar{q}_3$, si impone che la risultante del carico distribuito sia eguale al peso complessivo:

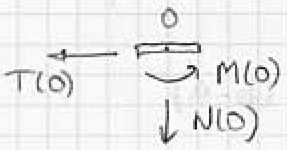
$$\frac{1}{2}\bar{q}_3 \cancel{h} = p A \cancel{h}$$

$$\bar{q}_3 = 2pA = 2 \cdot 77 \cdot 10^3 \cdot 46 \cdot 10^{-4} = 708\ \frac{N}{m} \cong 0{,}71\ \frac{kN}{m} .$$

Per determinare N, T, M, si integrano le equazioni indefinite di equilibrio:

$$\begin{cases} N' = -\bar{q}_3 \frac{x_3}{h} \\ T' = 0 \\ M' = T \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} N = -\bar{q}_3 \frac{x_3^2}{2h} + N(0) \\ T = T(0) \\ M = T(0)\, x_3 + M(0) \end{cases}$$

Equilibrio nel punto $x_3 = 0$:

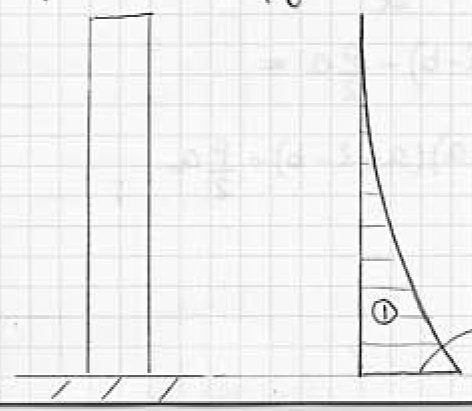


$T(0) = 0$

$N(0) = 0$

$M(0) = 0$

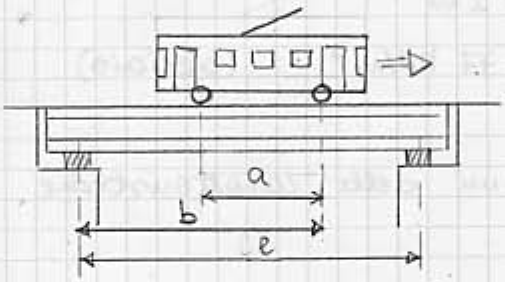
da cui: $N = -\bar{q}_3 \frac{x_3^2}{2h}$, $T = 0 = M$. E' presente solo N con diagramma come riportato in figura.



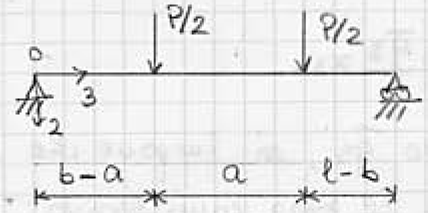
$-\bar{q}_3 \frac{h}{2} = 0{,}71\ kN$ (peso dell'intero pilastro).

ESERCIZIO 2.

Un tram pesante 180 kN percorre un ponte in ferro di $l = 8$ m di luce. Calcolare la posizione in cui il momento flettente è massimo e il suo valore, supponendo le ruote distanti $a = 3$ m.



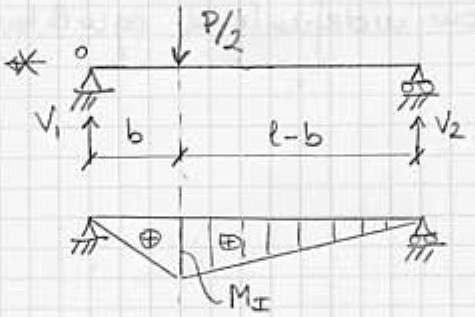
Risoluzione. Si assume valido il seguente schema di carico:



$P = 180$ kN

Si distinguono diversi casi.

1° caso. $0 \le b < a$. Solo metà del peso del tram si scarica sul ponte.

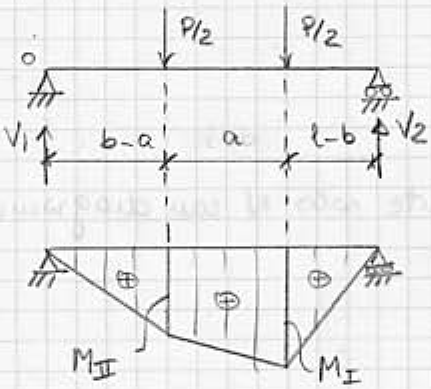


$$(O)) \quad V_2\, l = \frac{P}{2} b \rightarrow V_2 = \frac{Pb}{2l}$$

(M)

$$M_I = V_2 (l-b) = \frac{Pb}{2l}(l-b)$$

2° caso. $a \le b < l$. Tutto il peso del tram si scarica sul ponte.



$$(O)) \quad V_2\, l = \frac{P}{2} b + \frac{P}{2}(b-a)$$

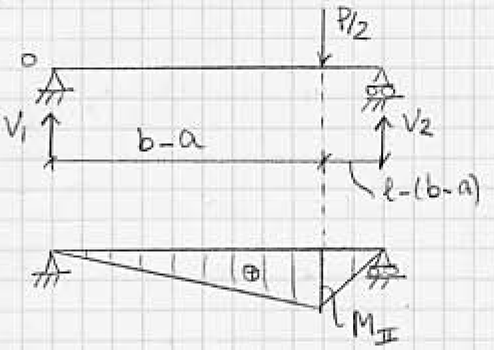
$$\rightarrow V_2 = \frac{P}{2l}(2b-a)$$

$$M_I = V_2 (l-b) = \frac{P}{2l}(2b-a)(l-b)$$

$$M_{II} = V_2 (a+l-b) - \frac{P}{2} a =$$

$$= \frac{P}{2l}(2b-a)(a+l-b) - \frac{P}{2} a$$

3° caso. $\ell \le b \le \ell + a$. Ora il tram ha quasi attraversato il ponte e ancora solo metà del peso del tram si scarica sul ponte.



$$V_2 \ell = \frac{P}{2}(b-a) \quad \rightarrow \quad V_2 = \frac{P}{2\ell}(b-a)$$

$$M_{II} = V_2[\ell-(b-a)] = \frac{P}{2\ell}(b-a)[\ell-b+a]$$

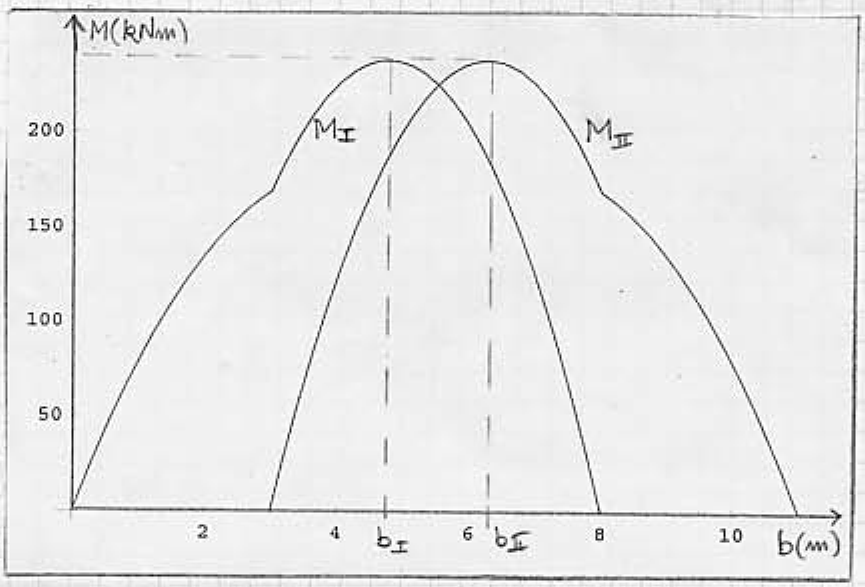
Riassumendo, si ha che:

$$M_I = \begin{cases} \frac{Pb}{2\ell}(\ell-b), & 0 \le b < a \\ \frac{P}{2\ell}(2b-a)(\ell-b), & a \le b < \ell \end{cases}$$

$$M_{II} = \begin{cases} \frac{P}{2\ell}(2b-a)(a+\ell-b) - \frac{P}{2}a, & a \le b < \ell \\ \frac{P}{2\ell}(b-a)(\ell-b+a), & \ell \le b \le \ell+a. \end{cases}$$

Il grafico delle funzioni $M = M_I(b)$, $M = M_{II}(b)$ mostra che esse assumono massimo, nel loro intervallo di definizione, rispettivamente per:

$$\begin{cases} b_I = \frac{\ell}{2} + \frac{a}{4} = 4,75 \text{ m} \\ (M_I)_{max} = \frac{P}{4\ell}\left(\ell - \frac{a}{2}\right)^2 = 237,65 \text{ kNm} \end{cases}$$



e per:

$$b_{II} = \frac{\ell}{2} + \frac{3a}{4} = 6,25 \text{ m}$$

$$(M_{II})_{max} = \frac{P}{4\ell}\left(\ell - \frac{a}{2}\right)^2 = 237,65 \text{ kNm.}$$