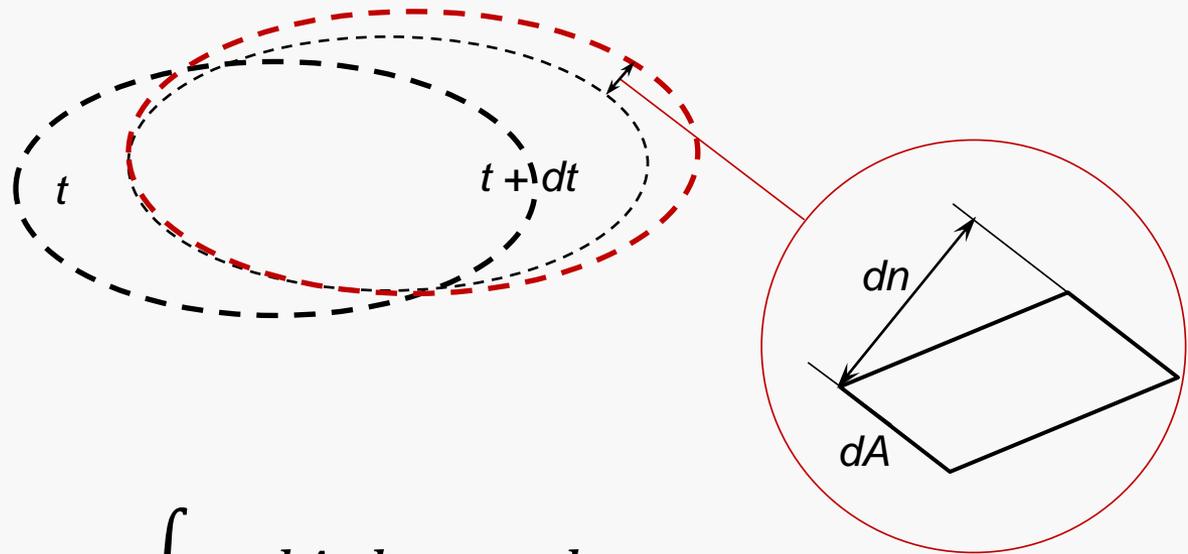


Primo principio della termodinamica (condizioni stazionarie)

Approccio lagrangiano (sistema chiuso – linea tratteggiata)

Il termine $p dv$ è l'energia scambiata dalla massa unitaria contenuta nel sistema chiuso, a seguito di variazioni di volume del sistema chiuso



$$\int_{c.s.} p dA dn = p dv$$

Approccio lagrangiano (sistema chiuso – linea tratteggiata)

Il principio di conservazione dell'energia, per una massa unitaria contenuta nel sistema chiuso che evolve nel tempo dt , fornisce:

$$du + VdV + gdz = dq - d\bar{l}$$

dove:

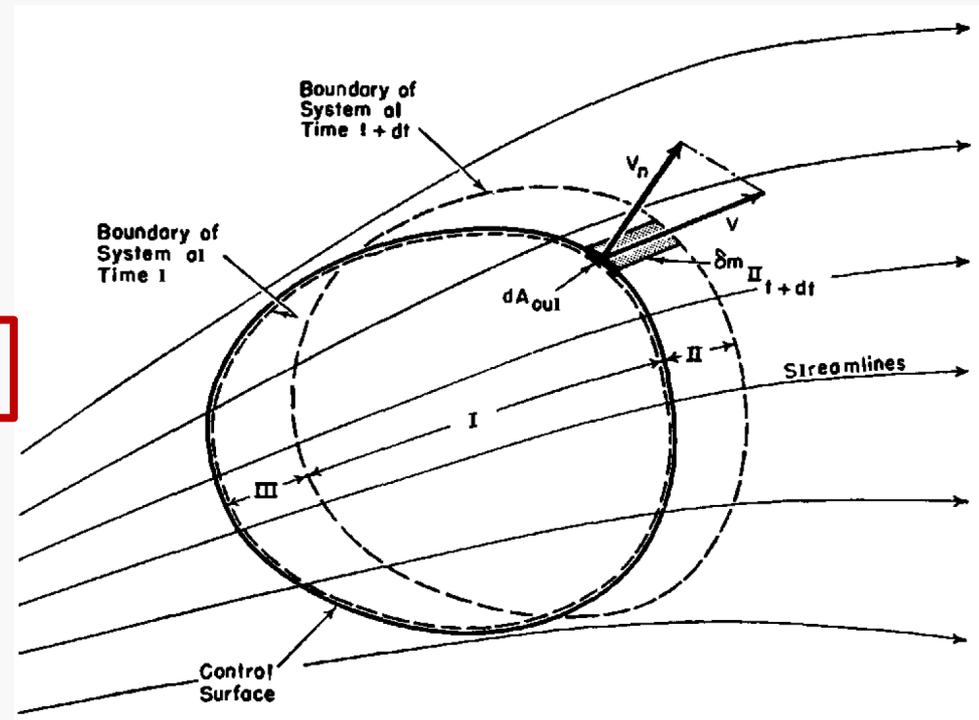
$$du = dq - pdv + dR$$

combinando le due relazioni:

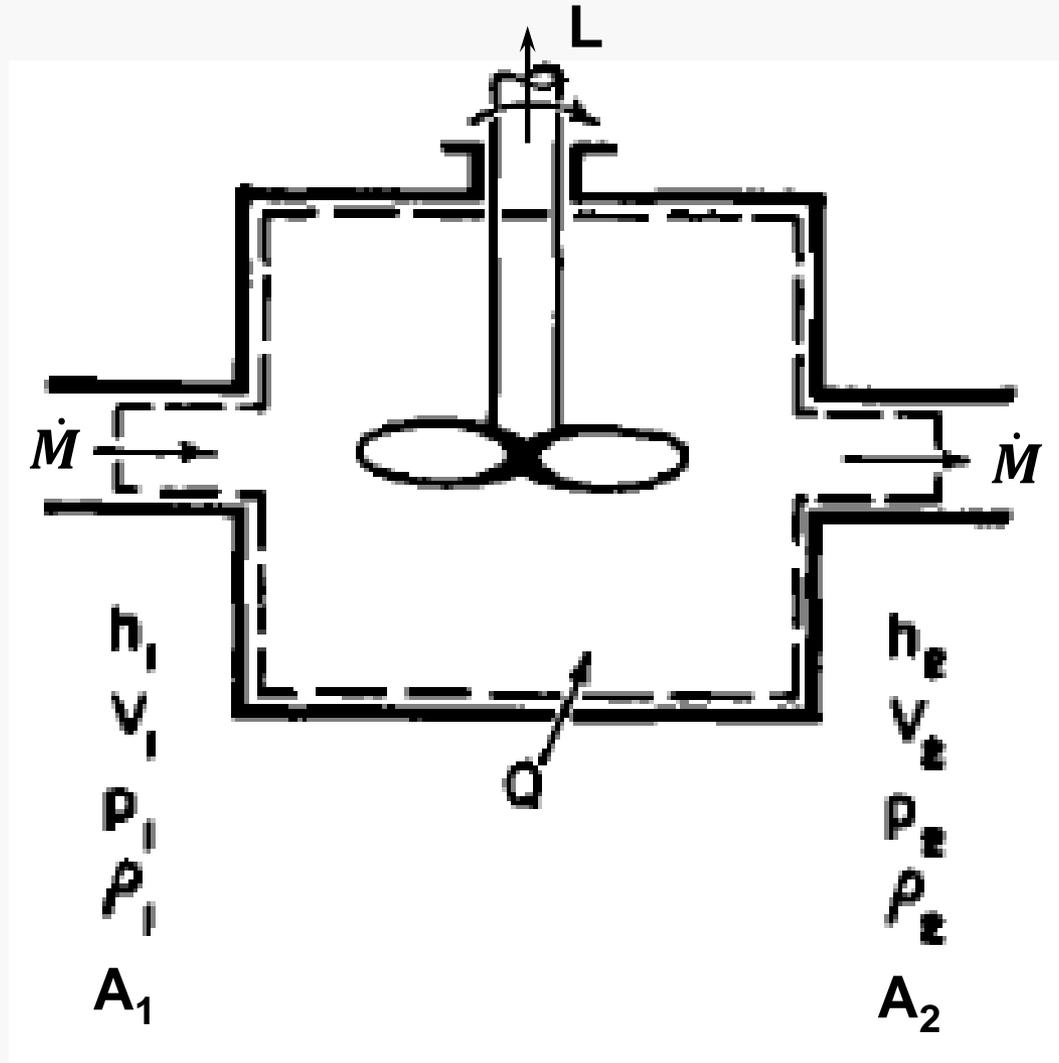
$$d\bar{l} = pdv - dR - VdV - gdz$$

In assenza di perdite, se è possibile trascurare VdV e gdz , risulta:

$$d\bar{l} = pdv$$



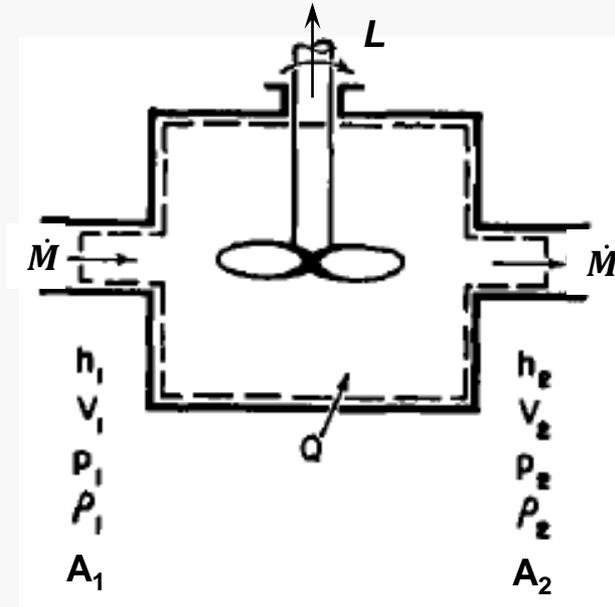
Approccio euleriano (sistema aperto – c. s. coincide con la superficie interna del dispositivo)



Approccio euleriano (sistema aperto – c. s. coincide con la superficie interna del dispositivo)

Equazione di bilancio di massa:

$$\begin{aligned}\dot{M} &= \frac{dM}{dt} = \int_{A_1} \rho V_n dA = \int_{A_2} \rho V_n dA = \\ &= \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2\end{aligned}$$



Equazione di bilancio dell'energia:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta \bar{L}}{dt}$$

Approccio euleriano (sistema aperto – c. s. coincide con la superficie interna del dispositivo)

Equazione di bilancio dell'energia:

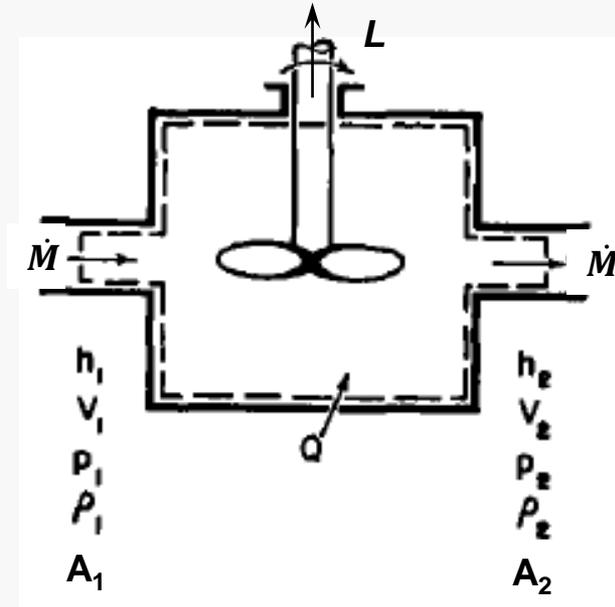
$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta \bar{L}}{dt}$$

$$\frac{dE}{dt} = \int_{c.s.} e \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA = \dot{M}(e_2 - e_1)$$

$$e = u + \frac{V^2}{2} + g z$$

$$\dot{M} p_2 - \dot{M} p_1 = p_2 A_2 V_2 - p_1 A_1 V_1 = \frac{p_2 A_2 dx_2 - p_1 A_1 dx_1}{dt}$$

$$\frac{\delta \bar{L}}{dt} = \frac{\delta L}{dt} + \int_{c.s.} p v \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dA = \frac{\delta L}{dt} + \dot{M}(p_2 v_2 - p_1 v_1)$$



Approccio euleriano (sistema aperto – c. s. coincide con la superficie interna del dispositivo)

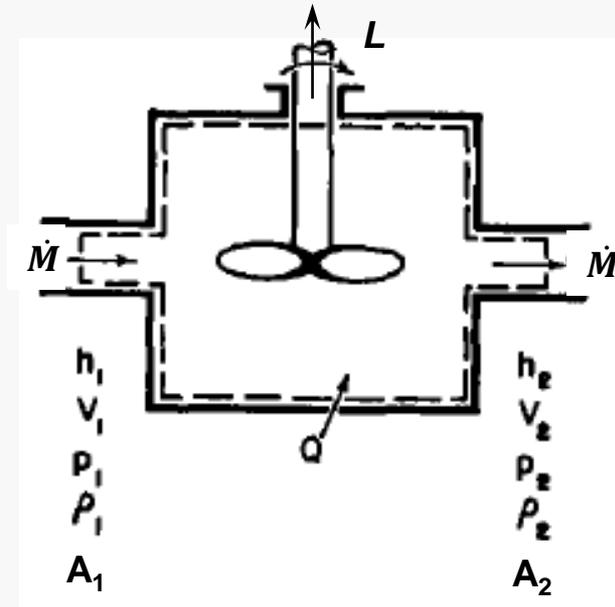
Equazione di bilancio dell'energia:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta \bar{L}}{dt}$$

$$pv + u = h$$

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta L}{dt} = \dot{M} \left[p_2 v_2 + u_2 - p_1 v_1 - u_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

$$\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta L}{dt} = \dot{M} \left[h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$



Approccio euleriano (sistema aperto – c. s. coincide con la superficie interna del dispositivo)

$$\frac{\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta L}{dt}}{\dot{M}} = \frac{\frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta L}{dt}}{\frac{dM}{dt}} = \frac{\delta Q}{dM} - \frac{\delta L}{dM} = q - l$$

⇓

$$q - l = \left[h_2 - h_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \right]$$

I principio della termodinamica per sistemi aperti in forma differenziale

Forma entalpica: $dh + VdV + gdz = dq - dl$

ricordando che:

$$h = u + pv \rightarrow dh = du + pdv + vdp$$

$$du = dq - pdv + dR \rightarrow du + pdv = dq + dR$$

risulta:

$$dh = dq + dR + vdp$$

I principio della termodinamica per sistemi aperti in forma differenziale

Forma entalpica: $dh + VdV + gdz = dq - dl$

ricordando che:

$$dh = dq + dR + vdp$$

si ottiene la **forma meccanica** del I principio della termodinamica per sistemi aperti:

$$VdV + gdz + vdp + dR + dl = 0$$

I principio della termodinamica per sistemi aperti in forma differenziale

Forma entalpica: $dh + VdV + gdz = dq - dl$

ricordando che:

$$dh = dq + dR + vdp$$

si ottiene la **forma meccanica** del I principio della termodinamica per sistemi aperti:

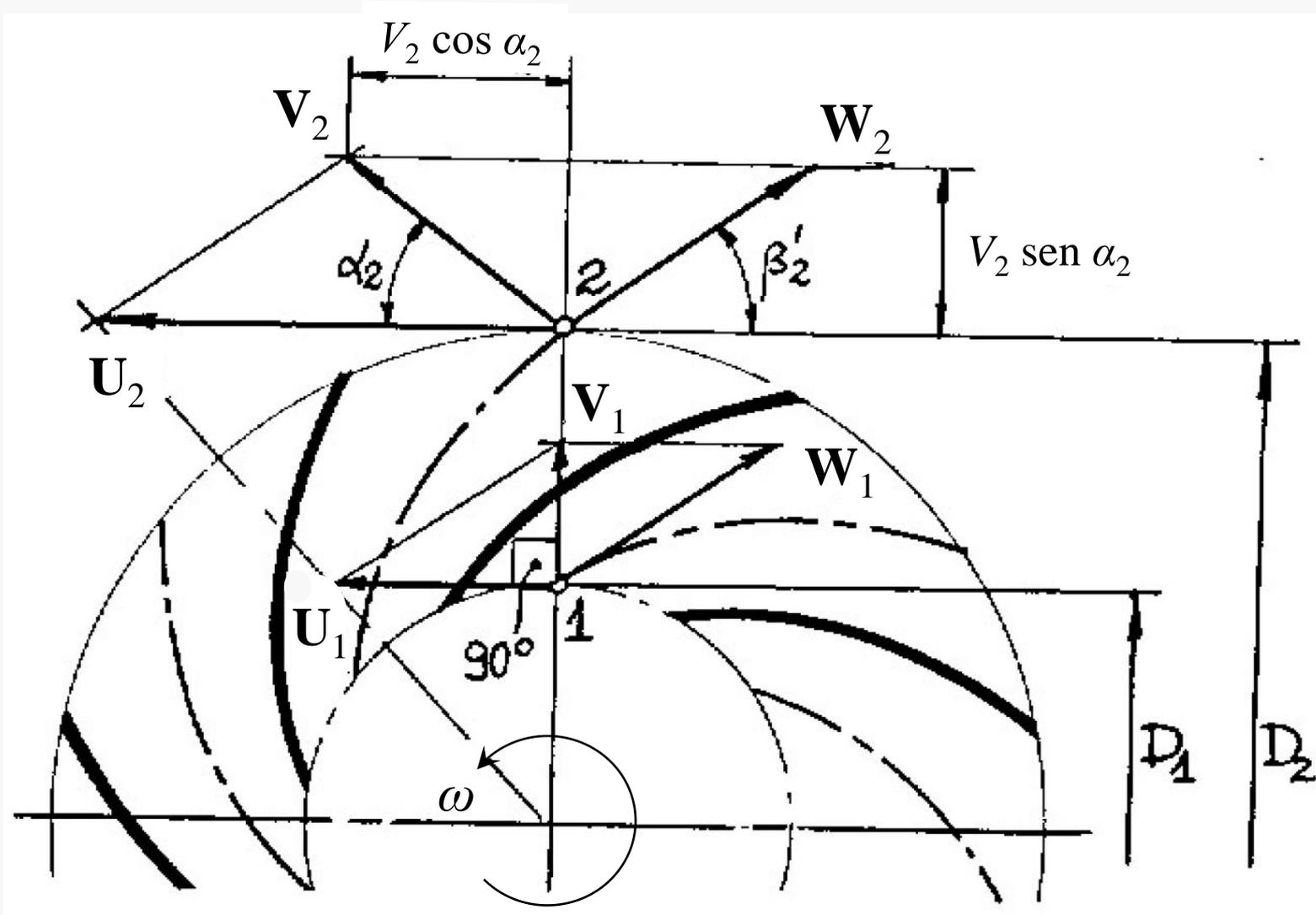
$$VdV + gdz + vdp + dR + dl = 0$$

In assenza di perdite, se è possibile trascurare VdV e gdz , risulta:

$$dl = -vdp$$

Equazione del moto per un osservatore solidale con la girante

Equazione del moto per un osservatore solidale con la girante

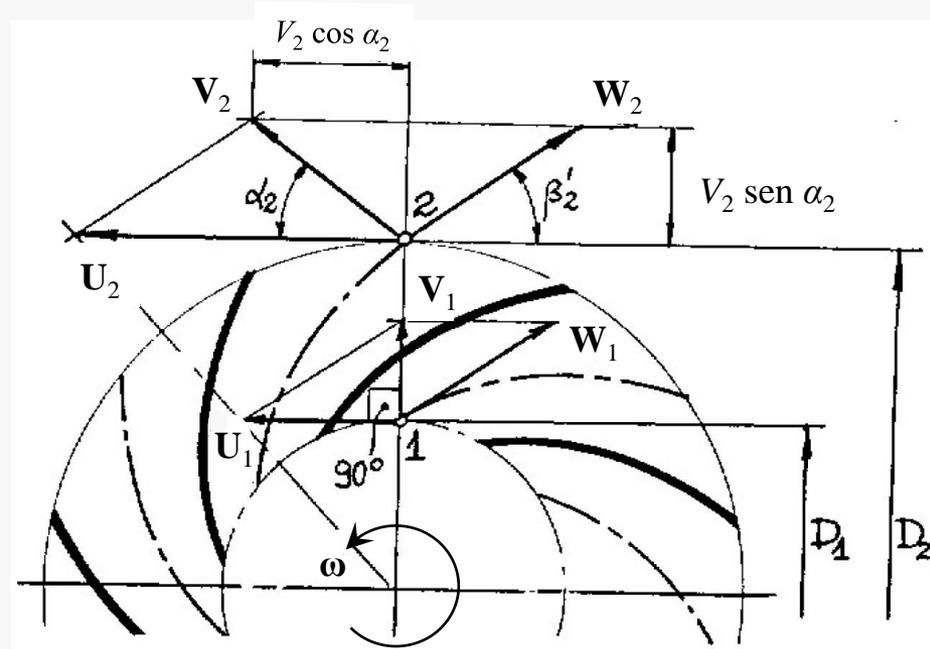


Equazione del moto per un osservatore solidale con la girante

V: velocità assoluta del fluido
(rispetto ad un osservatore fisso)

U: velocità di trascinamento

W: velocità relativa del fluido
(rispetto ad un osservatore
solidale con la girante)

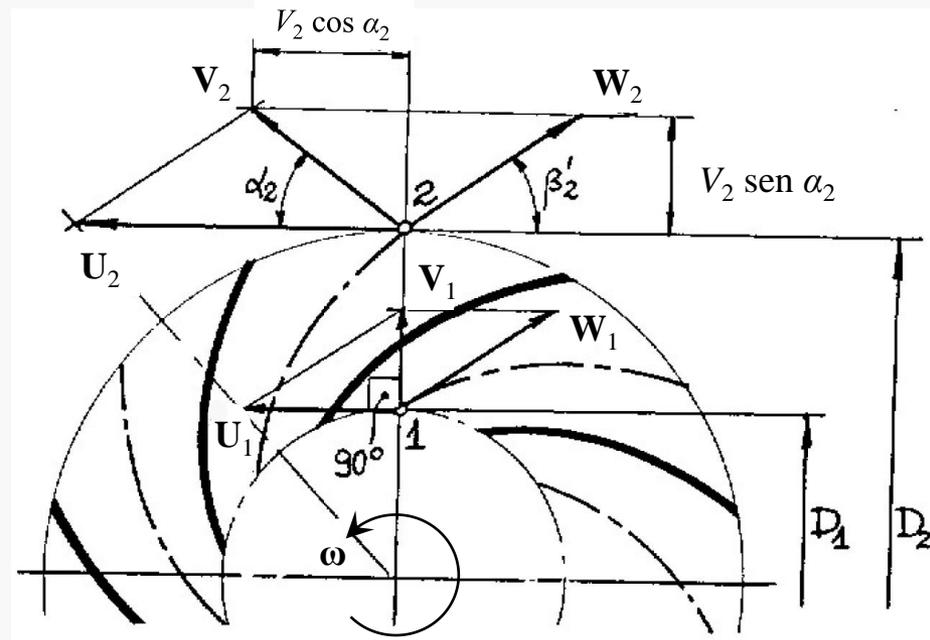


$$\mathbf{V} = \mathbf{W} + \mathbf{U}$$

Equazione del moto per un osservatore solidale con la girante

Per un osservatore solidale con la girante:

- le variazioni di energia cinetica sono associate all'energia cinetica relativa $W^2/2$
- il lavoro scambiato con l'esterno non è rilevabile (l'osservatore solidale con la girante non vede ruotare l'albero attraverso il quale il lavoro è scambiato con l'esterno)
- esiste un *campo di forze centrifughe* la cui energia e_c diminuisce allontanandosi dall'asse di rotazione (al crescere del raggio)



$$\mathbf{V} = \mathbf{W} + \mathbf{U}$$

$$de_c = -\omega^2 r dr = -\omega r d(\omega r) = -U dU$$

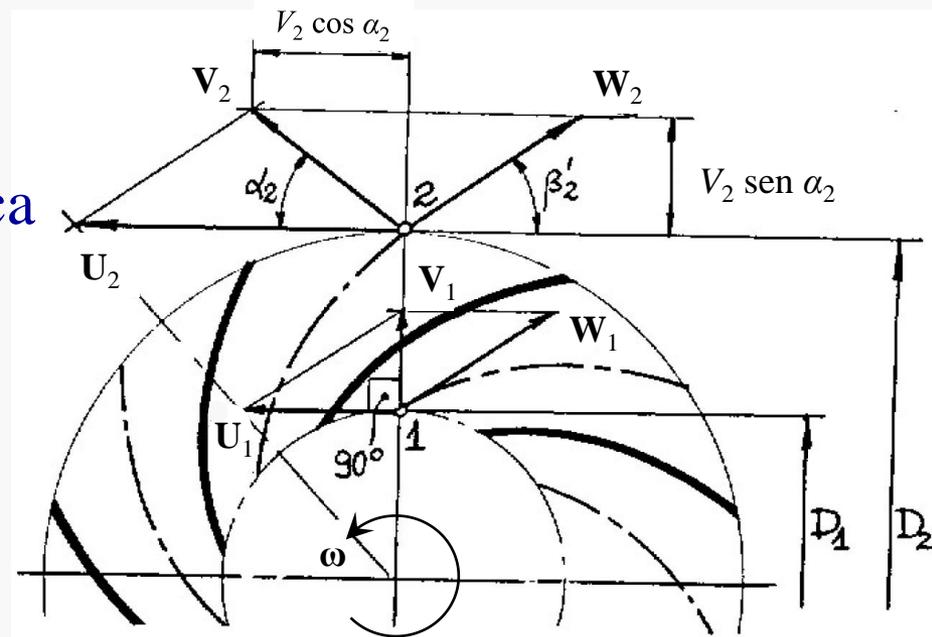
Equazione del moto per un osservatore solidale con la girante

Per un osservatore solidale con la girante le equazioni del moto dei fluidi in forma entalpica e meccanica assumono pertanto rispettivamente la forma:

$$dh + WdW - UdU + gdz = dq$$

$$WdW - UdU + gdz + vdp + dR = 0$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} + \mathbf{U}$$



Espressione del lavoro di Eulero

Forma entalpica:

$$dh + VdV + gdz = dq - dl$$

osservatore fisso

$$dh + WdW - UdU + gdz = dq$$

osservatore solidale con la girante

Forma meccanica:

$$VdV + gdz + vdp + dR + dl = 0$$

osservatore fisso

$$WdW - UdU + gdz + vdp + dR = 0$$

osservatore solidale con la girante

Combinando l'equazione scritta per un osservatore fisso con quella scritta per un osservatore solidale con la girante, si ottiene:

$$dl = -VdV + WdW - UdU$$

Espressione del lavoro di Eulero

$$dl = -VdV + WdW - UdU$$

Integrando l'equazione tra la sezione 1 di ingresso e la sezione 2 di uscita del condotto palare della girante, si ottiene:

$$l = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$$

Espressione del lavoro di Eulero

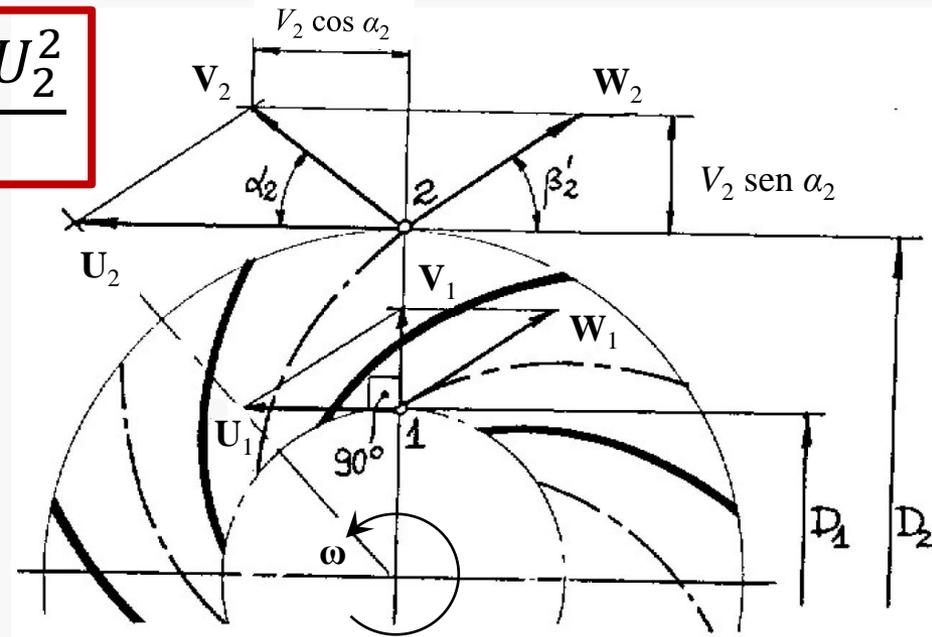
$$l = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$$

Applicando il teorema di Carnot ai triangoli di velocità all'ingresso e all'uscita della pale:

$$W^2 = V^2 + U^2 - 2UV\cos\alpha$$

si ottiene:

$$l = U_1V_1\cos\alpha_1 - U_2V_2\cos\alpha_2 = U_1V_{U1} - U_2V_{U2}$$



Turbomacchine a fluido motrici e operatrici

$$l = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2}$$

Turbomacchine motrici

$$l > 0$$

$$V_1 > V_2$$

$$W_1 < W_2$$

$$U_1 > U_2$$

Turbomacchine operatrici

$$l < 0$$

$$V_1 < V_2$$

$$W_1 > W_2$$

$$U_1 < U_2$$

Turbomacchine a fluido motrici e operatrici

Turbomacchine motrici

$$l > 0$$

$$V_1 > V_2$$

$$W_1 < W_2$$

$$U_1 > U_2$$

$$l_m = l = \frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2} =$$
$$= U_1 V_1 \cos \alpha_1 - U_2 V_2 \cos \alpha_2$$

Turbomacchine operatrici

$$l < 0$$

$$V_1 < V_2$$

$$W_1 > W_2$$

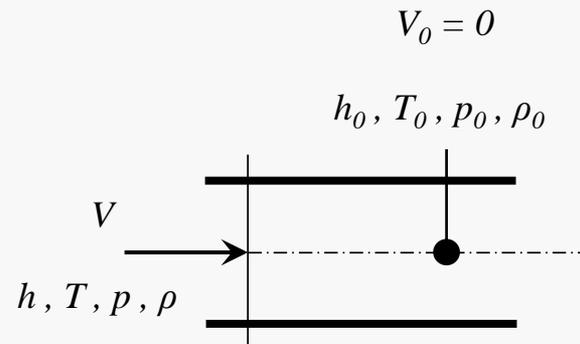
$$U_1 < U_2$$

$$l_o = -l = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2} =$$
$$= U_2 V_2 \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cos \alpha_1$$

Grandezze statiche e totali

Grandezze statiche e totali

Si consideri un condotto fisso adiabatico all'interno del quale ci sia un punto "0" in cui il fluido ristagna

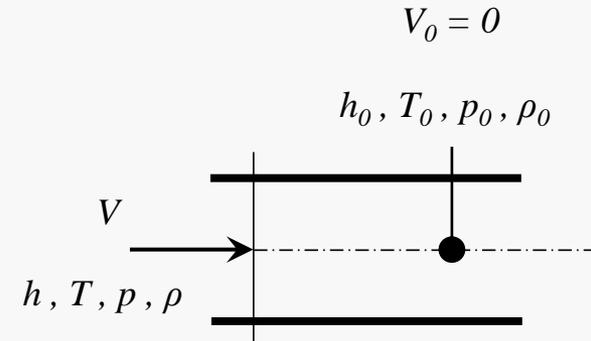


In condizioni stazionarie, integrando l'equazione di bilancio dell'energia tra la sezione indisturbata e il punto di ristagno "0", trascurando la variazione di energia potenziale, si ottiene:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad \text{entalpia totale o di ristagno}$$

Grandezze statiche e totali

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad \text{entalpia totale o di ristagno}$$



Per un gas perfetto: $pv = \frac{p}{\rho} = \frac{R_0}{\mathcal{M}} T = R T$, $R = c_p - c_v$

$$c_v = \left(\frac{du}{dT} \right) , \quad c_p = \left(\frac{dh}{dT} \right) \rightarrow dh = c_p dT$$

Nell'ipotesi di poter considerare $c_p = \text{cost.}$:

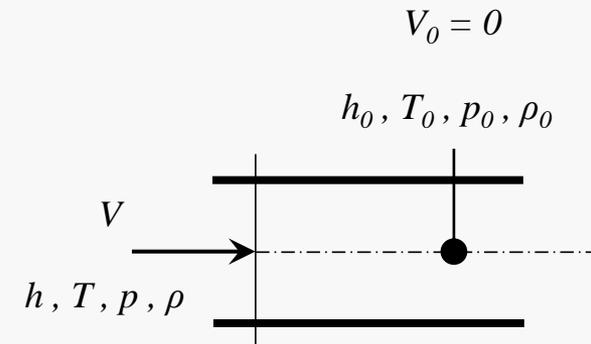
$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} \quad \text{temperatura totale o di ristagno}$$

Grandezze statiche e totali

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad \text{entalpia totale o di ristagno}$$

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} \quad \text{temperatura totale o di ristagno}$$

$$T_0 = T \left(1 + \frac{V^2}{2 \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T} \right)$$



Velocità del suono

La velocità del suono adiabatica è definita come

$$V_s = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s}$$

Lungo una trasformazione isentropica per un gas perfetto risulta:

$$p/\rho^\gamma = \text{cost}$$

che differenziata fornisce:

$$\frac{dp}{\rho^\gamma} - \gamma \frac{p}{\rho^{(\gamma+1)}} d\rho = 0 \Rightarrow \left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s = \gamma \frac{p}{\rho} = \gamma R T$$

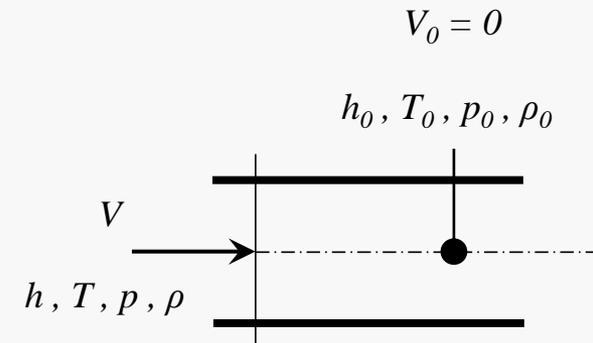
$$V_s = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s} = \sqrt{\gamma R T}$$

Grandezze statiche e totali

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad \text{entalpia totale o di ristagno}$$

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} \quad \text{temperatura totale o di ristagno}$$

$$\begin{aligned} T_0 &= T \left(1 + \frac{V^2}{2 \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T} \right) = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \frac{V^2}{V_s^2} \right) = \\ &= T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right) \end{aligned}$$



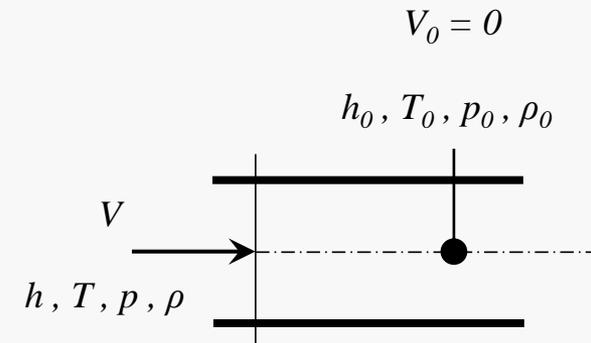
Grandezze statiche e totali

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad \text{entalpia totale o di ristagno}$$

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right) \quad \text{temperatura totale o di ristagno}$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$



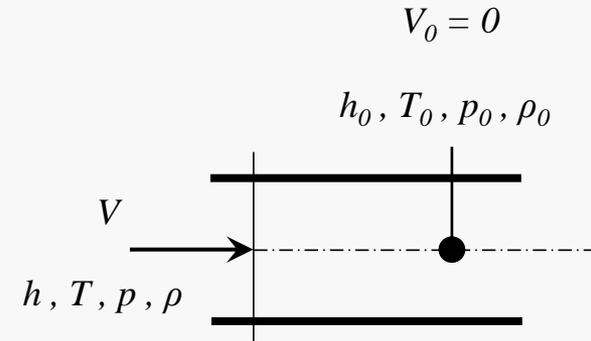
Grandezze statiche e totali

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad \text{entalpia totale o di ristagno}$$

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p} = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right) \quad \text{temperatura totale o di ristagno}$$

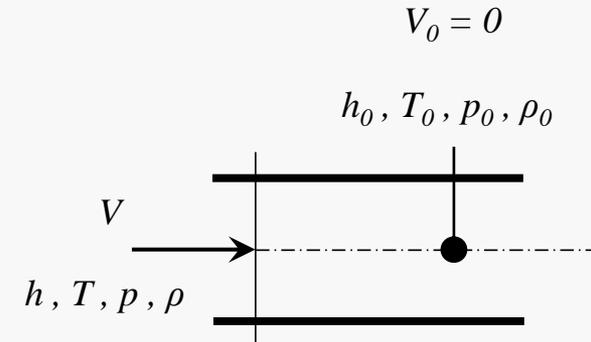
$$p_0 = p \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad \text{pressione totale}$$

$$\rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad \text{densità totale}$$



Ipotesi di incomprimibilità

$$\rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad \text{densità totale}$$



Massima variazione di densità nel punto di ristagno:

$$\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} - 1$$

Per $\gamma = 1.4$:

$$M_a = 0.30 \rightarrow \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = 0.046 \quad (< 5 \%)$$

$$M_a = 0.15 \rightarrow \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = 0.011 \quad (\approx 1 \%)$$

Trasformazioni nelle macchine

Trasformazione politropica (reversibile)

I principio della termodinamica

$$du = dq - pdv + dR$$

Per trasformazione reversibile ($dR = 0$) risulta

$$dq = c_n dT = du + pdv$$

Per un gas perfetto ($pv = RT$, $du = c_v dT$) risulta:

$$dq = c_n dT = c_v dT + pdv = c_v dT + RT \frac{dv}{v}$$

$$(c_v - c_n) dT + RT \frac{dv}{v} = 0$$

Dividendo membro a membro per $(c_v - c_n) T$:

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v - c_n} \frac{dv}{v} = 0$$

Trasformazione politropica (reversibile)

Posto:
$$n = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n}$$

risulta:
$$\frac{R}{c_v - c_n} = \frac{c_p - c_v}{c_v - c_n} = n - 1$$

da cui:
$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{c_v - c_n} \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} + (n - 1) \frac{dv}{v} = 0$$

che integrata fornisce:
$$Tv^{(n-1)} = cost.$$

$$pv^n = cost.$$

$$\frac{T}{p^{\frac{n-1}{n}}} = cost.$$

Trasformazione politropica (reversibile)

Trasformazione isentropica ($dq = 0 \rightarrow c_n = 0$):

$$n = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n} = \frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

Trasformazione isobara ($p = \text{cost.}, c_n = c_p$)

$$n = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n} = 0$$

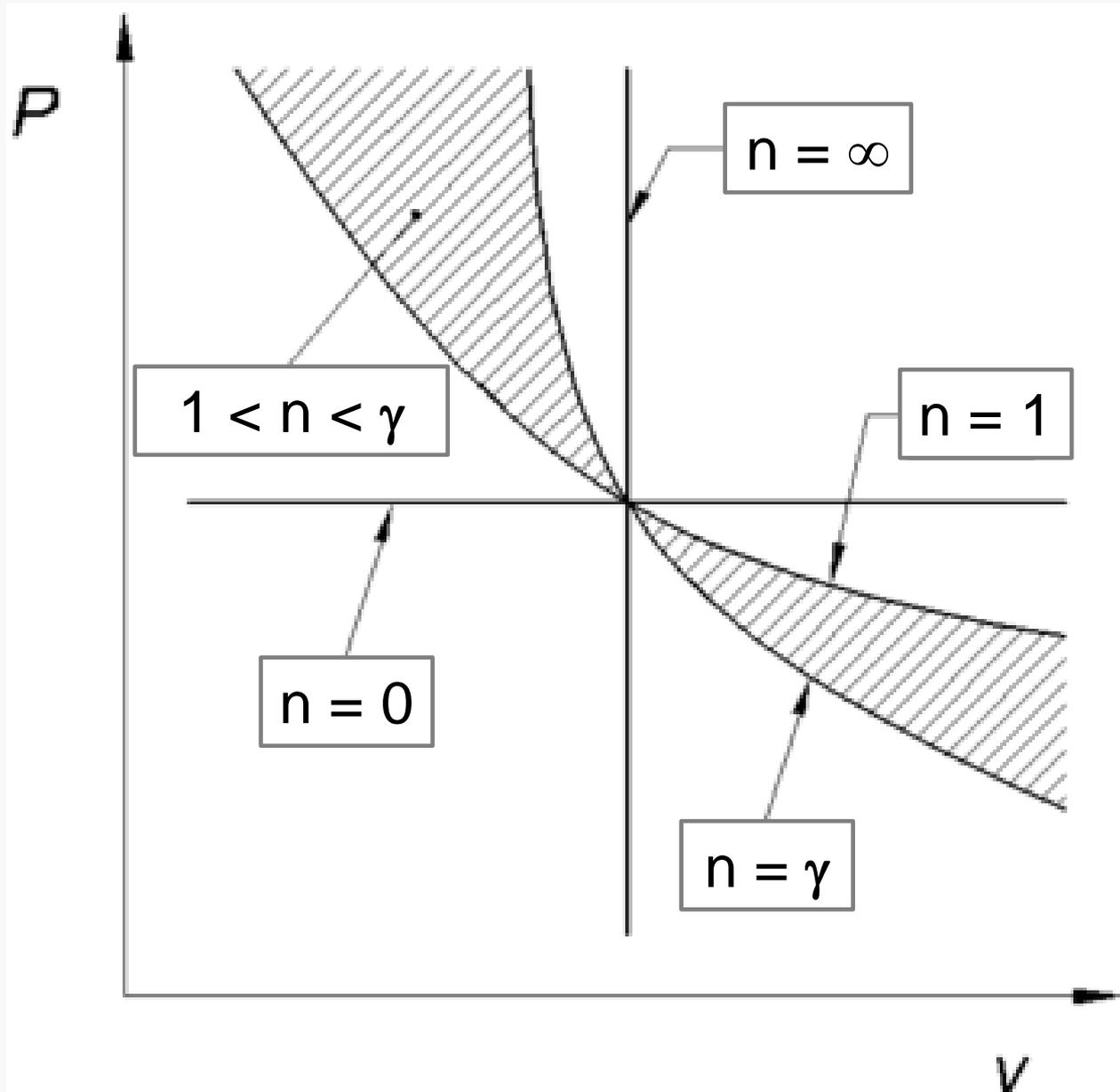
Trasformazione isocora ($v = \text{cost.}, c_n = c_v$)

$$n = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n} = \infty$$

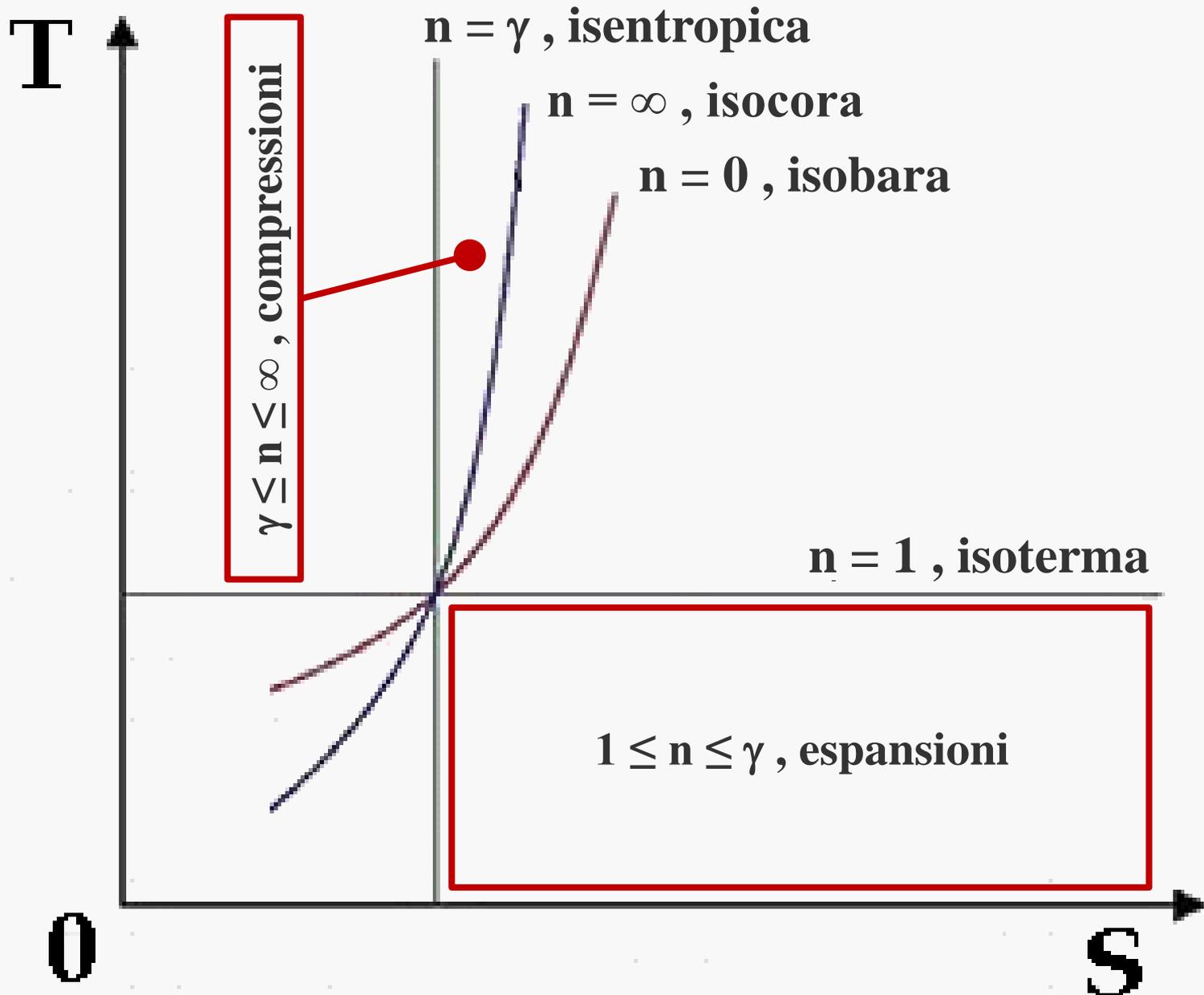
Trasformazione isoterma ($T = \text{cost.}, c_n = \infty$)

$$n = \frac{c_p - c_n}{c_v - c_n} = \frac{(c_p/c_n) - 1}{(c_v/c_n) - 1} = 1$$

Trasformazione politropica (reversibile)



Trasformazione politropica (reversibile)



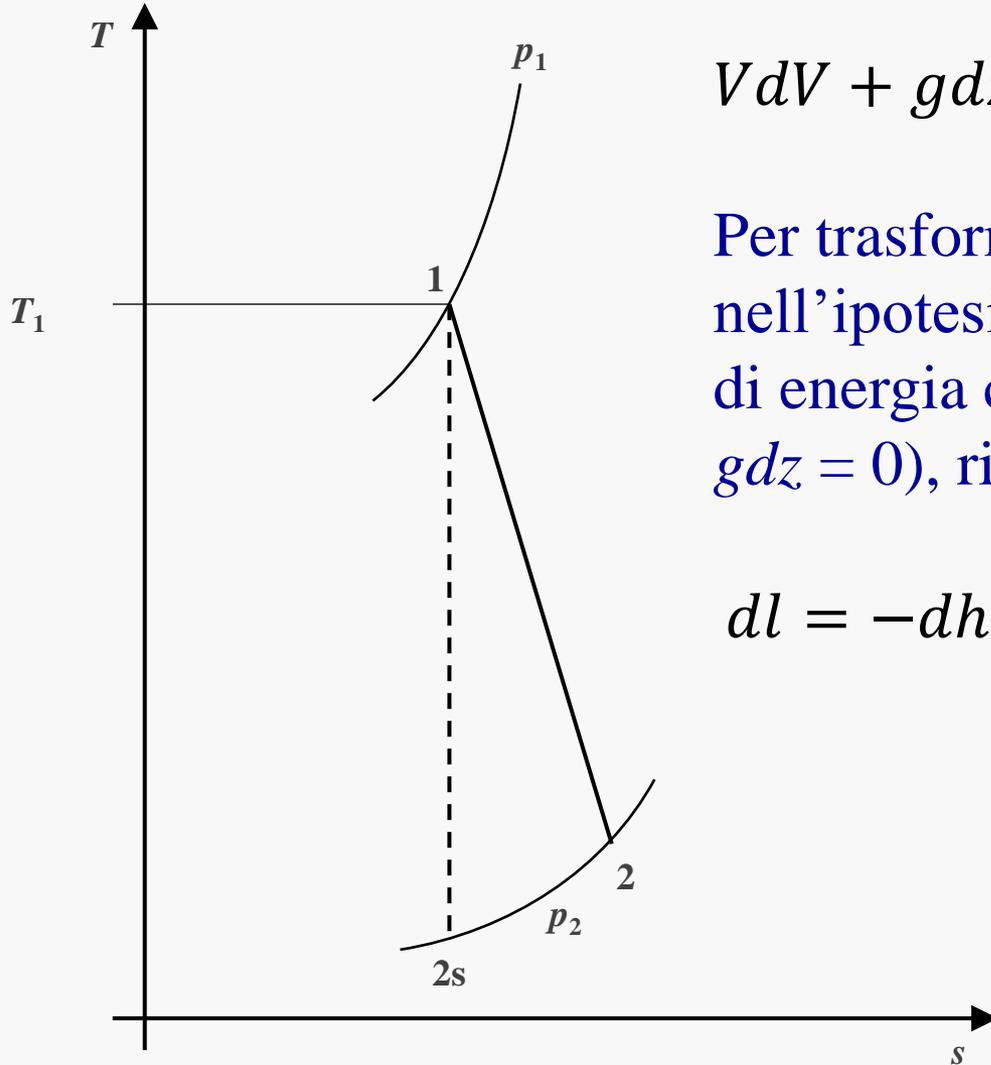
Trasformazione politropica (1-2)

$$dh + VdV + gdz = dq - dl$$

$$VdV + gdz + vdp + dR + dl = 0$$

Per trasformazione reversibile ($dR = 0$),
nell'ipotesi di poter trascurare le variazioni
di energia cinetica e potenziale ($VdV = 0$,
 $gdz = 0$), risulta:

$$dl = -dh + dq = -vdp$$



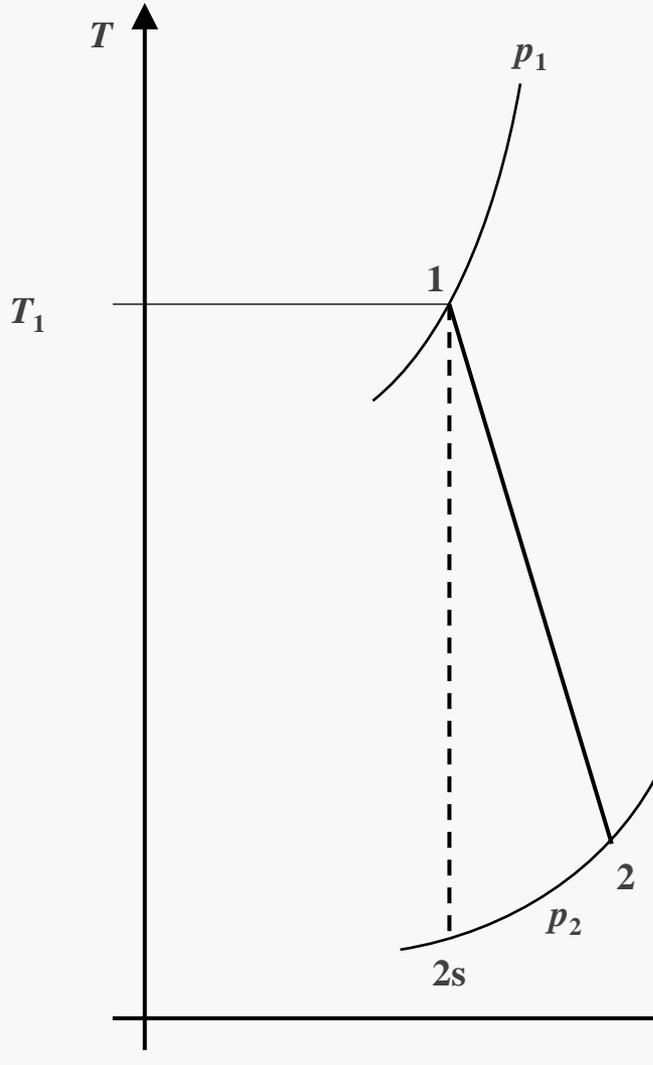
Trasformazione politropica (1-2)

$$dl = -dh + dq = -vdp$$

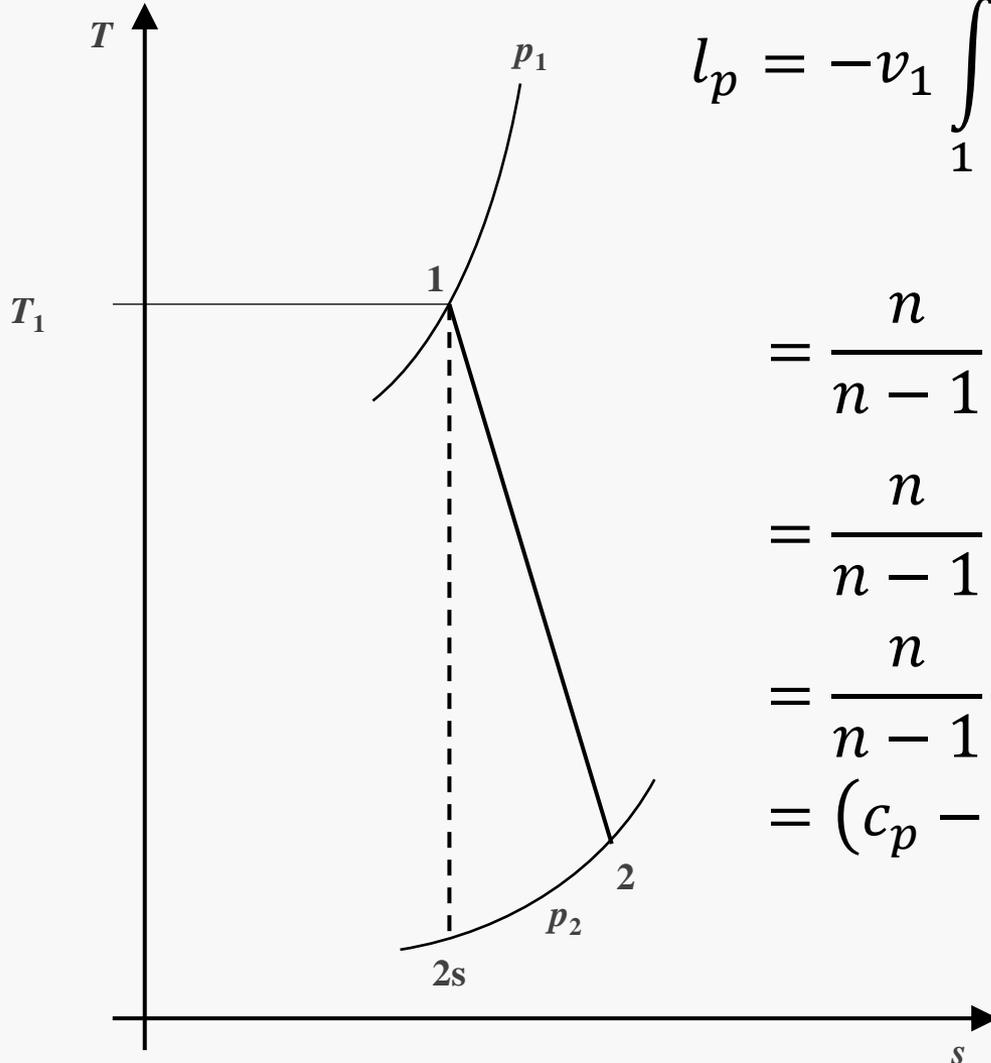
Integrando tra lo stato fisico iniziale e quello finale si ottiene :

$$l_p = (h_1 - h_2) + q = (c_p - c_n)(T_1 - T_2) =$$
$$= - \int_1^2 v dp$$

$$v = v_1 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{n}} \rightarrow l_p = - \int_1^2 v dp =$$
$$= -v_1 \int_1^2 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{n}} dp$$



Trasformazione politropica (1-2)



$$\begin{aligned}
 l_p &= -v_1 \int_1^2 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{n}} dp = v_1 p_1^{\frac{1}{n}} \left[\frac{p^{(1-\frac{1}{n})}}{1-\frac{1}{n}} \right]_2^1 = \\
 &= \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] = \\
 &= \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right] = \\
 &= \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma} c_p (T_1 - T_2) = \\
 &= (c_p - c_n) (T_1 - T_2)
 \end{aligned}$$

Espansione: $c_n < 0$

Compressione: $c_n > 0$

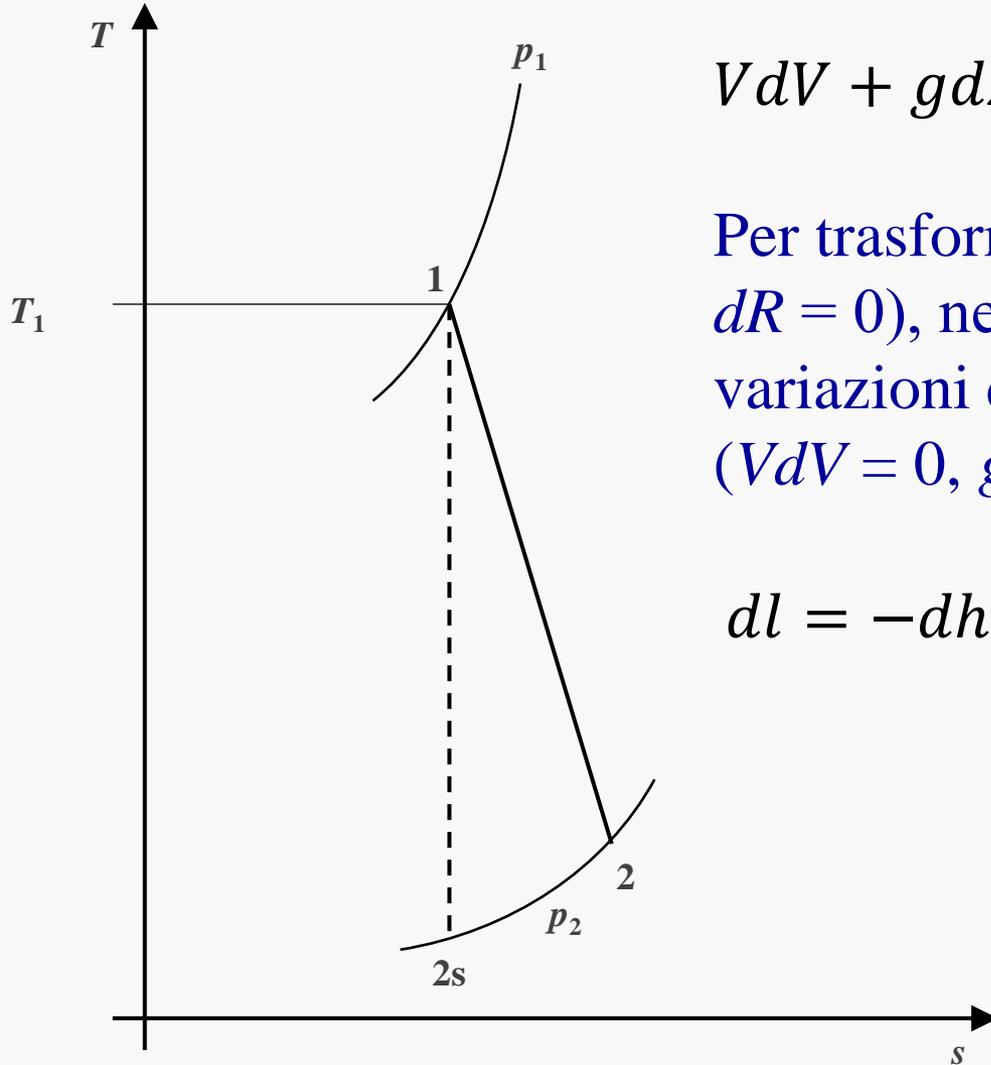
Trasformazione isentropica (1-2s)

$$dh + VdV + gdz = dq - dl$$

$$VdV + gdz + vdp + dR + dl = 0$$

Per trasformazione isentropica ($dq = 0$, $dR = 0$), nell'ipotesi di poter trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale ($VdV = 0$, $gdz = 0$), risulta:

$$dl = -dh = -vdp$$



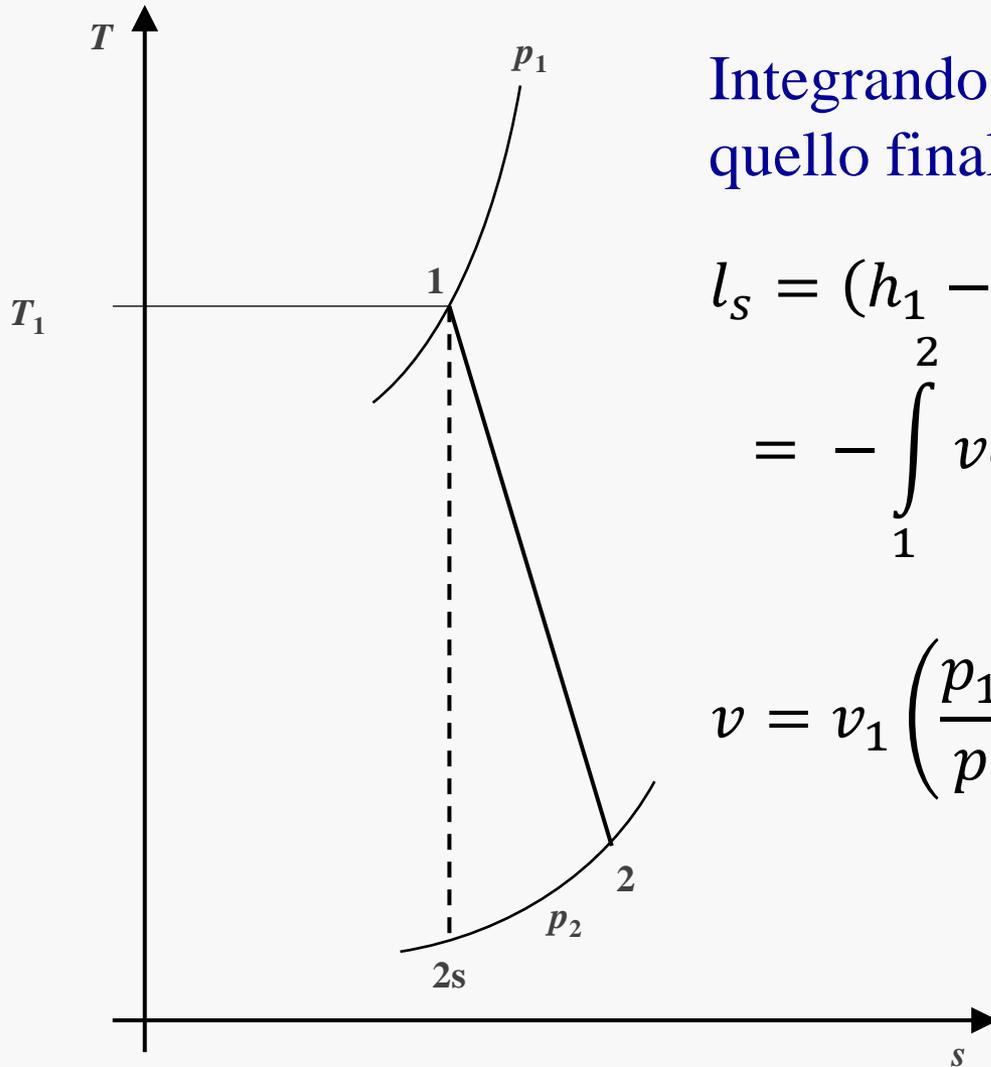
Trasformazione isentropica (1-2s)

$$dl = -dh = -vdp$$

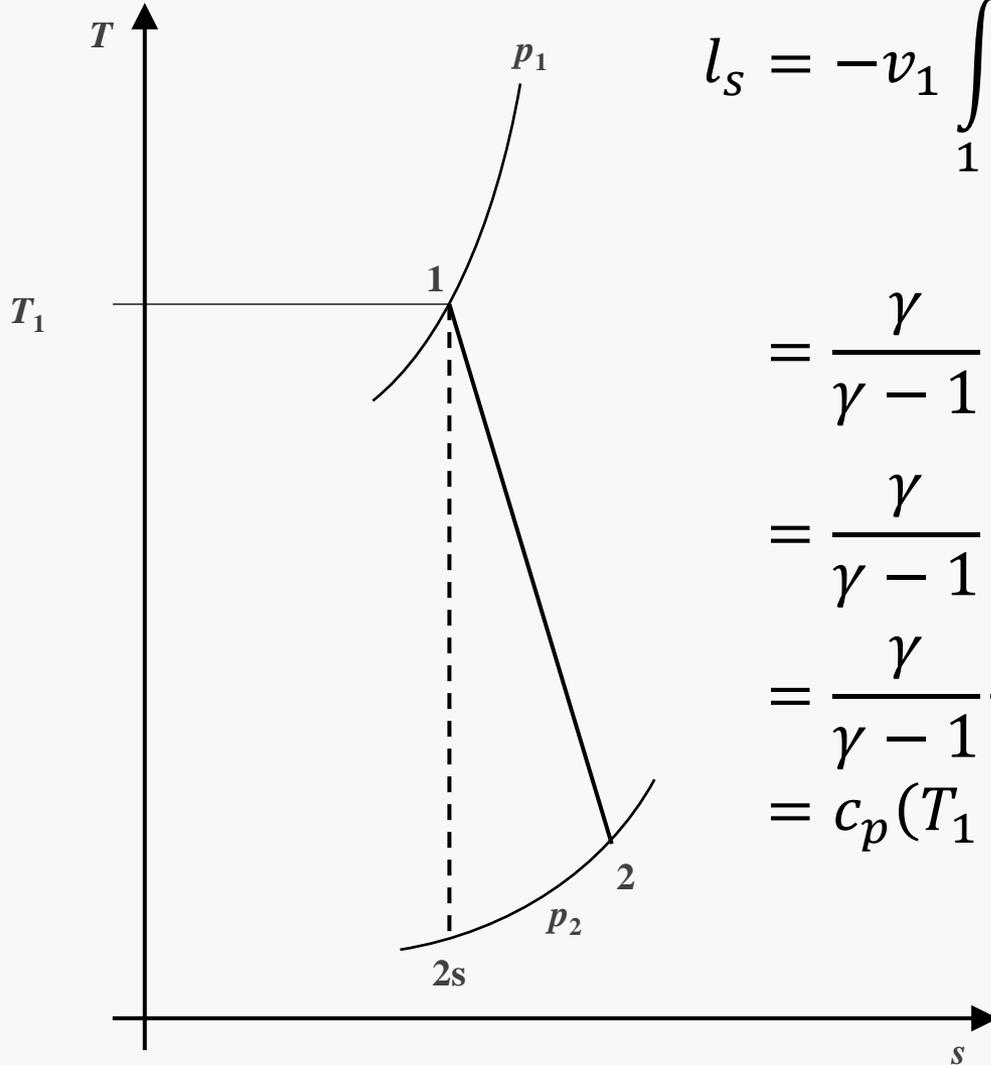
Integrando tra lo stato fisico iniziale e quello finale si ottiene :

$$\begin{aligned} l_s &= (h_1 - h_{2s}) = c_p(T_1 - T_{2s}) = \\ &= - \int_1^2 v dp \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= v_1 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \rightarrow l_s = - \int_1^2 v dp = \\ &= -v_1 \int_1^2 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} dp \end{aligned}$$



Trasformazione isentropica (1-2s)



$$\begin{aligned}
 l_s &= -v_1 \int_1^2 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}} dp = v_1 p_1^{\frac{1}{\gamma}} \left[\frac{p^{(1-\frac{1}{\gamma})}}{1 - \frac{1}{\gamma}} \right]_2^1 = \\
 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \\
 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_1 \left[1 - \frac{T_{2s}}{T_1} \right] = \\
 &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\gamma - 1}{\gamma} c_p (T_1 - T_{2s}) = \\
 &= c_p (T_1 - T_{2s})
 \end{aligned}$$

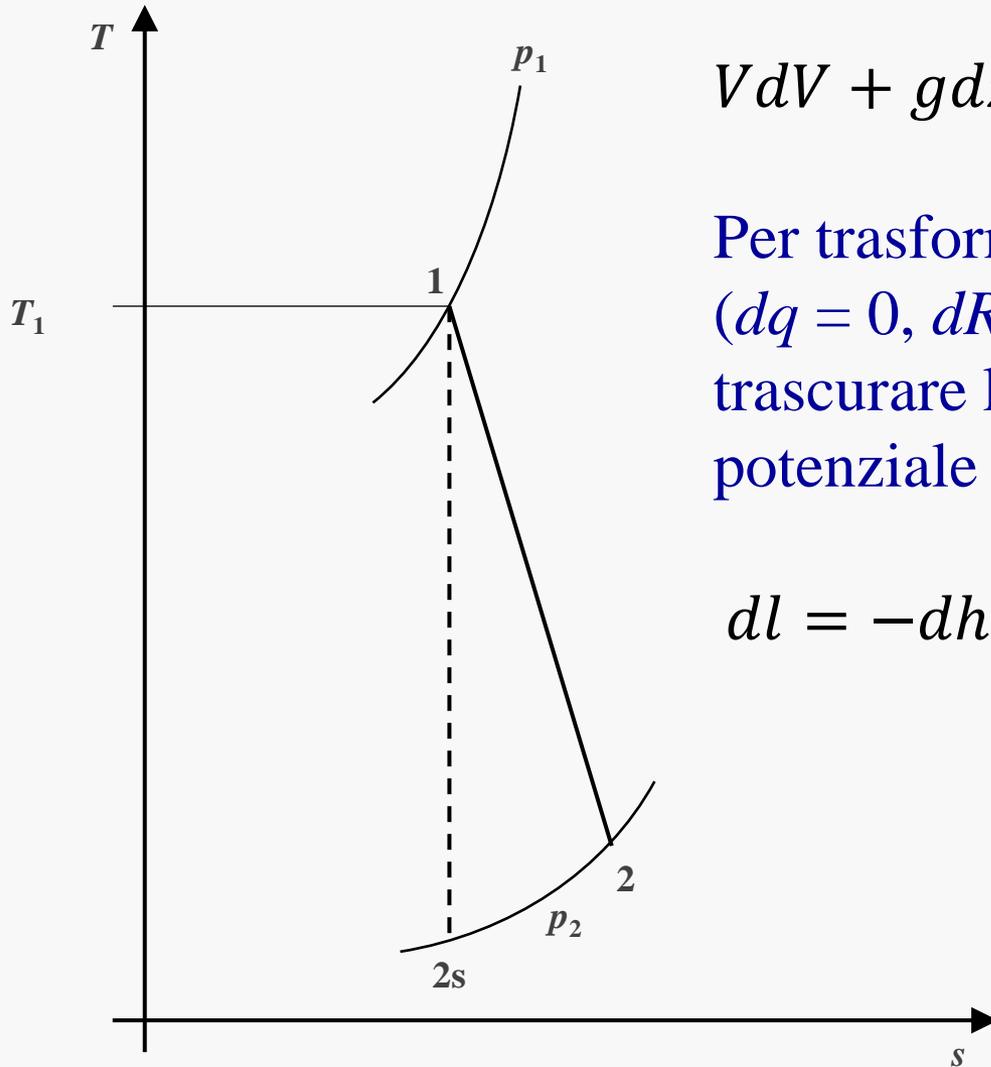
Trasformazione adiabatica irreversibile (1-2)

$$dh + VdV + gdz = dq - dl$$

$$VdV + gdz + vdp + dR + dl = 0$$

Per trasformazione adiabatica irreversibile ($dq = 0$, $dR > 0$), nell'ipotesi di poter trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale ($VdV = 0$, $gdz = 0$), risulta:

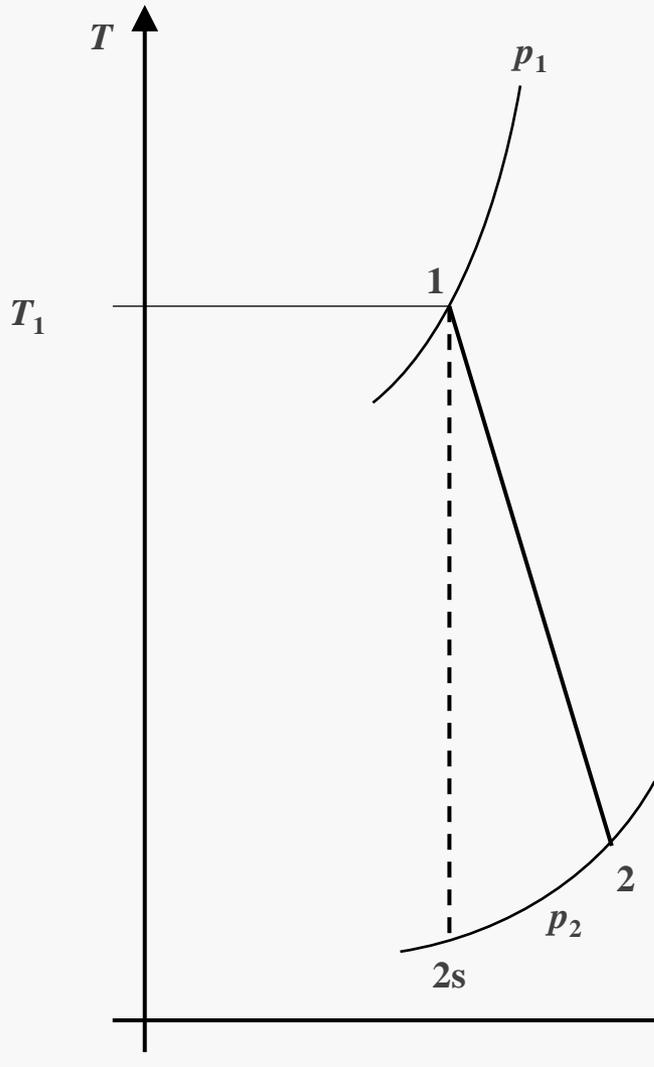
$$dl = -dh = -vdp - dR$$



Trasformazione adiabatica irreversibile (1-2)

$$dl = -dh = -vdp - dR$$

Integrando tra lo stato fisico iniziale e quello finale si ottiene :



$$\begin{aligned} l_{ai} &= -R - \int_1^2 v dp = (h_1 - h_2) = \\ &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} R (T_1 - T_2) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \\ &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \end{aligned}$$

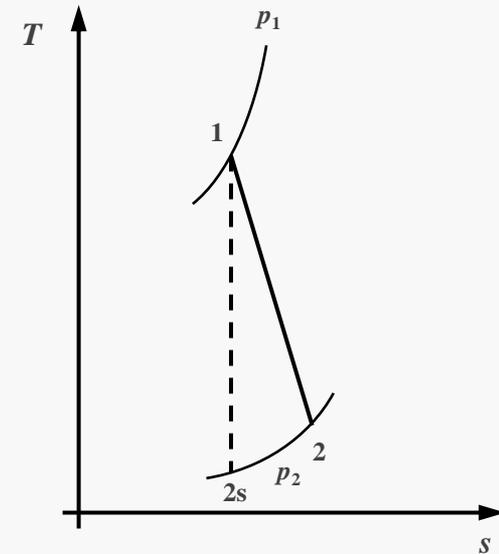
Rendimenti della trasformazione di espansione

Rendimento politropico

$$\eta_{pe} = \frac{l_{ai}}{l_p} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{n - 1}{n} = \frac{c_p}{c_p - c_n}$$

Rendimento isentropico

$$\begin{aligned} \eta_{se} &= \frac{l_{ai}}{l_s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}} = \frac{1 - \frac{T_2}{T_1}}{1 - \frac{T_{2s}}{T_1}} = \\ &= \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\eta_{pe} \frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \end{aligned}$$



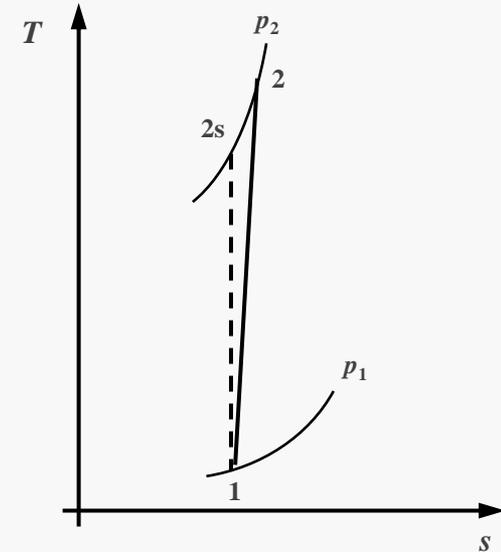
Rendimenti della trasformazione di compressione

Rendimento politropico

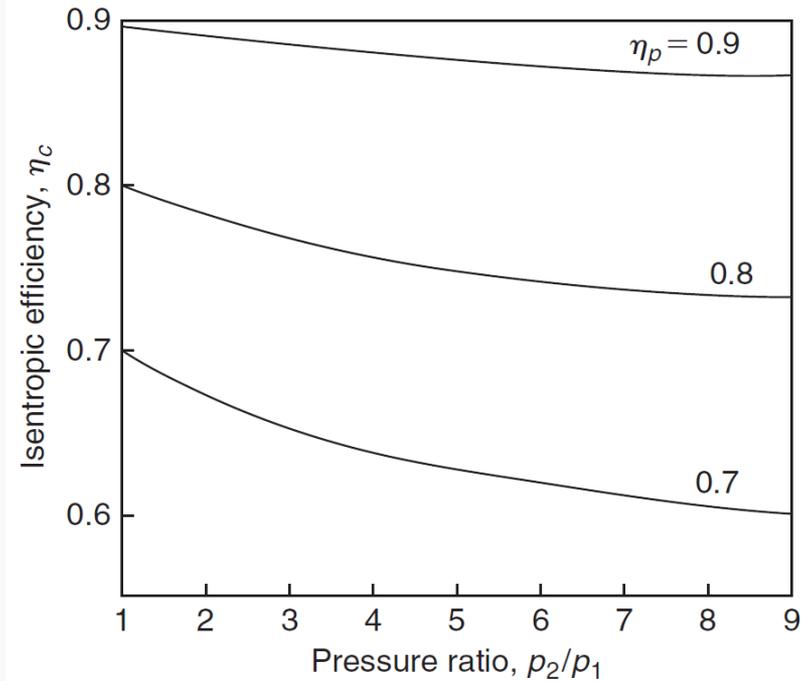
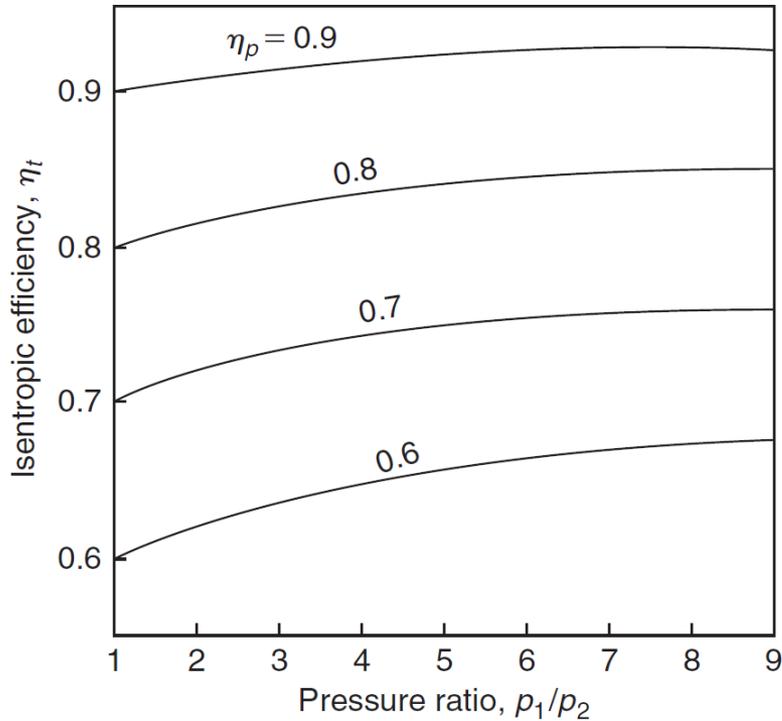
$$\eta_{pc} = \frac{l_p}{l_{ai}} = \frac{n}{n-1} \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{c_p - c_n}{c_p}$$

Rendimento isentropico

$$\begin{aligned}\eta_{sc} &= \frac{l_s}{l_{ai}} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\frac{T_{2s}}{T_1} - 1}{\frac{T_2}{T_1} - 1} = \\ &= \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{pc}}} - 1}\end{aligned}$$



Legame tra rendimenti isentropici e politropici



$$\eta_{se} = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\eta_{pe} \frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\eta_{sc} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \eta_{pc}} - 1}$$