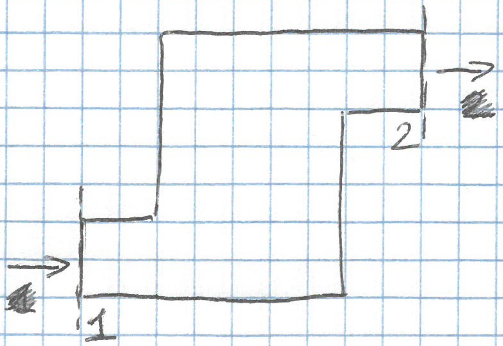
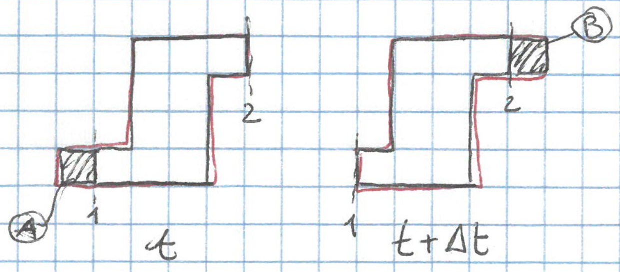
SISTEMI APERTI



- La maggior parte delle macchine scambiano materia con l'esterno (ES. POMPA, TURBINA, SCAMBIATORE, ECC.)
- L'ipotesi di equilibrio termico non è più valida
- Per ricondurci a quanto studiato per i SISTEMI CHIUSI, introduciamo il:

SISTEMA CHIUSO AUSILIARIO

che ricalca il perimetro del sistema aperto ~~[illegible]~~ tranne una piccola parte 1 nell'istante t.



All'istante $t+\Delta t$ il SIST. CHIUSO AUSILIARIO si muove in quello aperto e fuoriesce da 2 di una certa quantità.

Sarà sufficiente attribuire le proprietà per le quantità fuori dal sistema aperto (▨) e sapere che queste sono "vicine" all'equilibrio.

DEFINIZIONI:

PROCESSO STAZIONARIO (REGIME): processo in cui tutte le grandezze non cambiano nel tempo

$$\frac{\partial *}{\partial t} = 0$$

$*$ QUALSIASI VARIABILE

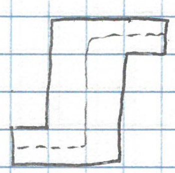
PROCESSO MEDIAMENTE STAZIONARIO: le grandezze non cambiano per un Δt lungo ma FINITO
(REGIME)

- Se ipotizziamo che le due masse (A) e (B) sono vicine all'equilibrio, posso assegnare le proprietà termodinamiche nelle sezioni di ingresso e uscita 1 e 2:

  T_1, p_1, H_1, S_1, U_1

  T_2, p_2, H_2, S_2, U_2

- Descriviamo il sistema con una ascissa curvilinea (MONODIMENSIONALE) perché le proprietà sono costanti nelle sezioni

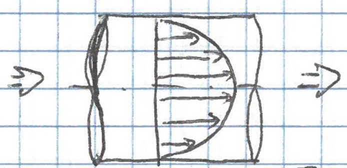


- ENERGIA POTENZIALE:
  ci interessa quella delle due masse (A) e (B) ΔM_1 e ΔM_2
  Prendiamo asse z parallelo a $\vec{g}$ e con verso opposto

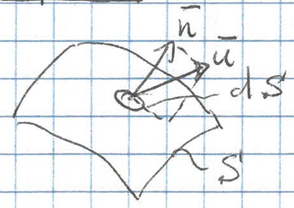
$$E_{pot} = \Delta M \cdot g \cdot z$$

  (z si rileva nel centro geometrico della sezione)

- ENERGIA CINETICA:
  va calcolata in riferimento alla velocità media
  All'interno della sezione $\bar{u}$ non è costante (solitamente aderisce alle pareti)



$$\bar{u} = \bar{u}(x, y, z)$$



Considero la proiezione di $\bar{u}$ su $\bar{n}$: $\vec{u} \cdot \vec{n}$

Spostamento del punto in dS $dx = \bar{u} \cdot \bar{n}\, dt$

$dx \cdot dS =$

Moltiplico per dS e trovo $dV = \bar{u} \cdot \bar{n} \cdot dt \cdot dS$

La portata $dQ_v = dV/dt = \bar{u} \cdot \bar{n} \cdot dS$

Pertanto $Q_V = \int_S \bar{u} \cdot \bar{n} \, dS'$ (portata volumetrica)

Per la portata in massa ripeto il ragionamento fino a

$$dV = \bar{u} \cdot \bar{n} \cdot dt \cdot dS'$$

$$dM = \rho \, dV = \rho \, \bar{u} \cdot \bar{n} \, dt \cdot dS'$$

$$\underbrace{dQ_M}_{(dM/dt)} = \rho \bar{u} \cdot \bar{n} \, dS' \qquad \text{e} \qquad Q_M = \int_{S'} \rho \bar{u} \cdot \bar{n} \, dS'$$

Definisco w = <u>VELOCITÀ MEDIA</u> il valore costante sulla sezione che garantisce la stessa portata in volume Q_V della distribuzione originale di velocità.

$$Q_V = \int_S w \cdot \underbrace{\bar{i} \cdot \bar{n}}_{=1} \, dS' = w \int_S dS' = w \cdot S'$$

$$\Rightarrow \quad w = \frac{1}{S'} \int_S \bar{u} \cdot \bar{n} \, dS'$$

<u>N.B.</u> La velocità media non è la MEDIA ARITMETICA ma quella che garantisce la stessa portata in volume.

Scrivo l'energia cinetica trasportata dalla massa di fluido nell'unità di tempo attraverso S':

$$Q_E = \int_S \underbrace{\left(\rho \frac{u^2}{2} \right)}_{\text{EN. CINETICA PER UNITÀ DI VOLUME}} \bar{u} \cdot \bar{n} \, dS' = \int \rho \frac{u^3}{2} \, dS'$$

u = componente lungo x

se ipotizzo nel sistema aperto le propr. uniformi:

$$= \frac{\rho}{2} \int_{S'} u^3 \, dS'$$

Posso scrivere $Q_E = \underbrace{e_c}_{\text{EN. CINETICA PER UNITÀ DI MASSA}} \cdot Q_m = \frac{\rho}{2} \int_S u^3 \, dS'$

ma $Q_m = \int_{S'} \rho u \, dS' = \rho \int_{S'} u \, dS'$

pertanto $e_c = \frac{1}{2} \frac{\int_{S'} u^3 \, dS'}{\int_{S'} u \, dS'}$ → portata in volume $= W \cdot S'$

$= \frac{1}{2} \frac{\int_{S'} u^3 \, dS'}{W \cdot S'} \cdot \frac{W^2}{W^2}$

$= \frac{\alpha W^2}{2}$ dove $\alpha = \frac{\frac{1}{S} \int u^3 \, dS'}{W^3} = \frac{\langle u^3 \rangle}{W^3}$

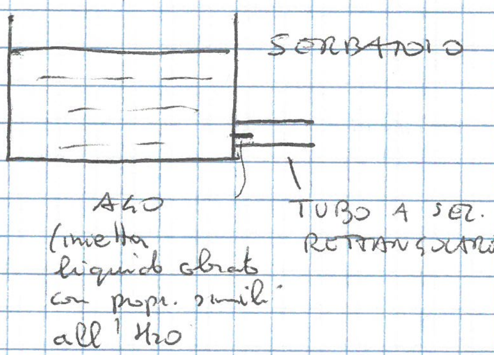
MOMENTO DI ORDINE 3 DI u

NOTA: $\alpha = 1$ quando $u = \text{cost}$ (fluidi ideali a viscosità nulla)

In generale $\alpha > 1$, per calcolare α devo introdurre i REGIMI di MOTO dei FLUIDI definiti da Reynolds in un famoso esperimento

- moto laminare
- moto turbolento
- moto di transizione

Esperimento di Reynolds: (1880)



- a velocità bassa l'inchiostro si muove // all'asse del condotto ed è ben riconoscibile: LAMINARE
- a velocità superiore l'inchiostro ha un andamento oscillatorio: TRANSIZIONE
- a velocità elevata si distribuisce su tutta la sezione del condotto: TURBOLENTO

Reynolds si accorse che i diversi regimi di moto dipendono da un parametro adimensionale

$$\frac{w \cdot L}{\mu / \rho} = Re$$

NUMERO DI REYNOLDS

w = velocità
L = dimensione caratteristica
μ = viscosità molecolare del fluido
ρ = densità

Con riferimento al tubo a sezione circolare:

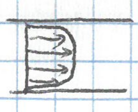
$Re < 2300$ → LAMINARE

$2300 < Re < 4000$ → TRANSIZIONE

$Re > 4000$ → TURBOLENTO

Il valore di α dipende dal regime di moto:

LAMINARE → $\alpha = 2$ (distribuzione parabolica)



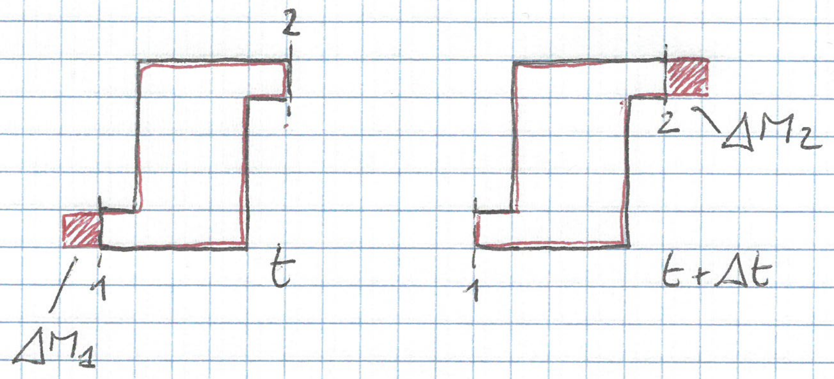
TURBOLENTO → $\alpha \simeq 1{,}1$ (profilo u più piatto)

Nelle applicazioni ingegneristiche il moto laminare è rarissimo, abbiamo di solito MOTO TURBOLENTO

Spesso $\alpha = 1$ trascurando il 10% (approccio ingegneristico)

LEZIONE 6

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA
o EQUAZIONE DI CONTINUITÁ



Per il sistema chiuso ausiliario:

all'istante t $\quad M_t = \Delta M_1 + \left(\int_V \rho \, dV\right)_t$

" " $t+\Delta t$ $\quad \cancel{M_{t+\Delta}}$

$$M_{t+\Delta t} = \left(\int_V \rho \, dV\right)_{t+\Delta t} + \Delta M_2$$

Siccome il sistema ausiliario è chiuso $M_t = M_{t+\Delta t}$

quindi:

$$M_t - M_{t+\Delta t} = 0$$

$$\Delta M_1 - \Delta M_2 + \left(\int_V \rho \, dV\right)_t - \left(\int_V \rho \, dV\right)_{t+\Delta t} = 0$$

$$\Delta M_1 - \Delta M_2 = \left(\int_V \rho \, dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_V \rho \, dV\right)_t$$

↓ divido per Δt

↓ $\lim \Delta t \to 0$

↓

$$\lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta M_1}{\Delta t}\right) - \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta M_2}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{\left(\int_V \rho \, dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_V \rho \, dV\right)_t}{\Delta t}\right]$$

PORTATA IN MASSA

$$\boxed{Q_{m1} - Q_{m2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\int_V \rho \, dV\right)}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ

(la velocità di accumulo della massa del sistema è uguale alla differenza tra portata in ingresso e in uscita)

In genere viene riscritta in questo modo:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \, dV + Q_{m2} - Q_{m1} = 0$$

e più in generale

$$\boxed{\sum Q_{mi} + \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \, dV = 0}$$

($Q_{mi} > 0$ se uscente dal sistema)

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ
FORMA GENERALE

N.B.

ρ è definita nel sistema solo se c'è equilibrio.

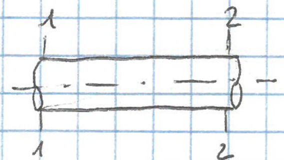
Nel caso di REGIME STAZIONARIO:

$$\boxed{\sum Q_{mi} = 0}$$

($\frac{\partial}{\partial t} = 0$ per ciascuna funzione)

cioè la somma delle portate (con segno) è uguale a zero

ESEMPIO: TUBO IN REGIME STAZIONARIO



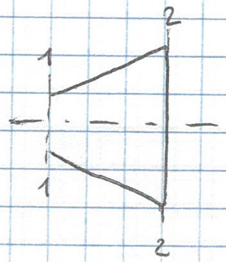
$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\text{ma } Q_m = \int_S \rho \, \bar{u} \cdot \bar{n} \, dS = \rho \cdot W \cdot S$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho_1 W_1 S_1 = \rho_2 W_2 S_2}$$

EQUAZIONE DI CONTINUITÀ
IN TERMINI DI VELOCITÀ

ESEMPIO : TUBO A SEZ. VARIABILE



Posso avere $\rho_1 \neq \rho_2$ (esempio vapori saturi; cambiando il rapporto tra liquido e gas ho variazioni notevoli)

oppure $\rho = \text{cost}$ (esempio fluidi incomprimibili: ρ non dipende dalla pressione p ma solo da T)

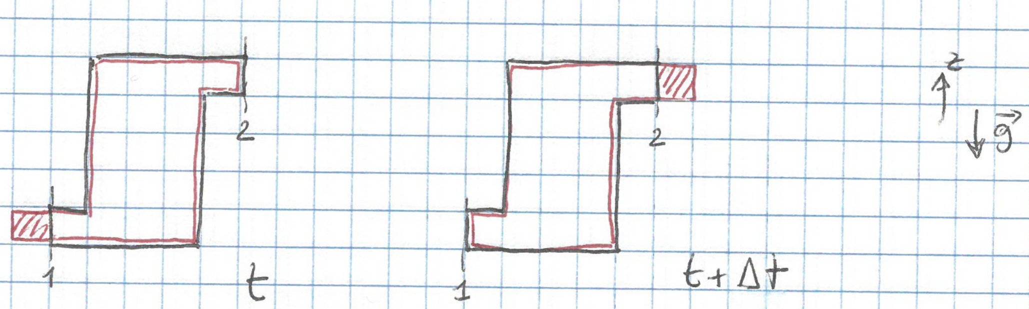
$\Rightarrow \rho_1 W_1 S'_1 = \rho_2 W_2 S'_2$

Si conserva la portata in volume. ($\rho = \text{cost}$)

(se $S'_1 = S'_2 \Rightarrow W_1 = W_2$) ($\rho = \text{cost}$ e $S' = \text{cost}$)

— o —

EQUAZIONE DI BILANCIO DELL'ENERGIA



Per il sistema chiuso ausiliario vale il I PRINCIPIO:

$$E_{t+\Delta t} - E_t = Q - L$$

(E = somma $E_{CIN} + E_{POT} + U_{INT}$)

- $E_t = \underbrace{\Delta M_1 (e_{P1} + e_{C1} + u_1)}_{\text{CONSIDERO UNIFORMI LE PROPRIETÀ IN 1}} + \left(\int_V \rho \cdot e \, dV\right)_t$

e = somma delle forme diverse di energia

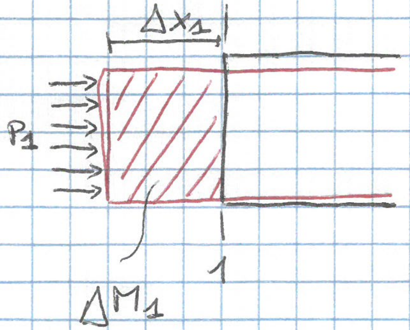
- $E_{t+\Delta t} = \left(\int_V \rho e \, dV\right)_{t+\Delta t} + \Delta M_2 (e_{P2} + e_{C2} + u_2)$

- $Q = Q_{i,u} + Q_P$ (distinguo gli scambi di calore della parete con quelli di ingresso e uscita)

$\quad = Q_P$ essendo $Q_{i,u} = 0$ poiché ho supposto EQUILIBRIO — i e u

$$-L = L_{i,u} + L_p$$

Posso calcolare il lavoro di INTRODUZIONE nel sistema:



$$L_i = -p_1 \cdot S_1 \cdot \Delta x_1 = -p_1 \, \Delta V_1$$

(lavoro negativo perché entra nel sistema)

quindi $L = -p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 + L_p$

Scrivo allora il I PRINCIPIO per il sistema chiuso aux

$$\left(\int_V \rho e \, dV\right)_{t+\Delta t} + \Delta M_2 \left(e_{p2} + e_{c2} + u_2\right) - \Delta M_1 \left(e_{p1} + e_{c1} + u_1\right) - \left(\int_V \rho e \, dV\right)_t =$$

$$= Q_p + p_1 \Delta V_1 - p_2 \Delta V_2 - L_p$$

raccolgo un po' i termini:

$$\Delta M_2 \left(e_{p2} + e_{c2} + u_2\right) - \Delta M_1 \left(e_{p1} + e_{c1} + u_1\right) + \left[\left(\int_V \rho e \, dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_V \rho e \, dV\right)_t\right] +$$

$$+ p_2 \Delta V_2 - p_1 \Delta V_1 = Q_p - L_p$$

Posso scrivere $\Delta V_1 = \dfrac{\Delta M_1}{\rho_1} = v_1 \cdot \Delta M_1$ e $\Delta V_2 = v_2 \cdot \Delta M_2$

$$\Downarrow$$

$$\Delta M_2 \left(e_{p2} + e_{c2} + \underbrace{u_2 + p_2 v_2}_{h_2}\right) - \Delta M_1 \left(e_{p1} + e_{c1} + u_1 + p_1 v_1\right) + \text{------}$$

h_2 = ENTALPIA SPECIFICA $\quad (h = u + p v)$

dividendo per Δt

$$\frac{\Delta M_2}{\Delta t}\left(e_{p2} + e_{c2} + h_2\right) - \frac{\Delta M_1}{\Delta t}\left(e_{p1} + e_{c1} + h_1\right) + \frac{\left(\int_V \rho e \, dV\right)_{t+\Delta t} - \left(\int_V \rho e \, dV\right)_t}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} - \frac{L}{\Delta t}$$

tolgo pedice ma è quello delle pareti

Faccio il $\lim_{\Delta t \to 0}$ e ottengo:

$$\boxed{Q_{m2}(e_{p2}+e_{c2}+h_2)-Q_{m1}(e_{p1}+e_{c1}+h_1)+\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho e\, dV = \dot{Q}-\dot{L}}$$

(energie nell'unità di tempo quindi POTENZE)

EQUAZIONE DI BILANCIO DELL'ENERGIA PER SISTEMA APERTO A 2 CORRENTI

Con più ingressi e uscite:

$$\boxed{\sum Q_{mi}(e_{pi}+e_{ci}+h_i)+\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho e\, dV = \dot{Q}-\dot{L}}$$

>0 se uscente dal sistema

OSSERVAZIONE:

L'entalpia è fondamentale per lo studio dei sistemi aperti perché compare nell'eq. di BILANCIO DELL'ENERGIA (per i sistemi chiusi il ruolo era dell'energia interna)

Siccome studieremo principalmente sistemi aperti useremo grafici dell'ENTALPIA, raramente dell'ENERGIA INTERNA

- Per i SISTEMI STAZIONARI $\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho e\, dV = 0$

quindi rimane:

$$\boxed{\sum Q_{mi}(e_{pi}+e_{ci}+h_i) = \dot{Q}-\dot{L}}$$

EQ. BILANCIO DELL'ENERGIA PER SIST. APERTO IN CONDIZIONI STAZIONARIE

- Ricordo che e_{ci} vale $\alpha_i \frac{w_i^2}{2} \simeq \frac{w_i^2}{2}$

e_{pi} vale $g \cdot z_i$

Posso scrivere per sistema a 2 correnti e condizioni STAZIONARIE:

$$Q_{m2}\left(g z_2 + \frac{w_2^2}{2} + h_2\right) - Q_{m1}\left(g z_1 + \frac{w_1^2}{2} + h_1\right) = \dot{Q} - \dot{L}$$

$Q_{m2} = Q_{m1} = Q_m$ (due correnti)

$$\boxed{g(z_2 - z_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + h_2 - h_1 = q - \ell}$$

essendo $q = \frac{\dot{Q}}{Q_m}$ e $\ell = \frac{\dot{L}}{Q_m}$

J/kg

OSSERVAZIONE:

Se trascuriamo $w_2^2 - w_1^2$ e $z_2 \simeq z_1$ otteniamo:

$$\boxed{h_2 - h_1 = q - \ell}$$

(l'entalpia chiude il bilancio dell'energia, contiene il lavoro di introduzione ed estrazione $p \cdot V$)

OSSERVAZIONE:

Nel caso non stazionario, per calcolare $\int \rho e \, dV$ devo avere l'ipotesi di MESCOLAMENTO PERFETTO

(appena il fluido entra nel dominio ho una temperatura costante e eguale a quella di uscita, il termine è diventa calcolabile)

Esempio: scalda-acqua elettrico