

Nome, Cognome

Matricola

ANALISI MATEMATICA A & B
– PROVA SCRITTA –
3 AGOSTO 2020 - TURNO 2

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA – A.A. 2019/2020

Libri, appunti e calcolatrici non ammessi

- Lo studente scriva solo la risposta, direttamente su un foglio bianco.
Al termine della prova, dovrà inviarne una foto
all'indirizzo `lorenzo.brasco@unife.it`
- Ogni esercizio vale 3 punti, in caso di risposta corretta
- Il voto massimo totalizzabile con la prova scritta è 25/30

Esercizio 1. Si dica per quali valori del parametro α la seguente identità risulta corretta

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2\alpha)^n = \frac{4}{3} \quad \alpha = \frac{1}{8}$$

Esercizio 2. Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (0, 0, z)$ attraverso ∂E , dove $E = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$

$$\Phi_{\mathbf{F}} = \frac{2}{3} \pi$$

Esercizio 3. Si calcoli il limite seguente

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x) \log(1 + x^4)}{\sin(2x + x^3) - 2 \sin x} = -\frac{60}{105}$$

Esercizio 4. Si trovi una primitiva F della funzione $f(x) = x e^x$

$$F(x) = (x - 1) e^x$$

Esercizio 5. Si trovino i punti critici della funzione $f(x, y) = x^4/4 - y^2 + xy$ e si classifichino

$$(0, 0) \quad \text{sella}$$

Esercizio 6. Si calcoli il lavoro del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$ lungo il cammino $\gamma(t) = (2 \cos t, \sin t, t)$ con $t \in [0, 2\pi]$

$$L = 2\pi^2$$

Esercizio 7. Si dica quali tra i seguenti campi vettoriali sono conservativi su $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0 \text{ e } y > 0\}$

$$\mathbf{F}(x, y) = (-x, y) \quad \mathbf{G}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) \quad \mathbf{H}(x, y) = \left(\frac{x^2}{x+y}, \frac{y^2}{x+y} \right) \text{ primo e secondo}$$

Esercizio 8. Sia $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$, si calcoli

$$\min_{(x,y) \in E} (2x - y) = -\sqrt{5} \quad \max_{(x,y) \in E} (2x - y) = \sqrt{5}$$

Esercizio 9. Si calcoli il volume del solido tridimensionale $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq x + y\}$

$$\text{Vol}(C) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Esercizio 10. Si calcoli la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y}$ nel punto $(0, 1)$ lungo la direzione $\omega = (1/2, -\sqrt{3}/2)$

$$\frac{\partial f}{\partial \omega}(0, 1) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$